

# 用 MBPE 快速计算三维导体 RCS 的频空特性<sup>1</sup>

万继响 张 玉 梁昌洪

(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

**摘要:** 该文系统研究了 MBPE 技术求解三维理想导体雷达散射截面 (RCS) 的宽频带特性。通过把电流在感兴趣的频率点处采用泰勒级数或者 Padé 有理函数展开, 来获得理想导体某频带范围内的电流, 从而可求出宽带雷达散射截面。同时, 该文还将有理逼近应用于 RCS 的空域和频域双内插, 数值结果表明 MBPE 技术获得的结果与确切解在宽频带、大角度范围内吻合良好, 计算效率大大提高。

**关键词:** MBPE, 雷达散射截面, Padé 有理函数

**中图分类号:** O441    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1009-5896(2003)12-1682-06

## Applications of MBPE for RCS Fast Calculation of 3D PEC Objects

Wan Ji-xiang Zhang Yu Liang Chang-hong

(Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract** An implementation of the Model Based Parameter Estimation(MBPE) technique is presented for obtaining the RCS frequency response of arbitrarily shaped Perfect Electric Conductor (PEC) bodies. The electric current is expanded in a Taylor series or Padé rational function around the frequency of interest, thus the scattering field is obtained over the bandwidth. Rational function fitting model is also used for the interpolation of RCS in both spatial domain and frequency domain. A good agreement can be seen between MBPE and the exact solution, and the computational burden is significantly reduced.

**Key words** MBPE, RCS, Padé rational function

## 1 引言

采用电场积分方程 (EFIE) 的矩量法在准确求解任意形状三维导体的雷达散射截面 (RCS) 方面有着十分广泛的应用。矩阵方程的建立和求解是矩量法中两个主要的计算量比较大的操作。为了用矩量法 (MOM) 获得目标的频带响应, 人们不得不对感兴趣的频带内的每个频点进行重复计算。如果某些 RCS 对频率的依赖性很强, 比如谐振问题, 人们就需要以较为精密的频率间隔来获得比较准确的 RCS 响应。这对于电大尺寸物体来说, 计算量太大, 可能超过目前计算机的资源限制。为解决这一难题, 本文首先研究了 MBPE<sup>[1]</sup>(Model Based Parameter Estimation) 技术在求解任意形状理想导电体散射场的频带响应特性方面的应用。由于不需要通过重复求解矩阵方程来获得频带内的电流系数, 因而大大节省了在求解 RCS 宽频带特性时的计算量, 提高了计算效率。此外, 本文还研究了针对计算数据的 MBPE 频空两域双内插技术, 采用较少计算数据很好地重建了 RCS 频空两域特性。因此, 本文对 MBPE 技术在目标散射特性快速计算方面的应用做了比较系统的研究。

<sup>1</sup> 2002-06-07 收到, 2002-12-26 改回  
国家自然科学基金重点项目 (69931030) 资助课题

## 2 应用电场积分方程的矩量法

### 2.1 电场积分方程 (EFIE)

假设平面波从  $(\theta_i, \phi_i)$  方向入射 (如图 1 所示), 根据导体表面  $S$  上切向电场连续条件, 可得到电场积分方程 EFIE:

$$-\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})_{\tan} = [-j\omega \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla \Phi(\mathbf{r})]_{\tan}, \quad \mathbf{r} \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})$  是入射场,  $\mathbf{A}, \Phi$  是势函数.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{s}' \quad (2)$$

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{-1}{4\pi j\omega\epsilon} \int_S \nabla'_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{jkR}}{R} d\mathbf{s}' \quad (3)$$

$$\mathbf{E}^{\text{inc}} = \mathbf{E}_i \exp[j(k_x x + k_y y + k_z z)], \quad \mathbf{E}_i = \hat{x} E_{xi} + \hat{y} E_{yi} + \hat{z} E_{zi},$$

$$E_{xi} = \cos(\theta_i) \cos(\phi_i) \cos(\alpha) - \sin(\phi_i) \sin(\alpha), \quad E_{yi} = \cos(\theta_i) \sin(\phi_i) \cos(\alpha) + \cos(\phi_i) \sin(\alpha),$$

$$E_{zi} = -\sin(\theta_i) \cos(\alpha), \quad k_x = k \sin(\theta_i) \cos(\phi_i), \quad k_y = k \sin(\theta_i) \sin(\phi_i), \quad k_z = k \cos(\theta_i),$$

$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ ,  $k$  是与任意频率  $f$  对应的波数.  $\alpha$  代表入射场的极化角.

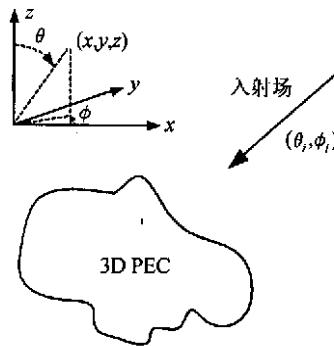


图 1 任意形状的 3 维散射体

### 2.2 矩量法求解积分方程

选用 RWG<sup>[2]</sup> 基函数, 采用 Galerkin 法, 对方程式 (1) 两边作矢量内积:

$$\langle \mathbf{E}^i, \mathbf{f}_m \rangle = j\omega \langle \mathbf{A}, \mathbf{f}_m \rangle + \langle \nabla \Phi, \mathbf{f}_m \rangle \quad (4)$$

式中  $\mathbf{f}_m$  是测试函数。

经过推导, 可写出矩阵方程:

$$\mathbf{Z}(k) \mathbf{I}(k) = \mathbf{V}(k) \quad (5)$$

式中  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_{mn}]$  为  $N \times N$  矩阵,  $\mathbf{I} = [I_n]$  和  $\mathbf{V} = [V_m]$  为  $N$  维列向量。

求解出矩阵方程后, 利用格林函数理论不难求出计算目标的散射场以及雷达散射截面。

### 3 MBPE 的实现

求解矩阵方程可以得到某个特定频率上的电流系数  $I(k_0)$ ，而整个频带内的电流系数可以通过 Padé 逼近展开为有理函数：

$$I(k) = \sum_{i=0}^L a_i(k - k_0)^i / \left( \sum_{j=0}^M b_j(k - k_0)^j \right) \quad (6)$$

式中  $a_0 = I(k_0)$ ,  $b_0 = 0$ , 其余系数  $a_i, b_j$  可以通过求解方程：

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & -M_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & -M_1 & -M_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -M_L & -M_{L-1} & \cdots & -M_{L-M-1} \\ 0 & \cdots & -M_{L+1} & -M_L & \cdots & -M_{L-M} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -M_{L+M-1} & -M_{L+M-2} & \cdots & -M_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_L \\ b_1 \\ \vdots \\ b_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_L \\ M_{L+1} \\ \vdots \\ M_{L+M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

得到，式中

$$M_n = Z^{-1}(k_0) \left[ \frac{V^{(n)}(k_0)}{n!} - \sum_{q=0}^n \frac{(1 - \delta_{q0}) Z^{(q)}(k_0) M_{n-q}}{q!} \right] \quad (8)$$

$$\delta_{q0} = \begin{cases} 1, & q = 0 \\ 0, & q \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$Z^{(q)}(k_0)$  是  $Z$  关于  $k$  的  $q$  次导数在  $k_0$  处的值，类似地， $V^{(n)}(k_0)$  是  $V(k)$  关于  $k$  的  $n$  次导数在  $k_0$  处的值。

如果电流仅仅在一个频率点上展开，那么上述方法就是 AWE<sup>[3,4]</sup>(Asymptotic Waveform Evaluation) 技术。如果知道电流在多个频率点上的频率导数，那么就可以利用多个频率信息来展开电流<sup>[1]</sup>，假设两个频率  $f_1$ (波数  $k_1$ ) 和  $f_2$ (波数  $k_2$ )，各求解四次导数，那么就有 10 个数据(2 个频率采样数据，8 个频率导数采样数据)，可用来求解  $L = 5$  及  $M = 4$  的有理函数的展开系数。令  $k_0 = 0$ ，将式(6)在每个频率点分别求导四次并整理可得：

$$\begin{bmatrix} 1 & k_1 & k_1^2 & k_1^3 & k_1^4 & k_1^5 & -I_1^{(0)} k_1 & -I_1^{(0)} k_1^2 & -I_1^{(0)} k_1^3 & -I_1^{(0)} k_1^4 \\ 0 & 1 & 2k_1 & 3k_1^2 & 4k_1^3 & 5k_1^4 & M_2 \_7 & M_2 \_8 & M_2 \_9 & M_2 \_10 \\ 0 & 0 & 2 & 6k_1 & 12k_1^2 & 20k_1^3 & M_3 \_7 & M_3 \_8 & M_3 \_9 & M_3 \_10 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24k_1 & 60k_1^2 & M_4 \_7 & M_4 \_8 & M_4 \_9 & M_4 \_10 \\ 0 & 0 & 0 & 24 & 120k_1 & M_5 \_7 & M_5 \_8 & M_5 \_9 & M_5 \_10 & \\ 1 & k_2 & k_2^2 & k_2^3 & k_2^4 & k_2^5 & -I_2^{(0)} k_2 & -I_2^{(0)} k_2^2 & -I_2^{(0)} k_2^3 & -I_2^{(0)} k_2^4 \\ 0 & 1 & 2k_2 & 3k_2^2 & 4k_2^3 & 5k_2^4 & M_7 \_7 & M_7 \_8 & M_7 \_9 & M_7 \_10 \\ 0 & 0 & 2 & 6k_2 & 12k_2^2 & 20k_2^3 & M_8 \_7 & M_8 \_8 & M_8 \_9 & M_8 \_10 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24k_2 & 60k_2^2 & M_9 \_7 & M_9 \_8 & M_9 \_9 & M_9 \_10 \\ 0 & 0 & 0 & 24 & 120k_2 & M_{10} \_7 & M_{10} \_8 & M_{10} \_9 & M_{10} \_10 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^{(0)} \\ I_1^{(1)} \\ I_1^{(2)} \\ I_1^{(3)} \\ I_1^{(4)} \\ I_2^{(0)} \\ I_2^{(1)} \\ I_2^{(2)} \\ I_2^{(3)} \\ I_2^{(4)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中  $M_{ij}$  的值可以参考文献 [1]( $i = 2 \sim 5, 7 \sim 10$ ;  $j = 7 \sim 10$ )，且

$$I_1^{(m)} = \frac{d^m}{dk^m} I(k)|_{k=k_1}, \quad I_2^{(m)} = \frac{d^m}{dk^m} I(k)|_{k=k_2} \quad (11)$$

## 4 MBPE 的频空两域双内插

为了简明, 我们重写 Padé 有理分式逼近的数学式:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N_0 + N_1 s + N_2 s^2 + \cdots + N_n s^n}{D_0 + D_1 s + D_2 s^2 + \cdots + D_{d-1} s^{d-1} + s^d} \quad (12)$$

这里  $F(s)$  表示 RCS 的频率响应,  $s$  表示复频率  $j\omega$ 。该模型有  $Nf = n + d + 1$  个复数未知量, 要求对  $F(s)$  进行  $Nf$  次采样, 则式 (12) 可以写成矩阵形式:

$$Ax = b \quad (13)$$

很容易得出

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & s_1 & \cdots & s_1^n & -F(s_1) & -F(s_1)s_1 & \cdots & -F(s_1)s_1^{d-1} \\ 1 & s_2 & \cdots & s_2^n & -F(s_2) & -F(s_2)s_2 & \cdots & -F(s_2)s_2^{d-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & s_{N_f} & \cdots & s_{N_f}^n & -F(s_{N_f}) & -F(s_{N_f})s_{N_f} & \cdots & -F(s_{N_f})s_{N_f}^{d-1} \end{bmatrix} \\ b &= \begin{bmatrix} F(s_1)s_1^d \\ F(s_2)s_2^d \\ \vdots \\ F(s_{N_f})s_{N_f}^d \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

而系数向量:

$$x = [N_0 \ N_1 \ \cdots \ N_n \ D_0 \ D_1 \ \cdots \ D_{d-1}]^T \quad (15)$$

通过求解线性方程组, 可以得出有理分式 (12) 中分子和分母的各个系数。

若将式 (12) 进行扩展, 将空域信息卷入式 (12), 则可以对频率和角度两个变量进行插值拟合。

$$F(\theta, s) = \frac{N(\theta, s)}{D(\theta, s)} = \frac{N_0(\theta) + N_1(\theta)s + N_2(\theta)s^2 + \cdots + N_n(\theta)s^n}{D_0(\theta) + D_1(\theta)s + D_2(\theta)s^2 + \cdots + D_{d-1}(\theta)s^{d-1} + s^d} \quad (16)$$

式 (16) 中,  $\theta$  和  $s$  是没有任何关联的变量。若采用最简单的多项式模型, 则有

$$\left. \begin{array}{l} N_0(0) = N_0^0 + N_0^1 \theta + N_0^2 \theta^2 + \cdots + N_0^k \theta^k \\ N_1(0) = N_1^0 + N_1^1 \theta + N_1^2 \theta^2 + \cdots + N_1^k \theta^k \\ \vdots \qquad \qquad \vdots \\ N_n(0) = N_n^0 + N_n^1 \theta + N_n^2 \theta^2 + \cdots + N_n^k \theta^k \\ D_0(0) = D_0^0 + D_0^1 \theta + D_0^2 \theta^2 + \cdots + D_0^k \theta^k \\ D_1(0) = D_1^0 + D_1^1 \theta + D_1^2 \theta^2 + \cdots + D_1^k \theta^k \\ \vdots \qquad \qquad \vdots \\ D_{d-1}(0) = D_{d-1}^0 + D_{d-1}^1 \theta + D_{d-1}^2 \theta^2 + \cdots + D_{d-1}^k \theta^k \end{array} \right\} \quad (17)$$

其中  $k$  是 Padé 系数中多项式的阶数。设在  $\theta$  方向的采样点为  $N\theta$ , 则  $N\theta = k + 1$ 。同理, 式 (16) 也可以写成式 (13) 的矩阵形式<sup>[5]</sup>, 它具有  $Nf \times N\theta$  个未知系数。

## 5 数值结果

### 5.1 方板

方板的尺寸为  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ ，入射角度为  $\theta_i = 90^\circ$ ,  $\phi_i = 0^\circ$ ，入射场为电场极化 ( $\alpha = 90^\circ$ )。我们在  $20.0\text{GHz}$ - $40.0\text{GHz}$  频带内观察方板 RCS 的频率响应，并以  $f_0 = 30.0\text{GHz}$  作为 AWE 的频率展开点， $f_1 = 25.0\text{GHz}$ ,  $f_2 = 35.0\text{GHz}$  作为双频 MBPE 的频率展开点。图 2 中给出了 AWE-MOM, MBPE-MOM 与 MOM 逐个频点计算的结果。在整个频带内采用 Padé 逼近的 AWE-MOM, MBPE-MOM 与 MOM 的结果吻合良好。

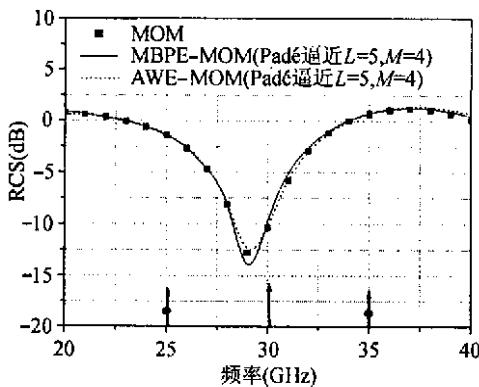


图 2 方板单站 RCS 频带响应

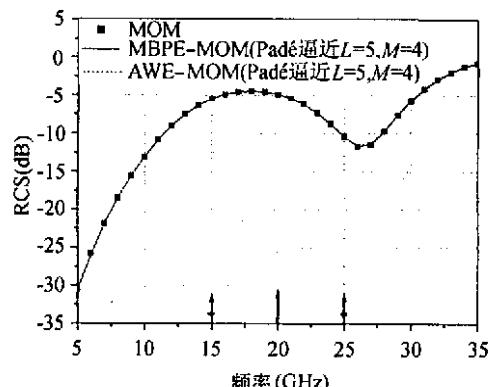


图 3 球体单站 RCS 频带响应

### 5.2 球体

球的半径为  $0.318\text{cm}$ ，入射角度为  $\theta_i = 90^\circ$ ,  $\phi_i = 0^\circ$ ，入射场为电场极化 ( $\alpha = 90^\circ$ )。我们在  $5.0\text{GHz}$ - $35.0\text{GHz}$  频带内观察球的 RCS 频率响应，并以  $f_0 = 20.0\text{GHz}$  作为 AWE 的频率展开点， $f_1 = 15.0\text{GHz}$ ,  $f_2 = 25.0\text{GHz}$  作为双频 MBPE 的频率展开点。图 3 中给出了 AWE-MOM, MBPE-MOM 与 MOM 逐个频点计算的结果。在整个频带内采用 Padé 逼近的 AWE-MOM, MBPE-MOM 与 MOM 的结果吻合良好。

### 5.3 立方体

立方体的尺寸为  $0.318\text{m} \times 0.318\text{m} \times 0.318\text{m}$ ，入射角度为  $\theta_i = 90^\circ$ ,  $\phi_i = 90^\circ$ ，入射场为电场极化 ( $\alpha = 180^\circ$ )。在  $0.30\text{GHz}$ - $1.0\text{GHz}$  频带内观察立方体  $zz$  面的 RCS 频空特性。采用二维 MBPE，频率采样间隔为  $0.05\text{GHz}$ ；角度采样间隔为  $20^\circ$ 。图 4 中给出了 MBPE-MOM 在  $0.30\text{GHz}$ - $1.0\text{GHz}$  频带内对立方体  $zz$  面的 RCS 频空二维特性的计算结果。为了验证其正确性，我们分别将图 4 结果在  $300\text{MHz}$ ,  $500\text{MHz}$ ,  $800\text{MHz}$  3 个频率点上内插重建结果与 MOM 逐个空间点计算的结果比较，吻合良好，如图 5 所示。

## 6 结束语

本文系统研究了三维理想导体目标散射场快速计算的 MBPE 方法，并进行了实例计算。结果表明，MBPE 技术与矩量法结合可以获得与矩量法逐点计算相同的结果，由于宽带范围内电流系数不需要通过重复求解矩阵方程来获得，因此计算效率大大提高。此外，频空两域双内插技术的应用，也节省了频空两域散射特性的计算量。

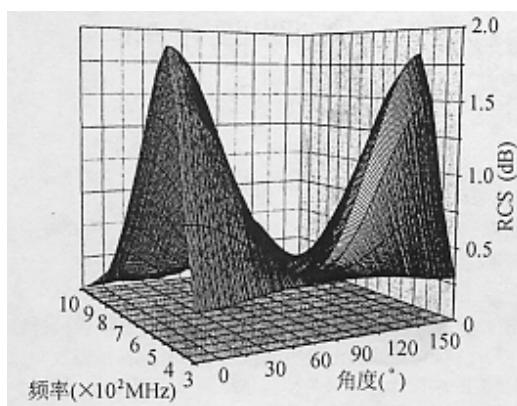


图 4 立方体频空二维散射特性

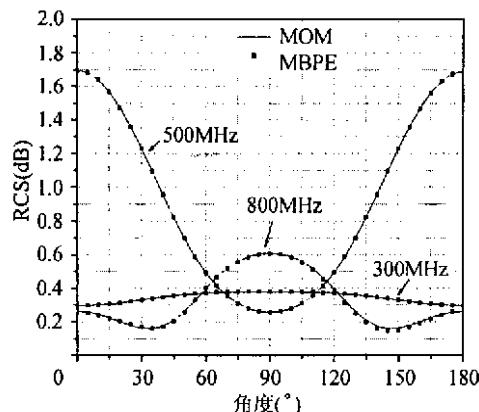


图 5 立方体散射特性

### 参 考 文 献

- [1] Reddy C J. Application of model based parameter estimation for RCS frequency response calculations using method of moments. NASA/CR-1998-206951.
- [2] Rao S M, Wilton D R, Glisson A W. Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape. *IEEE Trans. on AP*, 1982, AP-30(3): 409-418.
- [3] Reddy C J. Application of AWE for RCS frequency response calculations using method of moments. NASA Contractor Report 4758, October 1996.
- [4] Cockrell C R, Beck F B. Asymptotic Waveform Evaluation(AWE) technique for frequency domain electromagnetic analysis. NASA Technical Memorandum 110292, November 1996.
- [5] Werner D H, Allard R J. The simultaneous interpolation of antenna radiation patterns in both the spatial and frequency domains using modal-based parameter estimation. *IEEE Trans. on AP*, 2000, AP-48(3): 383-392.

万继响: 男, 1978 年生, 博士生, 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、降阶技术等方面的研究工作。

张 玉: 男, 1978 年生, 博士生, 主要从事电磁场数值计算、电磁兼容、并行计算等方面的研究工作。

梁昌洪: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 中国电子学会会士、IEEE Senior member. 研究方向包括计算场论、计算微波、微波网络理论、电磁散射与逆散射、电磁兼容等方面。

## 雷达散射截面 (RCS) 分析培训课程

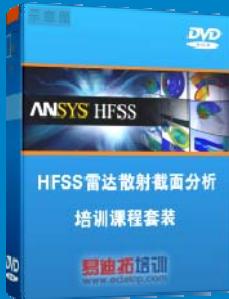
易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS) 是雷达隐身技术中最关键的概念，也是电磁理论研究的重要课题，使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS.

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起，系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授，边操作边讲解，直观易学。

---

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程，其中：《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程，帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用；《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面，包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义，实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程，专家讲授，从零讲起，直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

---

### ● 更多培训课程：

#### ● **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

#### ● **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

#### ● **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>