

## 三维散射体宽带 RCS 频率响应的快速算法： 渐进波形估计技术加速的区域分裂法

汪 杰, 洪 伟

(东南大学无线电工程系毫米波国家重点实验室, 江苏南京 210096)

**摘 要:** 本文基于渐进波形估计(AWE)技术和区域分裂法(DDM)快速预测有限长三维柱体 RCS 的频率响应。首先采用区域分裂法结合频域有限差分(FDFD-DDM)计算柱体表面等效电流和磁流在某一给定频率展开的 Taylor 级数, 然后通过 Padé 逼近将 Taylor 级数转化为有理函数, 由此可获得柱体在任一频率入射波照射下的表面等效电流和磁流, 进而计算出 RCS 频率响应特性。本文结果和文献结果吻合较好, 证明了本文方法的正确性, 另外相对于直接采用 FDFD-DDM 法而言, 计算效率得到了显著的提高。

**关键词:** 区域分裂法; 频域有限差分; 渐进波形估计技术; 雷达散射截面; 三维柱体

**中图分类号:** TN405.97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2001)09-1263-03

## Fast RCS Calculation of 3-D Objects over a Frequency Band Based on Domain Decomposition Method in Conjunction with Asymptotic Wave Evaluation Technique

WANG Jie, HONG Wei

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** The Domain Decomposition Method (DDM) in conjunction with the asymptotic waveform evaluation (AWE) technique is applied to obtain the radar cross-section (RCS) of a 3-D cylinder over a frequency band. The equivalent electric current and magnetic current on the surface of the cylinder are firstly expanded in Taylor's series over a given frequency and solved by FDFD-DDM. Then the Taylor's series are converted to rational functions via Padé approximation and the surface equivalent electric current and magnetic current can be achieved at any frequency within a desired frequency band, which are used to calculate the RCS of the cylinder. A good agreement between our results and the results from reference verifies the validity of this technique. In addition, the computational efficiency is considerably improved compared with the traditional FDFD-DDM.

**Key words:** DDM; FDFD; AWE technique; RCS; 3-D cylinder

### 1 引言

近年来,人们针对三维电磁散射问题提出了不少方法,如矩量法(MOM)<sup>[1]</sup>,时域有限差分法(FDTD)<sup>[2]</sup>,有限元法(FEM)<sup>[3]</sup>以及一些混合方法<sup>[4]</sup>等。最近本文作者提出了区域分裂-频域有限差分法(FDFD-DDM)<sup>[5,6]</sup>求解三维柱体的散射问题,取得了比较好的结果。区域分裂法最大的优点是节省内存,它把所要求解的大区域分成若干个小区域分别求解,再用虚拟边界条件把各个子区域连接起来,通过迭代得到整个区域的解。在各个子区域中采用频域有限差分法(FDFD)来求解。FDFD法通过在空间离散 Maxwell 方程组,并利用吸收边界截断计算区域,最后以有限差分形成矩阵方程,求解矩阵方程得空间各点的电磁场值,进而求得感兴趣的物理参量如散射问题中的 RCS。在采用 FDFD-DDM 计算散射体 RCS 的频率响应时,一般要在给定的频段内取不同的频率点逐点计算,也就是对不同的入射波频率要重复使用 FDFD-DDM 求解才能得到整个频段内的频率响应。特别地,当 RCS 随频率变化剧烈时,为了获得精确的频率响应,要求频率取样间隔必须很小,这必将导致计算工作量的增加。

渐进波形估计(AWE)技术能有效地减少重复求解的工作量并已成功地应用于一些电磁问题。目前 AWE 技术和其它数值方法相结合已在 VLSI 电路互连结构参数提取<sup>[7]</sup>,微波器件宽带频域响应的快速计算<sup>[8]</sup>,介质波导频域响应<sup>[9]</sup>,RCS 宽带响应<sup>[10]</sup>以及 S 域内无源线性电磁系统的电磁场分析<sup>[11]</sup>等电磁领域得到了广泛的应用。本文把 AWE 技术和 FDFD-DDM 相结合用于预测三维柱体的 RCS 频率响应。主要步骤是:首先采用 FDFD-DDM 求解柱体在某一给定入射波频率  $f_0$  下表面等效电流  $I(f_0)$  和磁流  $M(f_0)$  在  $f_0$  处的 Taylor 级数展开式,然后通过 Padé 逼近,将 Taylor 级数转化为有理函数,利用该有理函数,就可解析得到柱体在任一频率入射波照射下的表面等效电流和磁流,从而计算出 RCS 的宽带频率响应特性。

### 2 原理

#### 2.1 区域分裂算法

考虑如图 1 所示的三维散射体,采用全波分析,考虑电磁场的所有六个分量。把所要分析的散射体用一个长方体包围,形成区域 I,在这个区域里考虑总场;在此长方体外一段距离处设置截断边界,在截断边界和长方体之间构成区域 II,这个

区域内只考虑散射场,而在截断边界上采用吸收边界条件.使用区域分裂法求解该问题时,沿  $z$  方向上把整个计算区域分成  $m$  个子区域(其它方向的区域分裂可类似考虑).整个区域记为  $\Omega$ ,  $\Gamma = \partial\Omega$  表示相应的边界.各个子区域记为  $\Omega_i (i=0, 1, 2, \dots, m-1)$ , 两个相邻的区域  $\Omega_j$  和  $\Omega_k$  相交的边界记为  $\Gamma_{jk}$ .则在每个子区域  $k$  上求解的散射问题可用如下方程描述:

$$\text{述: } \begin{cases} \nabla \times \nabla \times \mathbf{u}_k - f^2 \mu \varepsilon_r \cdot \mathbf{u}_k = 0 \\ \text{吸收边界条件} & \Gamma = \Omega_k \cap \Omega \\ \text{虚拟边界条件} & \Gamma = \Omega_k \cap \Omega_j \end{cases} \quad (1)$$

上式中的  $f = f/f_0$ ,  $f_0$  是参考频率点,  $\Omega_j$  表示与区域  $k$  相交的区域,  $\mathbf{u}_k$  表示区域  $k$  上的电场或磁场.为简单起见,这里把坐标系对自由空间波数  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  进行了归一化,即令  $(x, y, z) = (k_0 x', k_0 y', k_0 z')$ ,  $\lambda_0$  是参考频率点对应的自由空间波长,归一化场  $\mathbf{E} = \mathbf{E}'$ ,  $\mathbf{H} = -j\eta_0 \mathbf{H}'$ , 其中  $\eta_0 = 120\pi$  为自由空间波阻抗.式中的虚拟边界条件如下[5]:

$$\nabla \times \mathbf{u}_k^{-1} \times \mathbf{n}_k \times \mathbf{n}_k + i \sqrt{\mu \varepsilon_r} \mathbf{u}_k^{-1} \times \mathbf{n}_k = \nabla \times \mathbf{u}_j^0 \times \mathbf{n}_j \times \mathbf{n}_j - i \sqrt{\mu \varepsilon_r} \mathbf{u}_j^0 \times \mathbf{n}_j \quad (2)$$

式中  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\mathbf{n}_k$  为  $\Omega_k$  的外法向,

$\mathbf{u}_k^0$  是第  $n$  步迭代的近似解,  $\mathbf{n}_j$  是与它相邻的  $\Omega_j$  的外法向,  $\mathbf{u}_j^0$  是相应的第  $n$  步迭代的近似解.利用有限差分对式(1)进行离散,可得到各子区域上关于各离散

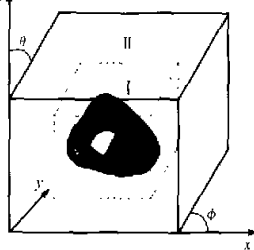


图1 自由空间三维散射体

点电磁场值的矩阵方程.求解各矩阵方程可得到各子区域的解,经过若干步的迭代以后,各子区域的解将收敛到一个固定的值,从而得到整个区域的解.文献[5,6]给出了区域分裂法的详细过程,此处不再赘述.

## 2.2 AWE 技术

由上面的分析可知,用区域分裂法求解三维散射问题最后归结为在各个子区域  $k$  中求解如下形式的稀疏矩阵方程:

$$\mathbf{A}_k(\bar{f}) \bar{\mathbf{x}}_k(\bar{f}) = \bar{\mathbf{b}}_k(\bar{f}) \quad (4)$$

式中  $\mathbf{A}_k$  是由差分格式形成的稀疏矩阵,  $\bar{\mathbf{x}}_k$  是所要求解的各离散点电磁场值构成的向量,  $\bar{\mathbf{b}}_k$  是由入射波形成的右端向量.这三个量都是归一化频率  $f$  的函数.按一般方法要得到 RCS 的频率响应特性需要改变入射波频率,用 FDFD-DDM 求得相应的等效表面电流和磁流,进而求得相应的 RCS 值.这样计算量将随着入射波频率取样点数的增加而增大,而 AWE 技术的使用能大大减少计算量.

由于 RCS 值只与散射体表面等效电流和磁流有关,所以可以把散射体表面各离散点的等效电流和磁流展开成关于归一化频率  $f$  的 Taylor 级数,即:

$$\mathbf{K}(\bar{f}) = \sum_{n=0}^{\infty} m_n (\bar{f}-1)^n \quad (5)$$

式中  $\mathbf{K}(\bar{f})$  是等效电流或磁流,也即散射体表面的切向磁场或电场;  $m_n = \frac{\mathbf{K}^{(n)}|_{f=f_0}}{n!}$  为 Taylor 级数展开的系数,为求得该系数,在方程(4)两边分别对  $\bar{f}$  求  $n$  阶导数得:

$$\mathbf{A}_k(\bar{f}) \mathbf{x}_k^{(n)}(\bar{f}) = \bar{\mathbf{b}}_k^{(n)}(\bar{f}) - \sum_{i=1}^n C_k^i [\mathbf{A}_k(\bar{f})]^{(i)} [\mathbf{x}_k(\bar{f})]^{(n-i)} \quad (6)$$

求解方程(6)可得到各子区域上各个离散点场值关于  $\bar{f}$  的  $n$  阶导数,再通过迭代得到整个区域上各点场值关于  $\bar{f}$  的  $n$  阶导数,从而可求出  $m_n$ .由于 Taylor 级数的收敛半径小,为了扩大收敛范围,可以通过 Padé 逼近将其转化为有理函数的形式:

$$\mathbf{K}(\bar{f}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\mathbf{K}_n^{(n)}(f_0)}{n!} (\bar{f}-1)^n = \frac{\sum_{l=0}^L a_l (\bar{f}-1)^l}{1 + \sum_{m=1}^M b_m (\bar{f}-1)^m} + O(\bar{f}^{L+M+1}) \quad (7)$$

式中,整数  $L$  和  $M$  分别为 Padé 有理逼近函数的零、极点阶数,一般当  $M = L+1$  时逼近的误差最小.系数  $a_l$  和  $b_m$  由下式确定:

$$\begin{bmatrix} m_L & m_{L-1} & \cdots & m_{L-M+1} \\ m_{L+1} & m_L & \cdots & m_{L-M+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ m_{L+M-1} & m_{L+M-2} & \cdots & m_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{L+1} \\ M_{L+2} \\ \vdots \\ M_{L+M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$a_l = \sum_{j=0}^l m_{l-j} b_j, \quad l=0, 1, \dots, L$$

求解方程(8)得到系数  $a_l (l=0, 1, \dots, L)$ ,  $b_m (m=1, 2, \dots, M)$  后即可得到表面各点等效电流和磁流关于  $(f-1)$  的解析表达式,进一步可得到任意频率入射波入射时表面等效电流和磁流的值,从而求得相应的 RCS 值,得到其频率响应特性.

## 3 数值结果与讨论

为了验证该算法的有效性,下面计算了三个不同性质立方柱的 RCS 频率响应特性.它们的尺寸都是  $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$ , 垂直极化波入射,采用 FDFD-DDM 解时,从柱体表面向外延伸 10 层网格处应用吸收边界条件.

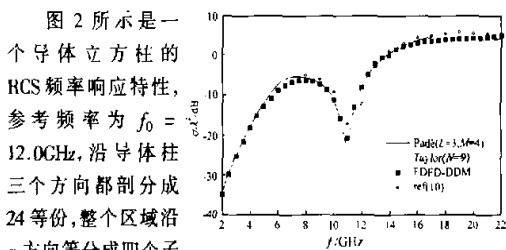


图2 导体立方柱 RCS 频率响应特性

Padé 逼近, Taylor 级数展开和直接求解各抽样频率点 RCS 值得到三组频率响应特性.从图中可以看出本文结果和文献结果吻合较好,证明了本文方法的正确性.另外用 Padé 逼近在整个频段内和文献结果吻合较好,而用 Taylor 级数展开只在很窄的范围内逼近较好,说明 Padé 逼近的收敛半径确实比 Taylor 级数展开的收敛半径大.就计算量而言,Padé 逼近中分子和分母多项式的阶数分别为  $L=3$ ,  $M=4$ , 而 Taylor 级数展开多项式阶数是  $N=9$ ,也就是只要用 FDFD-DDM 求解 9 次就

可得到整个频带内的 RCS 频率响应特性; 而如果以  $\Delta f = 0.1\text{GHz}$  作为频率间隔直接用 FDFD-DDM 求各抽样点的 RCS 值, 则需要求解 2000 次, 可见采用 AWE 技术使计算效率得到了显著的提高。图 3 给出了  $f_0 = 12.0\text{GHz}$  时, 有理函数分子和分母多项式阶数变化时逼近曲线的变化规律。从图中可以看出, 当 Padé 逼近中有理函数的分子和分母多项式阶数分别取  $L=2, M=3$  时就已经能得到很好的特性曲线。

图 4 所示是一个均匀各向同性介质立方柱的 RCS 频率响应特性, 立方柱的相对介电常数是  $\epsilon_r = 4.0$ , 垂直极化波入射, 参考频率为  $f_0 = 10.0\text{GHz}$ , 沿立方柱三个方向分别剖分 20 等份, 整个区域沿  $z$  方向等分成 3 个子区域, Padé 逼近中分子分母多项式阶数分别取  $L=2, M=3$ , 而 Taylor 级数展开多项式阶数是  $N=7$ 。

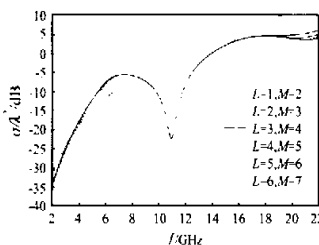


图 3 在 Padé 逼近中多项式取不同阶数时立方柱 RCS 频率响应特性 ( $f_0 = 12\text{GHz}$ )

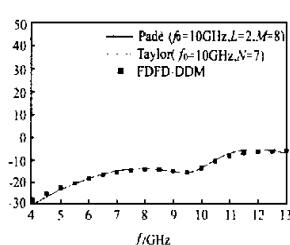


图 4 均匀各向同性介质立方柱 RCS 频率响应特性 ( $\epsilon_r = 4.0$ )

$$\bar{\epsilon}_r = \begin{bmatrix} 4.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 3.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 4.5 \end{bmatrix} \quad (9)$$

垂直极化波入射, 参考频率为  $f_0 = 10.0\text{GHz}$ , 沿立方柱三个方向分别剖分 20 等份, 整个区域沿  $z$  方向等分成 3 个子区域, Padé 逼近中分子分母多项式阶数分别取  $L=2, M=3$ , 而 Taylor 级数展开多项式阶数是  $N=7$ 。从图 4 和图 5 中都可以看出采用 AWE 技术和直接求解得到的 RCS 频率响应特性结果吻合较好, 从而证明了 AWE 技术的有效性。

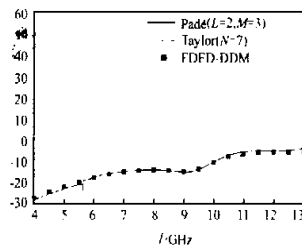


图 5 均匀各向异性介质立方柱 RCS 频率响应特性

## 4 结论

本文将渐进波形估计 (AWE) 技术和区域分裂法 (DDM) 相结合, 通过 Padé 逼近, 求得三维柱体表面等效电流和磁流关于入射波频率的解析表达式, 从而求得三维柱体的 RCS 的宽频带频率响应特性。文中使用该方法分别计算了导体、各向同性和各向异性介质立方柱的 RCS 频率响应特性, 计算结果表明, 采用 AWE 技术能够大大减少计算量, 而且采用 Padé 逼近所能得到的频率响应带宽比用 Taylor 级数展开得到的带宽要宽得多。

## 参考文献:

- [1] Ching-chuan Su. Electromagnetic scattering by a dielectric body with arbitrary inhomogeneity and anisotropy [J]. IEEE Trans., 1989, AP-37 (3): 384 - 389.
- [2] Allen Tarlove, Korand Umashankar. Radar cross section of general three-dimensional scatters [J]. IEEE Trans., 1983, EMC-25(4): 433 - 440.
- [3] Prodromos E. Atlamazoglou, Gerasimos C. Pagiatakis, Nikolaos K. Uzunoglu. A multilevel formulation of the finite-element method for electromagnetic scattering [J]. IEEE Trans., 1999, AP-47(6): 1071 - 1079.
- [4] Xin-Qing Sheng, Jian-Ming Jin, Jiming Song, Cai-Cheng Lu, Weng Cho Chew. On the formulation of hybrid finite-element and boundary-integral method for 3-D scattering [J]. IEEE Trans., 1998, AP-46(3): 303 - 311.
- [5] Jie Wang, Wei Hong. A fast domain decomposition method for electromagnetic scattering analysis of 3-D objects [A]. Asia Pacific Microwave Conference [C], Sydney, 2000: 424 - 427.

- [6] 汪杰, 尹雷, 洪伟. 区域分裂法及其在三维散射中的应用 [J]. 电波科学学报, 2000, 15(3): 334 - 338.
- [7] Tang Tak K, Nakhl Michel S. Analysis of high-speed VLSI interconnects using the asymptotic waveform evaluation technique [A]. IEEE Trans. CAD-S [C], 1992: 341 - 352.
- [8] Bracken J. Eric, Sun Din-Kow, Cendes Zoltan J. S-domain methods for simultaneous time and frequency characterization of electromagnetic devices [J]. IEEE Trans. 1998, MTT-46(9): 1277 - 1290.
- [9] Polstyanko Sergey V, Dyczij-Edlinger Romanus, Lee Jin-Fa. Fast frequency sweep technique for the efficient analysis of dielectric waveguides [J]. IEEE Trans. 1997, MTT-45(6): 1118 - 1126.
- [10] Reddy C J, Deshpande M D, et al. Fast RCS computation over a frequency band using method of moments in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique [J]. IEEE Trans., 1998, AP-46(8): 1229 - 1233.
- [11] Liang Jian, Hong Wei. S-parameter extraction of 3-D microwave structures by using 3-D FDFD method in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique [A]. IEEE AP-S [C], 1999: 1856 - 1859.

## 作者简介:



汪 杰 男, 1975 年 8 月出生于江苏泰兴。在读博士生。1996 年在东南大学无线电工程系获学士学位, 并于同年保送成为该系电磁场与微波技术专业硕士研究生, 1998 年 3 月提前攻读本专业博士学位。目前主要从事区域分裂算法在电磁问题中的研究。

洪 伟 见《电子学报》2000 年第 5 期 141 页。

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 ( Radar Cross Section, 简称 RCS ) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>