

文章编号:1008-8652(2008)03-029-04

# NURBS 曲面在电大尺寸 RCS 计算应用中的改进

武文 龚书喜

(西安电子科技大学 西安 710071)

**【摘要】** NURBS 曲面建模技术的应用是电磁散射计算中的重要研究内容。基于 NURBS 控制网格的剖分和规划处理, 简并相似的计算, 提出一种将基于 NURBS 建模的曲面转化为分段 Bezier 面片的高效算法, 简化了该过程的复杂度和计算量。结果表明该算法保持了良好的通用性和准确性, 且曲面次数越高, 控制顶点越多, 在计算量上的优势越明显。

**关键词:** 电磁散射计算; NURBS 曲面; Bezier 曲面

**中图分类号:** TP391.72      **文献标志码:** A

## Improvement on Application of NURBS Surface in Electrically Large RCS Computation

Wu Wen Gong Shuxi

(Xidian University, Xi'an 710071)

**Abstract:** Application of NURBS surface modeling technology is important in computation of electromagnetism scattering. A high efficient algorithm by converting surface based on NURBS modeling to segmental Bezier patches is proposed according to sub-section and programming processing based on NURBS control network as well as simple and similar computation, complexity and computation amount of electromagnetism scattering computation process are both decreased. Results show the algorithm has good universality and high accuracy; the higher degree of surface and the more control vertexes, advantage in computation amount will be more significant.

**Keywords:** electromagnetic scattering computation; NURBS surface; Bezier surface

## 1 引言

NURBS(非均匀有理 B 样条)曲面以其在建模方面的优势成为 CAD 软件采用的主流方法<sup>[1]</sup>。在电磁计算中采用 NURBS 技术建模不但可以提高目标的精度, 同时还可以避免繁琐的前置模型处理过程。但是由于它采用的是递推形式的 B 样条基函数, 直接对它进行数值计算比较困难。而 Bezier 曲面所采用的 Bernstein 多项式基具有更好的数值计算特性。因此采用一种高效的算法将 NURBS 曲面

转化为 Bezier 曲面来进行计算, 不失为一良好的解决办法<sup>[2]</sup>, 在电大目标的 RCS 预估等数值计算中可兼顾精度和速度。另外它们之间转换算法的研究, 对基于不同形式建模的工业产品设计之间的兼容问题也有很重要的意义。这一课题也因此得到国内外学者的广泛研究。1980 年 BOEHM 和 RIESEN-FELD 分别独立地提出了节点插入技术<sup>[3]</sup>。在此基础上 BOEHM 给出了非有理 B 样条曲线及曲面的 Bezier 控制顶点的生成算法<sup>[4]</sup>。之后王鸿曾针对 NURBS 曲线提出过一种优化算法解决了曲线的转化<sup>[5]</sup>, 经研究其对曲线递推算法的改进可以推广到

曲面中,但对曲面还是要根据其网格控制的特点从基础上改变处理方式才能有效提高繁琐的数值计算的效率,本文针对电磁计算中的实际需要,先根据节点矢量的信息将控制网格剖分,再进行分块处理,提出了一种将 NURBS 曲面转化为 Bezier 曲面的快速算法,避免了经典算法中对节点区间的重复处理,加速了转化过程,结果表明该算法易于实现,且转化后的曲面片拥有统一的数据存储方式,适合在数值计算中的大量应用。

## 2 曲线节点插入技术在曲面中的推广

### 2.1 NURBS 曲面

假设一张  $k \times h$  次 NURBS 曲面如下形式:

$$r(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} d_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,h}(v)}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \omega_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,h}(v)} \quad (1)$$

式中:  $d_{i,j}$  是控制网格( $m+1$  列  $n+1$  行)中第  $i$  列第  $j$  行的点。 $\omega_{i,j}$  是与顶点对应的权因子,  $N_{i,k}$  与  $N_{j,h}$  分别是  $u$  向  $k$  次和  $v$  向  $h$  次的规范 B 样条基, 分

$$\omega_{i,j}^{i,0} = \begin{cases} \omega_{i,j}^{i-1,0} & 0 \leq i' \leq i-k+s-1 \\ \alpha_{i,j}^{i,0} \omega_{i,j}^{i-1,0} + (1-\alpha_{i,j}^{i,0}) \omega_{i-1,j}^{i-1,0} & i-k+s \leq i' \leq i-r \\ \omega_{i,j}^{i-1,0} & i-r+1 \leq i' \leq n+s \end{cases} \quad (3)$$

$$d_{i,j}^{i,0} = \begin{cases} d_{i,j}^{i-1,0} & 0 \leq i' \leq i-k+s-1 \\ \alpha_{i,j}^{i,0} \omega_{i,j}^{i-1,0} d_{i,j}^{i-1,0} + (1-\alpha_{i,j}^{i,0}) \omega_{i-1,j}^{i-1,0} d_{i-1,j}^{i-1,0} & i-k+s \leq i' \leq i-r \\ d_{i,j}^{i-1,0} & i-r+1 \leq i' \leq n+s \end{cases} \quad (4)$$

其中  $s = 1, 2, \dots, l$ ,  $\omega_{i,j}^{0,0} = \omega_{i,j}$ ,  $d_{i,j}^{0,0} = d_{i,j}$

$$\alpha_{i,j}^{i,0} = \begin{cases} 1 & 0 \leq i' \leq i-k+s-1 \\ \frac{u_i - u_{i'}}{u_{i+k-s+1} - u_{i'}} & i-k+s \leq i' \leq i-r \\ 0 & i-r+1 \leq i' \leq m+s \end{cases} \quad (5)$$

以上对控制顶网格中的第  $j$  行沿  $u$  向  $l$  级递推,由图 1 所示,将虚线框中  $k-1$  个老顶点用实框中新顶点所替换,其余的老控制顶点不变。权值的处理方法同理可得。

当  $k+r = k$  时,实框中最后一行的控制顶点就合成一个点  $d_{r,n,j}^{i,0}$ 。

### 3 曲面的 NURBS 向分段有理 Bezier 表示形式的转化

#### 3.1 B 样条曲面转化为 Bezier 曲面的经典算法

别由节点矢量  $U, V$  按 Cox-DeBoor 递推公式决定。

#### 2.2 曲面上的节点插入技术

假设 NURBS 曲面的  $u$  向节点矢量,规范化后为  $U = [\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{k+1}, \underbrace{u_{k+1}, \dots, u_{i-r+1} = \dots = u_i, \dots, u_m}_{r}, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{k+1}]$ , 其中节点  $u_i (k < i < m+1)$  的重复度为  $r$ , 将  $u_i$  重复插入  $l$  次后,生成一组新的节点矢量,重新编号为  $U' = [\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{k+1}, \underbrace{u_{k+1}', \dots, u_{i-r}' = \dots = u_i', \dots, u_m'}_{r+l}, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{k+1}]$ 。

假定  $u$  为网格横向,  $v$  为纵向,则这个新的节点矢量  $U'$  决定了一组新的 B 样条基  $N_{i,k}'(u) (i' = 0, 1, \dots, m+l)$ , 则原来的 NURBS 曲面可以表示为:

$$r(u, v) = \frac{\sum_{i'=0}^{m+l} \sum_{j=0}^n \omega_{i',j}^{i,0} d_{i',j}^{i,0} N_{i',k}'(u) N_{j,h}(v)}{\sum_{i'=0}^{m+l} \sum_{j=0}^n \omega_{i',j}^{i,0} \omega_{i',j}^{i,0} N_{i',k}'(u) N_{j,h}(v)} \quad (2)$$

以控制网格中的第  $j$  行为例,新控制顶点  $d_{i',j}^{i,0}$  和权值  $\omega_{i',j}^{i,0}$  可由老控制顶点和权值按下面的公式计算:

$$d_{i',j}^{i,0} = \frac{d_{i,j}^{i-1,0}}{\omega_{i,j}^{i-1,0}} \quad (3)$$

$$\omega_{i',j}^{i,0} = \frac{\omega_{i,j}^{i-1,0} \omega_{i,j}^{i-1,0} d_{i,j}^{i-1,0} + (1-\omega_{i,j}^{i-1,0}) \omega_{i-1,j}^{i-1,0} d_{i-1,j}^{i-1,0}}{\omega_{i,j}^{i-1,0}} \quad (4)$$

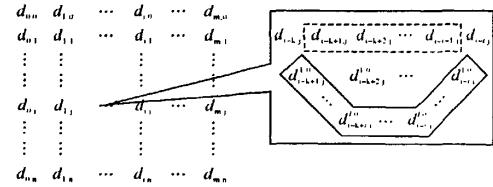


图 1 控制网格第  $j$  行控制顶点的  $l$  级递推示意图

对于  $k$  次 B 样条曲线的节点矢量满足端点重复度为  $k+1$ , 内部节点的重复度为  $k$  时, 则 B 样条曲线就是一段有理 Bezier 曲线, 重复节点之间的一段曲线就是一个有理 Bezier 曲线, 基于此对于曲面的情况 BOEHM 提出过这样的思路: 对控制网格( $k \times h$ )逐行利用曲面节点插入技术直到每一行对应的  $u$  向内部节点( $u_{k+1}, \dots, u_m$ )的重复度全部达到  $k$ , 则

将生成一张新的控制网格定义其为中间网格。再对这中间网格逐列执行插入算法直到每一列对应的  $v$  向内节点全达到  $h$  重，则整个中间网格最终可转换成 Bezier 网格。本文经过研究，提出了一种改进的优化算法，可简化整个转换过程。

### 3.2 电磁散射计算中曲面的 NURBS 到 Bezier 转换的优化算法

在电大尺寸的 RCS 计算中，要求在 NURBS 曲面转化过程简单易于实现计算量尽量的小，并且转化后的 Bezier 曲面片最好都能够拥有单独的控制网格信息和规范的数据存储方式，以便于后续的计算。上述“逐行”，再“逐列”的经典算法直接从控制网格入手，不但过程繁琐，计算量大，节点区间存在着重复处理而且对结果还需要进一步的处理来寻找相应的控制网格信息。

由(3)、(4)式知，NURBS 控制网格的  $u$  向插值运算中的递推过程在不同的控制行里的步骤相同，即递推涉及的控制顶点及权因子在每一行中对应相同的序号，且由(5)式知  $a_{i,0}^{i,0} = a_{i,1}^{i,0} = \dots = a_{i,j}^{i,0} = \dots = a_{i,n}^{i,0}$ ，基于这一特点，处理 NURBS 曲面时，如果从节点矢量入手，先根据内部非空节点区间的情况将控制网格剖分，这样可在转化过程中实现分片处理的方法，同时也可使结果直接反映出曲面片的个数，有利于后面的电磁计算的展开。这样的方法也可以形象的比喻为切蛋糕的过程。

先对  $u$  向寻找非空节点区间段，最多可找出  $m-k$  个区间，根据找到区间将控制网格沿  $u$  向划分成对应的网格片，由于在“片”内每一行的曲面节点插入过程均一样，因此分片处理可以简并相同递推量的计算，将整“片”对应的节点矢量区间两端节点插值为  $k$  次重复度后即完成了对一个“片”的转化，同理依次从左到右直到所有的“片”都被处理完，如图 2 所示，则生成过渡网格，对整个过渡网格进行  $v$  向

分“片”，同理处理所有的片，最后将生成一系列 Bezier 控制网格。这样一种处理方式下使插入算法原来要处理的  $(m-k)(n+1) + (n-h)(m+1)$  个节点区间的情况缩减为  $(m-k) + (n-h)$  个，减少了节点插入的次数，避免重复的递推过程，另外在对行执行节点插入计算时，进一步再将 B 样条曲线递推算法中不同级之间递推系数的关系推广到曲面上后，有  $a_{b-k+i,j}^{i,0} = a_{b-k+h+1,j}^{i,0} = \dots = a_{b-r_i+1,j}^{i,0} = a_{b-r_i,j}^{i,0}$ ，同理对  $v$  向，这样以来可使需要计算的  $(n+1) \times \sum_{i=k+1}^m \frac{(k-r_i) \times (k-r_i+1)}{2}$  个横向递推系数  $a_{i,j}^{i,0}$  和  $(m+1) \times \sum_{j=h+1}^n \frac{(h-r_j) \times (h-r_j+1)}{2}$  个纵向递推系数  $a_{i,j}^{0,j}$  的计算减小到  $\sum_{i=k+1}^m (k-r_i)$  和  $\sum_{j=h+1}^n (h-r_j)$  次。其中  $r_i, r_j$  分别为  $u$  向的第  $i$  个节点和  $v$  向的第  $j$  个节点的重复度。

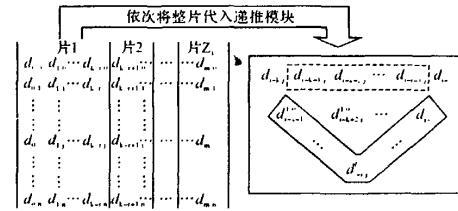
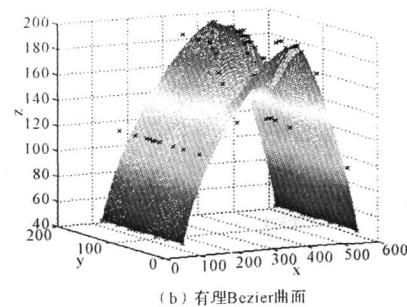
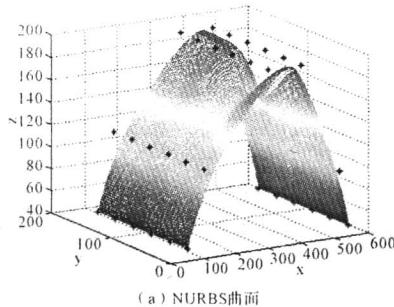
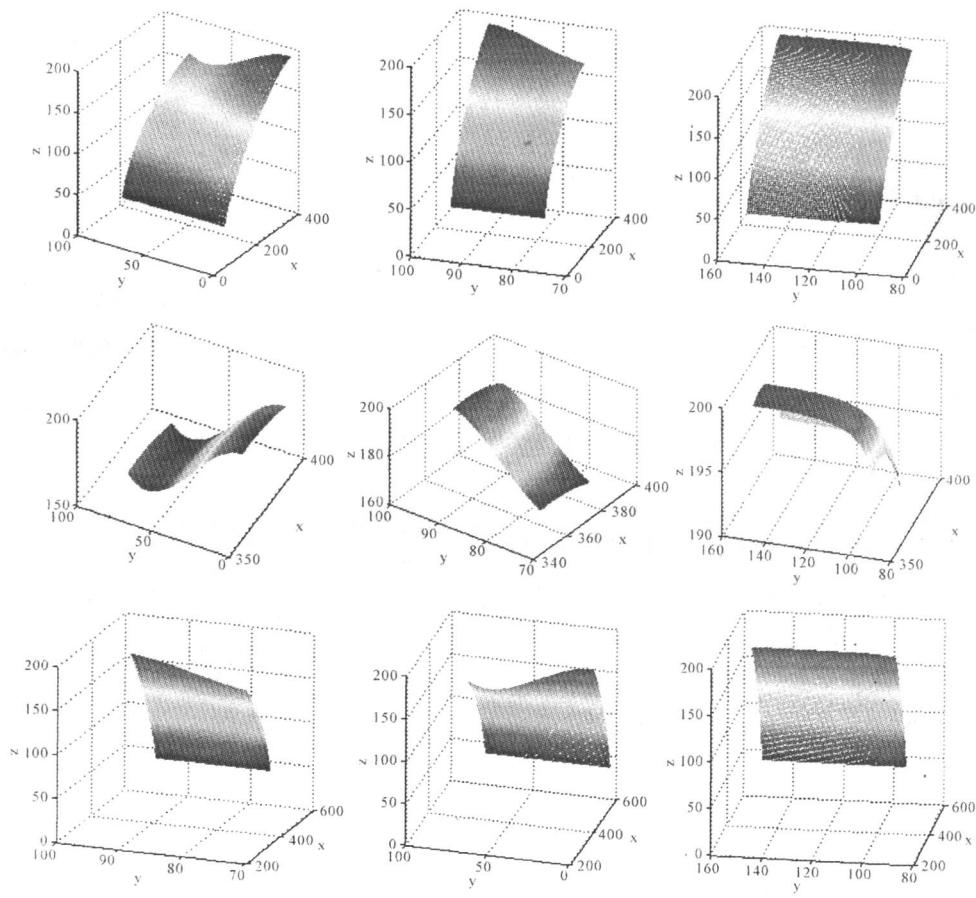


图 2 对控制网格进行  $u$  向分片处理

### 4 算例

以文献[6]中的图形数据为例，利用 MATLAB，按其 NURBS 表示生成的图形，见图 3(a)，应用本文的算法将其转化为分段有理 Bezier 形式后生成的图形，见图 3(b)，分片的情况如图 3(c)所示，与原 NURBS 曲面相同。但曲面拼接处的光滑性会降低，对于 RCS 计算而言，对目标的光滑性要求不高，不会影响计算结果。





(c) 分片的情况

图3 转化前后对比图

## 5 结束语

本文提出的算法在曲面次数高,形状复杂,控制顶点数大,面片数量多的情况下优势尤为明显。由于Bezier在数值计算方面的稳定性和简洁性,因此采用NURBS技术来进行几何建模,再用本文的算法将其转化为分段Bezier表示形式来进行数值计算,在不损失模型精度的同时,提高了整个工程计算的速度和可靠性。另外本文对控制顶点“分块”处理的方法可应用于NURBS曲面的生成算法中,提高效率。

### 参考文献:

- [1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理B样条[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [2] Perez J, Catedra M F. Application of physics

optics to the RCS Computation of Bodies Modeled with NURBS Surfaces [J]. IEEE Trans on Antennas Propagation, 1994, 42 (10):1404—1411.

- [3] BOEHM W. Inserting new knots into B-spline curves[J]. Computer Aided Design, 1980, 12(4):199—201.
- [4] BOEHM W. Generating the Bezier points of B-spline curves and surfaces[J]. Computer Aided Design, 1981, 13(6):365—366.
- [5] 王鸿. NURBS 曲线转化为 Bezier 表示形式的快速算法[J]. 西安公路交通大学学报, 2000, 20(3):120—122.
- [6] 李德信, 谢敬, 贾杰. NURBS 曲面权因子及其应用研究[J]. 西安理工大学学报, 2004, 20 (2):154—158.

## 雷达散射截面 (RCS) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### ● 更多培训课程:

#### ● HFSS 培训课程

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

#### ● CST 培训课程

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

#### ● 天线设计培训课程

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>