

# 任意涂敷目标 RCS 的数值分析\*

朱良成,侯新宇,胡亚希

(西北工业大学电子信息学院,西安 710072)

[摘要] 进行了矩量法在计算涂敷目标雷达散射截面方面的研究。推导了将 RWG 基作为基函数时,电磁流方程的表达式。计算并绘制出介质锥和导体柱组合模型的双站雷达散射截面(RCS)曲线,用计算结果和精确结果加以对比,曲线的一致性证明了此种方法的准确性和有效性。

[关键词] 矩量法;涂敷目标;RWG 基函数;雷达散射截面(RCS)

[中图分类号] TN 957.8<sup>+</sup>4 [文献标识码] A

## Numerical Analysis for RCS of Arbitrary Coated Targets

ZHU Liang-cheng, HOU Xin-yu, HU Ya-xi

(Electronic and Information College, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** While calculating the RCS of coated targets, we use MoM with the RWG basis function. Also the expressions of the electric and magnetic currents were deduced here. The bistatic Radar Cross Section(RCS) of a conducting cylinder and capped by a dielectric cone is compared with other available data. The consistency verifies the accuracy and the validity of this method.

**Key words:** MoM; Coated targets; RWG basis function; Radar Cross Section(RCS)

### 1 引言

文中采用矩量法结合混和场积分方程(CFIE)[4]对涂敷目标进行讨论,首先利用等效原理简化涂敷目标模型,然后对目标进行三角面元建模,接着通过均匀区域等效表面电磁流建立耦合积分方程,最后求解方程,得到散射参量。对于由大量介质层构成的物体,任何区域的感应场都是用相邻分界面的等效电磁流表示的。用迭代方法解决最外层表面的电磁流,最外层的电磁流的解的表达式由内部分界面上的电磁流组成。特别的,当目标为简单物体如介质柱和旋转体的时候,表面耦合积分方程法可以得到非常好的结果。但是当散射体为任意形状的时候,目标表面的建模以及表面的电磁场就会变得非常复杂。

### 2 模型和方程的建立

对于一个涂敷物体,首先采用等效原理,如图 1、2 所示:涂层内部区域用等效电磁流  $J_1 M_1$  等效,涂层外部区域用等效电磁流  $J_1 M_1$  等效,

图 1 表示原问题模型,图 2 表示等效问题模型。这样的等效可以给问题带来很大方便,因为等效问题的讨论是在均匀、无分界面的媒质中展开的。

第二步就是要满足边界条件,在涂层表面,电场的切向分量和磁场的切向分量

是连续的;理想导体表面,电场的切向分量为 0,磁场的切向分量在数值上等于表面感应电流  $J_2$ 。目标外部总场等于入射场与散射场之和,通过 Huygens 原理可以把散射场表示为仅包含  $J_1 M_1$  的项:

$$E_s(r) = \oint_{S'} dS' \{ i\omega\mu_0 \bar{G}(r, r') \cdot [\hat{n} \times H(r')] + \nabla \times \bar{G}(r, r') \cdot [\hat{n} \times E(r')] \} \quad (1)$$

\* 收稿日期:2005-11-22

作者简介:朱良成(1981—),男,吉林人,硕士研究生,研究方向为目标电磁散射理论的数值计算。

$$H_s(\mathbf{r}) = \oint_{S'} dS' \{ -i\omega\mu\bar{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot [\hat{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] + \nabla \times \bar{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot [\hat{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}')] \} \quad (2)$$

其中,  $[\hat{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}')] = \mathbf{J}$ ,  $[\hat{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] = -\mathbf{M}$ 。上述公式是 Huygens 原理的并矢公式,  $S'$  为散射体表面  $\bar{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$  是并矢格林函数 :

$$\bar{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \left[ \bar{I} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] g(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

其中,  $g(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{e^{ik_0|\mathbf{r},\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r},\mathbf{r}'|}$ ,  $k = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$  同样利用 Huygens 原理, 可以得到由  $\mathbf{J}_2, \mathbf{M}'_1, \mathbf{J}'_1$  表示的涂层内部场。以边界条件为约束可以建立一系列的微积分方程, 并且方程中所有项均由入射电场, 磁场, 以及未知的表面电流, 磁流表示。应用矩量法可以把这些微积分方程转化为矩阵方程, 并且有如下形式的解:

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{I}$  表示未知表面电流系数,  $\mathbf{Z}$  表示三角面元建模时面元间的互阻抗矩阵,  $\mathbf{V}$  表示激励矢量。一旦求出等效的表面电流和表面磁流, 那么所有的电磁散射参量如:

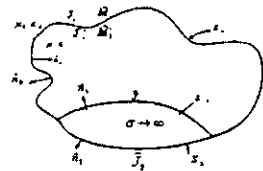


图 3 部分涂敷目标模型

$E_s, \sigma(\text{RCS})$  就都可以计算出来了。

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 \{ \hat{\theta}(\mathbf{R}_{1\theta} + \mathbf{R}_{2\varphi}) + \hat{\varphi}(\mathbf{R}_{1\varphi} + \mathbf{R}_{2\theta}) \} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1 &\oslash \frac{e^{ik_0r}}{4\pi r} \int_{S_1} dS_1' \mathbf{J}_1(\mathbf{r}') e^{-ik_0 \cdot \mathbf{r}'} \\ \mathbf{R}_2 &\oslash \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{e^{ik_0r}}{4\pi r} \int_{S_1} dS_1' \mathbf{M}_1(\mathbf{r}') e^{-ik_0 \cdot \mathbf{r}'} \\ \sigma &= \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{\mathbf{E}_s}{\mathbf{E}_{inc}} \right|^2 \end{aligned} \quad (5)$$

同样方法也可以应用到部分涂敷目标的模型上, 如图 3 所示。唯一不同的是原来用两个流量表示外部散射场, 现在改用三个流量表示。

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 \{ \hat{\theta}(\mathbf{R}_{3\theta} + \mathbf{R}_{4\varphi}) + \hat{\varphi}(\mathbf{R}_{3\varphi} + \mathbf{R}_{4\theta}) \} \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_3 \oslash \frac{e^{ik_0r}}{4\pi r} \left\{ \int_{S_1} dS_1' \mathbf{J}_1(\mathbf{r}') e^{-ik_0 \cdot \mathbf{r}'} + \int_{S_2} dS_2' \mathbf{J}_2(\mathbf{r}') e^{-ik_0 \cdot \mathbf{r}'} \right\}$$

$$\mathbf{R}_4 \oslash \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{e^{ik_0r}}{4\pi r} \int_{S_1} dS_1' \mathbf{M}_1(\mathbf{r}') e^{-ik_0 \cdot \mathbf{r}'}$$

3 RWG 基函数及 CFIE 公式

众所周知, 三角面元在建模方面可以很好的

逼近任意形状<sup>[5]</sup>, 因此三角面元在散射问题中获得了普遍应用。图 4 给出了共用第  $n$  条边缘的两个三角形  $T_n^+, T_n^-$ , 组成的双三角子域。

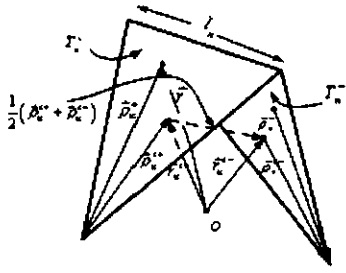


图 4 双三角子域

子域中电流和磁流

的方向从  $T_n^+$  流向  $T_n^-$ , 中电磁流由非公共边的第三个顶点流向公共边,  $T_n^-$  中电流磁流由公共边流向非公共边的第三个顶点。 $\mathbf{r}$  为子域上任意一点与原点间的矢量,  $\rho$  为子域任意一点与非公共边的第三个顶点间的矢量, 上标为  $c^\pm$  表示  $T^\pm$  的重心。令  $A_n^\pm$  为  $T_n^\pm$  的面积,  $l_n$  为公共边的长度, 采用 Rao, Wilton 和 Glisson 最早提出的 RWG 基函数, 其表达式如下<sup>[5]</sup>:

$$f_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{2A_n^+} \rho_n^+ & \mathbf{r} \text{ 在 } T_n^+ \text{ 中} \\ 0 & \text{其它情况} \\ \frac{l_n}{2A_n^-} \rho_n^- & \mathbf{r} \text{ 在 } T_n^- \text{ 中} \end{cases} \quad (7)$$

且基函数的表面散度为:

$$\nabla_s \cdot f_n(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{l_n}{A_n^+} & \mathbf{r} \text{ 在 } T_n^+ \text{ 中} \\ 0 & \text{其它情况} \\ -\frac{l_n}{A_n^-} & \mathbf{r} \text{ 在 } T_n^- \text{ 中} \end{cases} \quad (8)$$

先讨论完全涂敷目标(图 1), 设涂层外表面  $S_1$  外法矢为  $\hat{n}_0$ , 理想导体表面  $S$  外法矢为  $\hat{n}_2$ 。分别在  $S_1, S_2$  表面应用 Huygens 原理和边界条件, 可得:

$$\begin{aligned} -\hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ i\omega\mu_0 \bar{G}_0 \cdot \mathbf{J}_1 \} - \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ i\omega\mu_0 \bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_1 \} + \\ \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ \nabla \times \bar{G}_0 \cdot \mathbf{M}_1 \} + \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ \nabla \times \bar{G}_1 \cdot \mathbf{M}_1 \} + \\ \hat{n}_0 \times \int_{S_2} dS_2 \{ i\omega\mu_0 \bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_2 \} = \hat{n}_0 \times \mathbf{E}_{inc} \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} -\hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ \nabla \times \bar{G}_0 \cdot \mathbf{J}_1 \} - \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ \nabla \times \bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_1 \} - \\ \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ i\omega\epsilon_0 \bar{G}_0 \cdot \mathbf{M}_1 \} - \hat{n}_0 \times \int_{S_1} dS_1 \{ i\omega\epsilon_0 \bar{G}_1 \cdot \mathbf{M}_1 \} + \\ \hat{n}_0 \times \int_{S_2} dS_2 \{ \nabla \times \bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_2 \} = \hat{n}_0 \times \mathbf{H}_{inc} \end{aligned} \quad (9b)$$

$$-\hat{n}_2 \times \int_{S_1} dS_1 \{ i\omega\mu_0 \bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_1 \} + \hat{n}_2 \times \int_{S_1} dS_1 \{ \nabla \times \bar{G}_1 \cdot \mathbf{M}_1 \} +$$

$$\hat{n}_2 \times \int_{S_2} dS_2 \{ i\omega\mu\bar{G}_1 \cdot \mathbf{J}_2 \} = 0 \tag{9c}$$

由基函数的意义,令:

$$\mathbf{J}_1(\mathbf{r}') = \sum_{n=1}^N I_n \mathbf{f}_n(\mathbf{r}') \tag{10a}$$

$$\mathbf{M}_1(\mathbf{r}') = \sum_{n'=1}^{N'} K_{n'} \mathbf{f}_{n'}(\mathbf{r}') \tag{10b}$$

$$\mathbf{J}_2(\mathbf{r}') = \sum_{n''=1}^{N''} L_{n''} \mathbf{f}_{n''}(\mathbf{r}') \tag{10c}$$

$n, n'$  定义在涂层表面,  $n''$  定义在理想导体表面,  $I_n, K_{n'}, L_{n''}$  为电磁流的待定系数。将(7)(8)(10)代入到(9)中,展开  $\bar{G}$ , 并采用 Galerkin 法进行检验即可得到关于  $I_n, K_{n'}, L_{n''}$  的电流磁流表达式。写成如(11)式的矩阵形式。

$$\begin{pmatrix} I_m \left[ \mathbf{E}_m^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^+}{2} + \mathbf{E}_m^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^-}{2} \right] \\ I_{m'} \left[ \mathbf{H}_{m'}^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m'}^+}{2} + \mathbf{H}_{m'}^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m'}^-}{2} \right] \\ 0_{m''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{mn} & Z_{mn'} & Z_{mn''} \\ Z_{m'n} & Z_{m'n'} & Z_{m'n''} \\ Z_{m''n} & Z_{m''n'} & Z_{m''n''} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ K_{n'} \\ M_{n''} \end{pmatrix} \tag{11}$$

这样表面未知电磁流系数就可以通过求解这个矩阵方程得出。

同样,可以用类似的方法推导出部分涂敷目标的矩阵方程:

$$\begin{pmatrix} I_m \left[ \mathbf{E}_m^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^+}{2} + \mathbf{E}_m^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_m^-}{2} \right] \\ I_{m'} \left[ \mathbf{H}_{m'}^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m'}^+}{2} + \mathbf{H}_{m'}^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m'}^-}{2} \right] \\ I_{m''} \left[ \mathbf{E}_{m''}^+ \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m''}^+}{2} + \mathbf{E}_{m''}^- \cdot \frac{\boldsymbol{\rho}_{m''}^-}{2} \right] \\ 0_{m'''} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{mn} & Z_{mn'} & Z_{mn''} & Z_{mn'''} \\ Z_{m'n} & Z_{m'n'} & Z_{m'n''} & Z_{m'n'''} \\ Z_{m''n} & Z_{m''n'} & Z_{m''n''} & Z_{m''n'''} \\ Z_{m'''n} & Z_{m'''n'} & Z_{m'''n''} & Z_{m'''n'''} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n \\ K_{n'} \\ M_{n''} \\ P_{n'''} \end{pmatrix}$$

4 算例与结果分析

采用图 5 的模型<sup>[6]</sup>作为验证算法正确性的参考目标,该模型由导体柱和介质锥组成,各部分尺寸和介电常数如图 5 所示:圆柱和圆锥的半径都为 0.3λ,高度都为 0.6λ,圆锥的相对介电常数为  $\epsilon_r=2.0$ ,入射波为平面波,入射方向竖直向下。

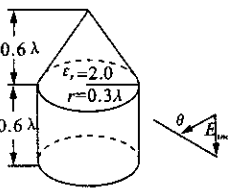


图 5 锥柱模型

图 6,图 7 分别给出了设置三角面元剖分的最大边长为 0.1λ(粗分)和 0.05λ(细分)两套网格的计算结果。其双站 RCS 结果如图所示,实点为 BOR[6]算法的精确结果,曲线为计算结果,从图可以看出,两种结果有比较好的吻合。并且随着网格的细分,其收敛性越来越好,这更加说明了文中方法的准确性。

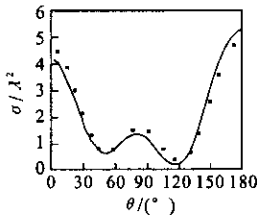


图 6 锥柱模型的双站 RCS(粗分)

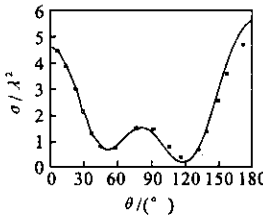


图 7 锥柱模型的双站 RCS(细分)

5 结论

当目标尺寸不大时,矩量法可以给出任意目标较为严格的解,特别是选取 RWG 基作为基函数,使得方程中每个量都具有具体的物理意义,因而非常适于理解和计算。

[参 考 文 献]

[1] R.F.Harrington. 计算电磁场的矩量法[M]. 北京:国防工业出版社,1981.  
[2] T.K.Sarkar. A note on the choice of weighting functions in the method of moments[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1985, AP—33:436—441.  
[3] Q.Ye,L.Shafai. Investigation of the projection iterative method in solving the MoM matrix equations in electromagnetic scattering[J]. IEE Proc—Microw, Antennas Propag. 2000, 147(6): 445—450.  
[4] Philip.L. Huddleston, Louis. N. Medgyesi—Mitschang, John. M. Putnam. Combined field integral equation formulation for scattering by dielectrically coated conducting bodies[J]. IEEE Trans. Antennas and propagation. 1986, AP—34:510—520.  
[5] S.M.Rao,D.R. Wilton, A. W. Glisson. Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1982, AP—30(3):409—416.  
[6] S.M.Rao,et al. Electromagnetic Radiation and Scattering from Finite Conducting and Dielectric Structure Surface/Surface Formulation[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1991, AP—39(7).

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>