

# 基于矩量法的目标宽带 RCS 快速计算

陈明生 孙玉发

(安徽大学·电子科学与技术学院, 安徽合肥, 230039)

**摘要:** 在目标宽带电磁散射特性分析中引入切比雪夫逼近理论, 通过快速求解给定频带内的切比雪夫节点和节点处目标的表面电流分布, 获得了频带内任意频率点的电流分布, 从而实现了目标宽带雷达散射截面的快速计算。将计算结果与矩量法逐点计算的结果进行了比较, 结果表明: 本文方法的使用使得计算效率大大提高。

**关键词:** 矩量法, 切比雪夫逼近, 宽带雷达散射截面

## Fast computation of wide-band radar cross section based on method of moments

Chen Ming-Sheng Sun Yu-Fa

(School of Electronic Science and Technology, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

**Abstract:** Chebyshev approximation theory was applied to the scattering analysis of arbitrary shaped perfect electric conductors over a wide frequency band. The nodes of Chebyshev within a given frequency range were found firstly, and the surface electric currents at these nodes were computed by the method of moments. In the presented method, the surface current on the perfect electric conductor is expanded in a rational function via the Chebyshev approximation. Using this function, the electric current distribution can be obtained at any frequency within the given frequency range, which is used to compute the scattered fields and the wide-band radar cross section (RCS). The numerical results presented in this paper were compared with the results obtained by the method of moments at each frequency. It was shown that the computational efficiency was improved greatly.

**Key words:** method of moments, Chebyshev approximation, wide-band radar cross section

在计算电磁学中, 矩量法 (MOM)<sup>[1]</sup> 是一种非常有效的方法, 它能精确预测任意目标的雷达散射截面 (RCS)。但矩量法每次计算只能得到一个频率点的 RCS, 而在雷达目标识别中, 需要目标的宽带 RCS 以产生一维距离像和合成孔径雷达像。与其它频域方法一样, 为了获得目标的宽带 RCS, 应用矩量法就必须在给定频带内的每个频率点上逐点计算, 当目标的 RCS 随着频率变化剧烈时, 必须以很小的频率间隔计算才能得到精确的频率响应, 这就意味着在整个频带内矩阵方程求解次数的增加, 占用了大量的 CPU 时间。近年来, 应用矩量法求解目标宽带雷达散射截面的方法主要是渐近波形估计 (AWE) 技术<sup>[2]</sup>, 该方法的主要思想是通过求解电、磁场积分方程, 得到展开频率点的导体表面电流密度, 通过泰勒级数展开以及 padé 近似获得频带内任意频率点的导体表面电流密度, 进而计算出散射场和 RCS。该方法的使用使得计算效率大大提高, 但该方法的有效计算频带受到泰勒级数的和 padé 近似本身性质的限制, 而且计算过程中需要存储稠密阻抗矩阵的多阶导数, 占用了大量内存。切比雪夫逼近<sup>[3]</sup> (又名最佳一致逼近) 是由俄国数学家切比雪夫提出, 近年来广泛应用于天线阵列的设计和电磁场领域<sup>[4]</sup>。本文将该理论应用于目标宽带电磁散射特性分析中, 通过坐标变换, 在给定的频带中计算出切比雪夫节点, 应用矩量法计算出节点处的等效电流, 然后通过切比雪夫逼近快速获得目标在该频带内任意频率点的表面电流, 从而实现了目

标宽带 RCS 的快速计算。数值计算表明：本文方法的使用使得计算效率大大提高。

## 1 理论

应用矩量法可将电磁、场积分方程离散成矩阵方程

$$Z(k)I(k) = V(k) \quad (1)$$

式(1)中  $Z$  为阻抗矩阵,  $V$  为激励向量。

求解式(1), 只能得到一个频率点的目标表面电流。为了得到给定频带内的任一频率点的电流分布, 就必须反复求解(1)式。为此, 本文引入了切比雪夫逼近理论来分析目标宽带电磁散射特性。

切比雪夫最佳一致逼近的基本思想是, 对于给定区间  $[a, b]$  上的连续函数  $f(x)$ , 在所有  $n$  次多项式的集合  $\xi_n$  中, 寻找一多项式  $\hat{p}(x)$ , 使它在  $[a, b]$  上对  $f(x)$  逼近的偏差和其他一切属于  $\xi_n$  的多项式  $p(x)$  对  $f(x)$  逼近的偏差相比是最小, 即

$$\max_{a \leq x \leq b} |\hat{p}(x) - f(x)| = \min \{ \max_{a \leq x \leq b} |p(x) - f(x)| \} \quad (2)$$

在目标宽带电磁散射特性分析中, 对于给定频带  $f \in [f_a, f_b]$ ,  $k \in k \in [k_a, k_b]$  先作坐标变换, 令

$$\tilde{k} = \frac{2k - (k_a + k_b)}{k_b - k_a} \quad (\tilde{k} \in [-1, 1]) \quad (3)$$

则有:

$$I(k) = I\left(\frac{\tilde{k}(k_b - k_a) + (k_b + k_a)}{2}\right) \quad (4)$$

设  $T_l(\tilde{k})$  ( $l = 1, 2, \dots, n$ ) 为  $l$  阶切比雪夫多项式, 其定义如下:

$$T_0(\tilde{k}) = 1, \quad T_1(\tilde{k}) = \tilde{k} \quad (5)$$

$$T_{n+1}(\tilde{k}) = 2\tilde{k}T_n(\tilde{k}) - T_{n-1}(\tilde{k}) \quad (n \geq 2) \quad (6)$$

则  $I(k)$  在  $[k_a, k_b]$  内的切比雪夫逼近为

$$I(k) = I\left(\frac{\tilde{k}(k_b - k_a) + (k_b + k_a)}{2}\right) \approx \sum_{l=1}^n c_l T_{l-1}(\tilde{k}) - \frac{c_1}{2} \quad (7)$$

若  $\tilde{k}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 为  $T_n(\tilde{k})$  ( $\tilde{k} \in [-1, 1]$ ) 的  $n$  个零点, 则

$$c_l = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n I(k_i) T_{l-1}(\tilde{k}_i) \quad (8)$$

其中  $k_i$  为  $[k_a, k_b]$  中的切比雪夫节点, 且

$$k_i = \frac{\tilde{k}_i(k_b - k_a) + (k_a + k_b)}{2} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

总之, 对于目标表面电流  $I(k)$  ( $k \in [k_a, k_b]$ ) 的  $n$  阶切比雪夫逼近, 可先求出  $T_n(\tilde{k})$  ( $\tilde{k} \in [-1, 1]$ ) 的  $n$  个零点  $\tilde{k}_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 根据 (9) 式, 求得  $I(k)$  在  $[k_a, k_b]$  内的  $n$  个节点  $k_i$ , 用矩量法结合离散小波变换快速求解出  $k_i$  处的电流  $I(k_i)$ , 再代入 (8) 式求出  $c_l$ , 便可得到整个频带内的表面电流近似解, 进而求出宽带 RCS。

## 2 计算实例

为了验证本文方法的有效性, 首先对 TM 平面波垂直入射到无限长理想导体三角柱上的 RCS 频率响应进行了计算。三角柱两直角边长  $a=8\text{cm}$ , 计算频率为  $10\text{GHz} \sim 50\text{GHz}$ , 使用切比雪夫逼近 (阶数  $n=8$ ) 得到的结果与矩量法逐点计算的结果比较如图 1 所示。然后对 TM 波以  $30^\circ$  角斜入射到边长  $a=3\text{cm}$ 、间距  $d=2\text{cm}$  的 4 个导体方柱的 RCS 频率响应进行了计算, 计算频带为  $25\text{GHz} \sim 30\text{GHz}$ , 结果如图 2 所表示。

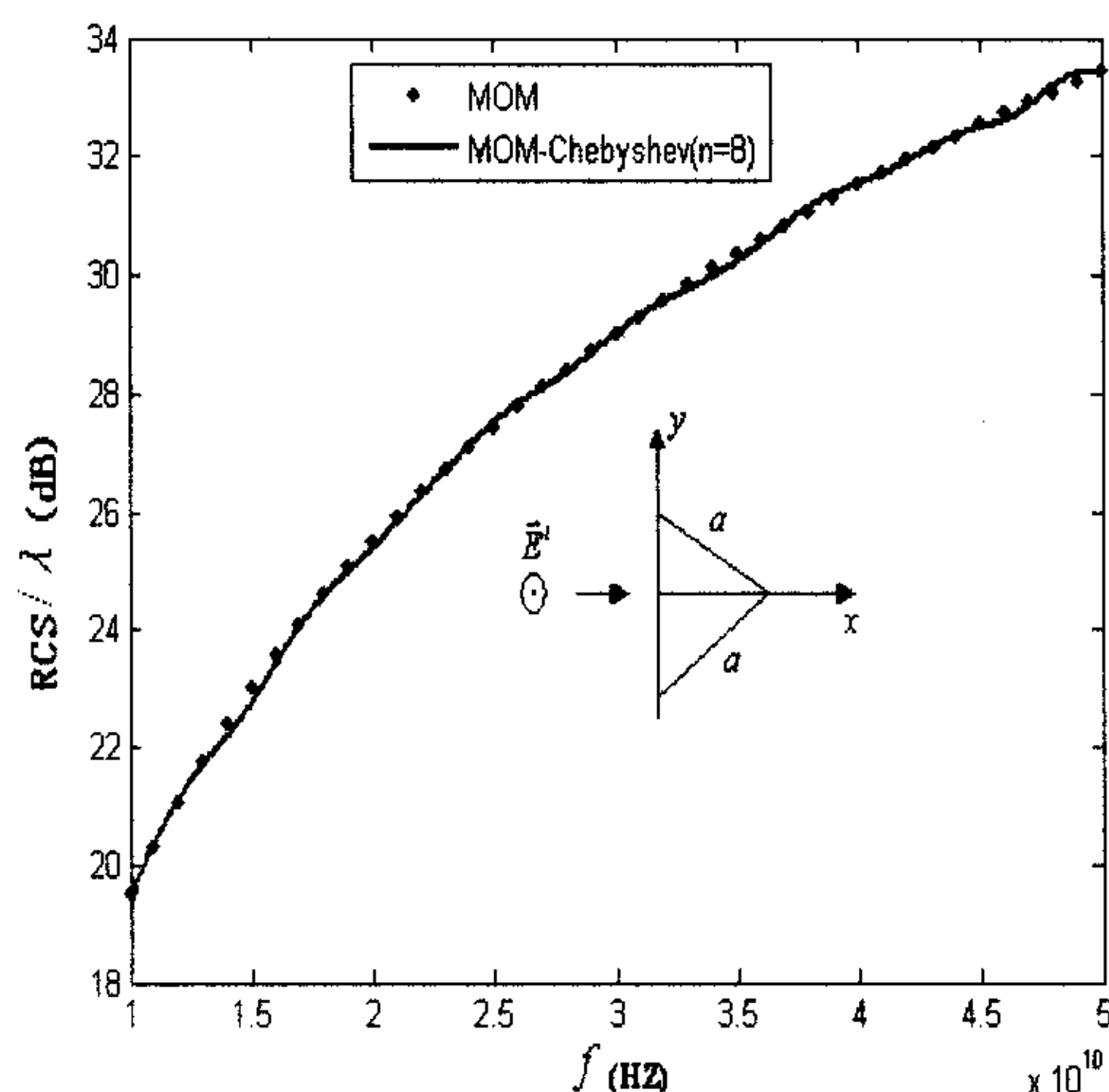


图 1 三角柱 RCS 与频率间的关系

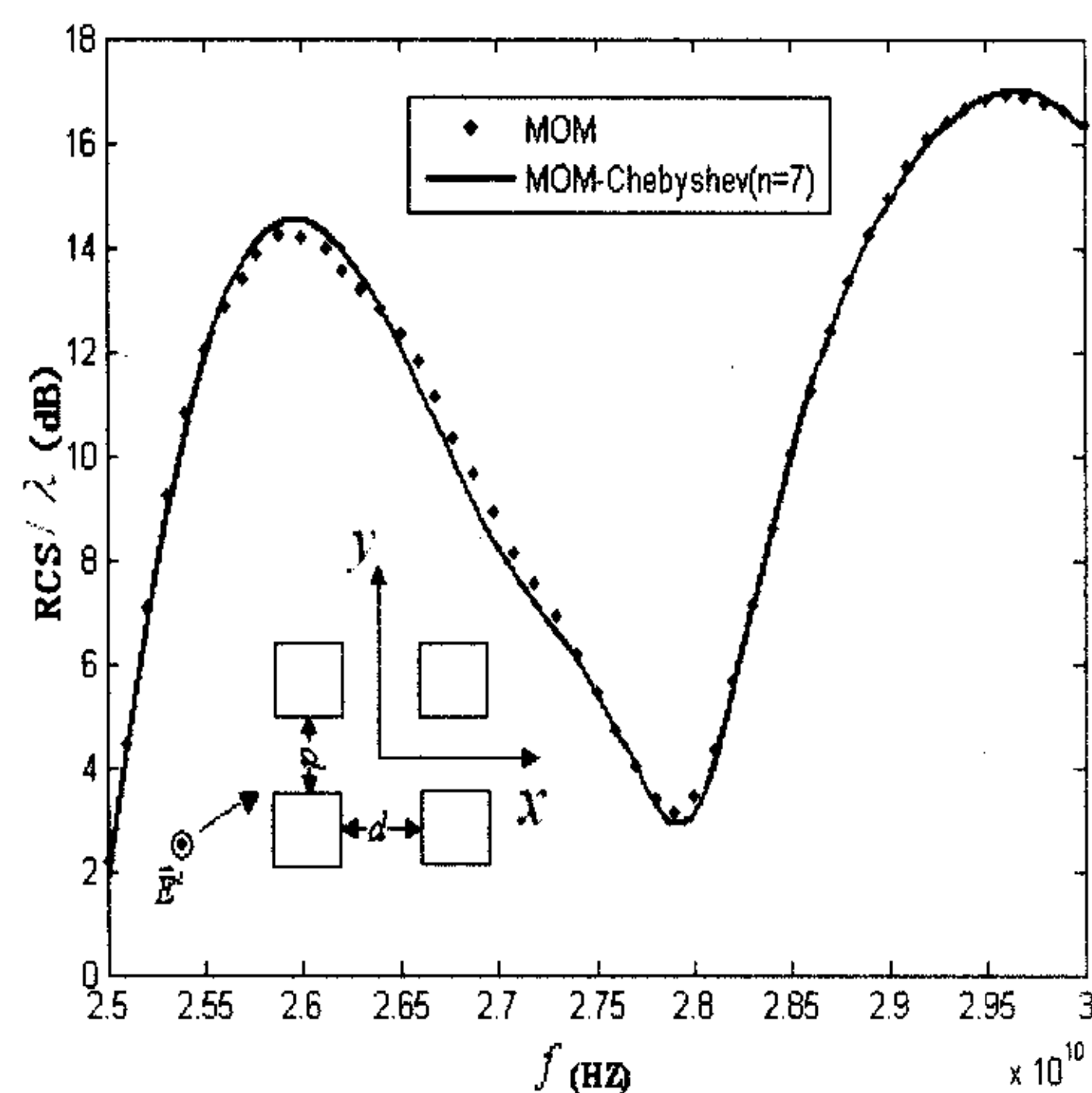


图 2 多导体方柱的 RCS 与频率间关系

最后, 对 TM 平面波以  $45^\circ$  角斜入射到无限长导体条上的 RCS 频率响应进行了计算, 图 3 导体条的宽  $w=1\text{cm}$ , 厚度  $d=0.1\text{cm}$ , 计算频带为  $10\text{GHz} \sim 80\text{GHz}$ , 切比雪夫逼近阶数分别为  $n=6$ ,  $n=7$ 。图 4 导体条的宽  $w=5\text{cm}$ , 厚度  $d=0.1\text{cm}$ , 计算频带为  $20\text{GHz} \sim 40\text{GHz}$ , 切比雪夫逼近阶数为  $n=7$ , 渐近波形估计中 Taylor 级数展开的阶数也为  $n=7$ 。由图 4 可见, 在取同样阶数的条件下, 切比雪夫逼近要比渐近波形估计中 padé 逼近的效果明显。此外, 由于切比雪夫逼近方法不需要存储阻抗矩阵元素的  $i$  ( $i=1, 2, 3 \dots n$ ) 阶导数, 所以需要

的内存量大大减少。

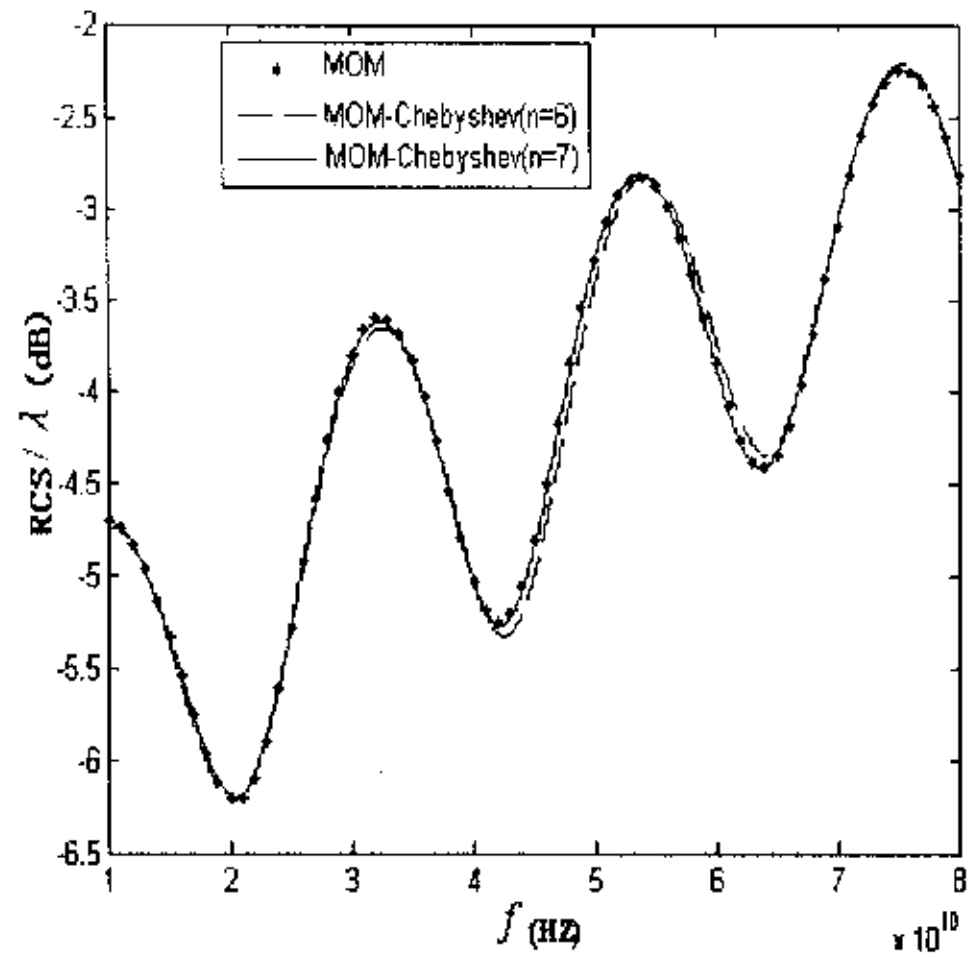


图3 导体条 RCS 与频率间的关系

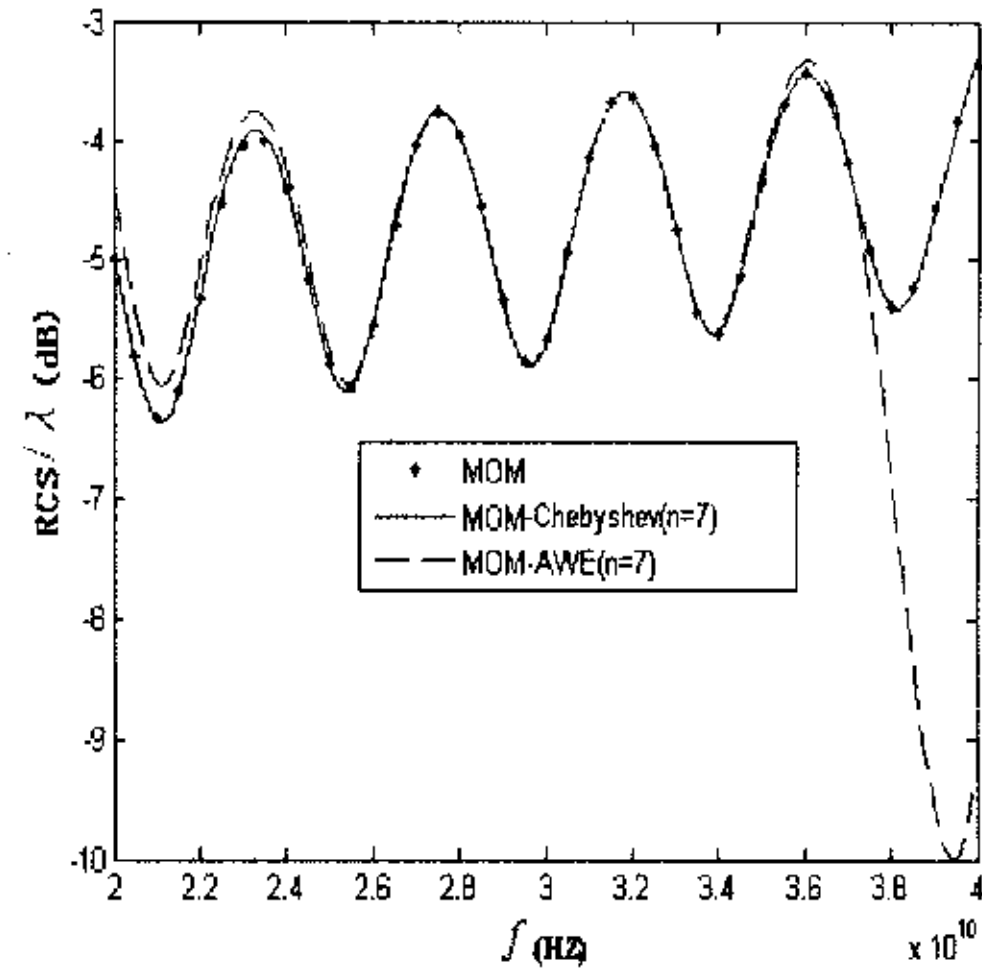


图4 导体条的 RCS 与频率间关系

MOM-Chebyshev 方法与传统 MOM 的计算时间比较如表 1 所列，所有计算均在 PIII1G/256MB 的 PC 机上完成。由此可见：MOM-Chebyshev 方法的使用使得计算效率大大提高。

表 1 CPU 时间比较 (单位: 秒)

算 法	图 1		图 2		图 3	
	CPU 时间 (s)	频率点	CPU 时间 (s)	频率点	CPU 时间(s)	频率点
MOM	414.32	41	1371.24	51	56.43	71
DWT-Chebyshev	92.37	401	196.45	501	6.89	701

3 结束语

本文给出了快速计算目标宽带 RCS 的 MOM-Chebyshev 方法。通过坐标变换，求得在给定切比雪夫逼近阶数情况下的频带内的节点位置，应用矩量法在节点处求解电场积分方程，获得节点处的目标表面电流密度，通过切比雪夫逼近求出频带内任意频率点的目标表面电流密度，进而计算出散射场和 RCS。与传统方法相比较，本文方法的应用在未增加存储空间的情况下，极大地提高了计算效率。

参考文献

[1] R.F. Harrington. 计算电磁场的矩量法[M]. 王尔杰, 肖良勇译. 北京: 国防工业出版社,1981.

[2] 孙玉发, 徐善驾, “应用渐近波形估计技术快速计算宽带雷达散射截面”, 红外与毫米波学报, 2002, 21 (6): 469-472

[3] M. A. Hernández, “Chebyshev's approximation algorithms and applications”, *Computers & Mathematics with Applications, Volume 41, Issues 3-4, pp: 433-445, February 2001.*

[4] Hans De Raedt; Michielsen, K.; Kole, J.S.; Figge,M.T.; “Solving the Maxwell Equations by the Chebyshev Method: A One-Step Finite-Difference Time-Domain Algorithm”, *IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51,pp:3155-3160, NOV. 2003.*

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>