

# 基于 chirp - z 逆变换矢量网络分析仪时域测量技术

韩晓东 黄珍元 郑利颖 电子测试技术国家重点实验室

TM93 A

**摘要** 矢量网络分析仪时域功能采用数学变换方法实现频域数据和时域数据转换, 文中介绍这种转换理论和基于 chirp - z 逆变换的时域测量算法, 并给出该算法 MATLAB 仿真结果。

**关键词** 矢量网络分析仪 频域 时域 chirp - z

## The Time - domain Measure Technique of Vector Network Analyzers base on Inverse Chirp - z Transform

Han Xiaodong Huang Zhenyuan Zheng Liying

**Abstract** The time - domain function of Vector Network Analyzers realizes the test data's conversion between frequency - domain and time - domain by means of mathematic transform. This paper introduces the theory and a material algorithm base on inverse chirp - z transform, and presents the simulation result of MATLAB of this algorithm

**Keywords** Vector network analyzer frequency - domain time - domain chirp - z

在现代微波和射频系统安装调试和维护维修中, 通常会遇到需要判断不连续点位置或多径传输的问题。矢量网络分析仪的时域功能为此类问题提供了良好的解决途径。

矢量网络分析仪是频域测量仪器, 其时域测量基于傅氏 (Fourier) 理论。在计算机中, 采用离散傅立叶变换 (DFT) 来实现频域数据和时域数据之间的相互变换, 公式 (1)、(2) 给出了 DFT 变换对的定义。

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

式中:  $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$

从公式 (2) 可以看出, 通过离散傅立叶逆变换 (IDFT) 可以通过频域数据得到时域数据。然而, 在进行时域分析时, 会希望对某个时间段进行高分辨率的分析, 而不考虑其它时间段。对 IDFT 来说, 只有增加频域的抽样点数。这会导致计算量大幅度的增加, 而且其中很多数据是没有用到的。

提高局部分辨率, 又不增加计算量这就是线形调频 Z 变换, 即 chirp - Z 变换。

### 1 chirp - Z 变换及其在矢量网络分析仪中的应用

chirp - Z 变换是使用非常广泛的一种 Z 变换算法, 它可以计算 Z 平面上任意螺旋线上的 Z 变换, 且输入点数 N 与输出点数 M 可以不同, 甚至可以是素数, 从而可以达到频率“细化”

的目的。它的定义如下:

已知  $x(n)$  ( $0 \leq n \leq N$ ) 是一有限长序列, 其 Z 变换为

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n} \quad (3)$$

沿 Z 平面上的一段螺旋线作等分角抽样的抽样, 这些抽样点  $z_k$  为

$$z_k = AW^{-k} \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4)$$

M 为要分析的频域的点数, A、W 是任意复数, 可示表为

$$A = A_0 e^{j\theta_0} \quad (5)$$

$$W = W_0 e^{-j\phi_0} \quad (6)$$

$A_0$  表示起始抽样点  $Z_0$  的矢量半径长度,  $\theta_0$  表示起始抽样点的相角,  $\phi_0$  表示两相邻抽样点之间的角度差,  $W_0$  表示螺旋线的伸展率。

综合 (3)、(4) 式, 可得

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z_k^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) A^{-n} W^{nk} \quad (7)$$

当  $A_0$ 、 $W_0$  等于 1 时, 得到的就是 Z 变换在单位圆上的抽样, 也就是该时域序列的频域变换。通过选择  $\theta_0$  和  $\phi_0$ , 就可以得到 Z 平面单位圆上任意频段内等间隔的抽样点, 从而实现高分辨率频谱分析。

同样, 我们可以通过 Chirp - Z 逆变换, 将测量得到的频域数据转换为任意时间段的时域数据。对 Chirp - Z 来说, 它的逆变换等于频域数据复共轭的 chirp - Z 变换的复共轭<sup>[3]</sup>, 即

$$ICZT(X(k)) = (CZT(X(k)^*))^* \quad (8)$$

根据公式 (8) 并结合 Z 变换的定义与性质, 可作如下推导 (公式 (9)、(10) 见文献<sup>[1]</sup>)

$$\sum_{n=0}^{N-1} x(n)z^{-n} = X[z] \quad (9)$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} x^*(n)z^{-n} = X^*[z^*] \quad (10)$$

$$\left(\sum_{n=0}^{N-1} x^*(n)z^{-n}\right)^* = X(z^*) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)(z^*)^{-n} \quad (11)$$

根据变换公式 (11) 用 MATLAB 编写了仿真程序, 利用 HP8753ES 测量了一根同轴电缆的 4.5GHz~6GHz 的频域数据, 该电缆一端接 HP8753ES 测试端口 1, 另一端开路。将测得的频域数据输入计算机, 通过 MATLAB 仿真计算出时域特性, 并与 HP8753ES 转换的时域特性进行比较。图 1 是 MATLAB 仿真结果与 HP8753ES 测试结果的对比。

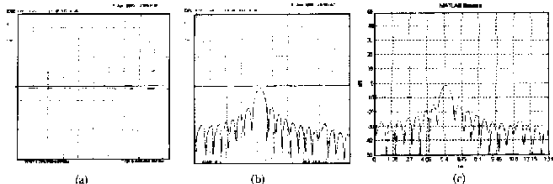


图 1 MATLAB 仿真与 HP8753ES 测试结果对比

图 1 (a) 是 HP8753ES 测得的频域曲线, 图 1 (b) 是 HP8753ES 测得的时域曲线, 图 1 (c) 是 MATLAB 利用 HP8753ES 测得的频域数据仿真得到的时域曲线。从图中可以看出, 二者得到的结果是非常相似的。这也证明了该算法是有效的。

## 2 时域测量的时间分辨率与旁瓣电平

根据傅氏变换的基本理论, 对于连续的时域数据, 其对应的频域数据必定是无限长的非周期数据。反之, 要想得到时间分辨率无限精细 (极限情况下可以看作是连续的) 的时域系列, 则频域序列必须是非周期无限长的。但是, 由于矢量网络分析仪的测量频率范围总是有限的, 由其转换得到的时域数据必定有有限的时间分辨率。从数学上, 我们可以这样认为, 矢量网络分析所测量的有限宽度的频域数据等效一个无限宽度的频域数据与一个频域矩形窗相乘。矩形窗的宽度等于矢量网络分析仪的测量频宽, 在分析仪的频宽范围之内为 1, 其余为 0。同时, 我们知道, 频域的乘等效于时域的周期卷积, 因此, 转换后时域数据在时间上的分辨率就取决于频域矩形窗在时域中的主瓣宽度。图 2 显示了频域加窗对时域分辨率的影响 (图中所示时域与频域的对

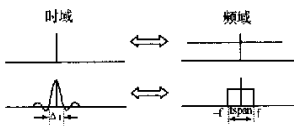


图 2 频域加窗导致时域分辨率降低的现象

应仅为示意, 并非严格数学上的对应)。

我们知道, 频域矩形窗对应的时域信号是抽样脉冲信号

$$Sa(f_t) = \frac{\sin ft}{ft} \quad (12)$$

它的主瓣宽度  $\Delta t$  我们称为时域的时间分辨率, 它与  $fspan$  的关系为:

$$\Delta t = \frac{1}{2f} = \frac{1}{f_{span}} \quad (13)$$

从公式 (13) 可以看出, 通过提高矢量网络分析仪的扫宽可以提高时间分辨率。

从图 2 中, 我们还可以看到, 频域加窗除了使时间分辨率变坏以外, 还会带来旁瓣, 旁瓣会淹没其它时间点上的小信号。对矩形窗来说, 旁瓣大约比主瓣低 13.46dB<sup>[2]</sup>。如果想降低旁瓣, 可以选择其它的窗函数, 如 hamming 窗、blackman 窗, 这些窗函数的旁瓣比矩形窗低, 但会带来更宽的主瓣。通常矢量网络分析仪都会给出几种窗函数供操作者选择, 操作者根据需要更窄的主瓣还是更低的旁瓣进行选择。

## 3 时域测量的混迭现象

矢量网络分析仪测量的频域数据并不是连续的, 而是有限的离散的频率点。这会导致转换后的时域数据出现周期延拓。在数学上, 我们要以这样解释, 离散的频率数据等效为理想的连续频率谱与频域冲激函数序列相乘。频域相乘等效于时域卷积, 同时冲激函数序列的反傅氏变换仍然是冲激函数序列, 理想的时间响应与冲激函数序列进行卷积, 导致在时域中出现周期延拓。图 3 描述了由

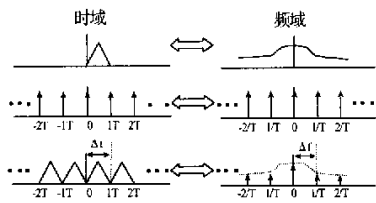


图 3 频域相乘与时域卷积的关系

于频域相乘导致的时域周期延拓现象 (图中所示时域与频域的对

应仅为示意, 并非严格数学上的对应)。

时域响应中周期延拓的时间间隔  $\Delta t$  被称为混迭距离, 它可由分析仪的频率步进  $\Delta f$  计算得到

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta f} = \frac{f_{stop} - f_{start}}{N} \quad (14)$$

式中,  $f_{start}$  是扫描起始频率,  $f_{stop}$  是扫描终止频率,  $N$  是扫描点数。

通常, 矢量网络分析仪会根据设定的  $\Delta f$  自动设定时域最大测量时间  $\Delta t$ 。操作者应估算最远响应点的时间, 正确设置扫描起始、终止频率和扫描点数, 避免  $\Delta t$  时间段之外仍有响应。因为  $\Delta t$  时间段之外的响应都会通过混迭出现在  $\Delta t$  时间段内, 从而带来错误的测试结果。

### 参考文献

- 程佩青. 数字信号处理教程. 清华大学出版社, 2001
- Time Domain Measurements using Vector Network Analyzer ZVR, ROHDE&SCHWARZ Application Note
- A. Frickey, "Using the Inverse Chirp - z Transform for Time - Domain Analysis of Simulated Radar Signals" Proceedings of the 5th International Conference on Signal Processing Applications and Technology, pp1366 - 1371, vol. 2, 1994

## 微波射频测试仪器使用操作培训

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,致力并专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,推出多套微波射频以及天线设计培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

易迪拓培训课程列表: <http://www.edatop.com/peixun/rfe/129.html>



### 微波射频测量仪器操作培训课程合集

搞硬件、做射频,不会仪器操作怎么行!对于射频工程师和硬件工程师来说,日常电路设计调试工作中,经常需要使用各种测试仪器测量各种电信号来发现问题、解决问题。因此,熟悉各种测量仪器原理,正确地使用这些测试仪器,是微波射频工程师和硬件工程师必须具备和掌握的工作技能,该套射频仪器操作培训课程合集就可以帮助您快速熟练掌握矢量网络分析仪、频谱仪、示波器等各种仪器的原理和使用操作...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/vna/67.html>

### 矢量网络分析仪使用操作培训课程套装

矢量网络分析仪是最常用的测试仪器是射频工程师和天线设计工程师最常用的测试仪器;该套培训课程套装是国内最专业、实用和全面的矢量网络分析仪培训教程套装,包括安捷伦科技和罗德施瓦茨公司矢量网络分析仪的 5 套视频培训课程和一本矢网应用指南教材,能够帮助微波、射频工程师快速地熟练掌握矢量网络分析仪使用操作...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/vna/34.html>



### 示波器使用操作培训课程套装

示波器是硬件和射频工程师几乎在每天的工作中都会用到仪器,因此掌握示波器的原理并能够正确使用示波器是所有从事电子硬件电路设计和调试的工程师必须具备的最基本的技能。本站推出的示波器视频培训课程套装既有示波器的基本原理以及示波器性能参数对测量结果影响的讲解,也有安捷伦和泰克多种常用示波器的实际操作讲解,能够帮助您更加深入地理解手边常用的示波器从而更加正确地使用示波器...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/rftest/osc/49.html>