

等离子体羽流的低频 RCS 数值分析

刘 波^{1,2}, 时家明³, 金 林²

(1. 空军装备研究院雷达与电子对抗研究所, 北京 100085;

2. 南京电子技术研究所, 江苏 南京 210013; 3. 解放军电子工程学院, 安徽 合肥 230037)

摘要: 探讨综合利用时域有限差分法(FDTD)和热力学原理计算等离子体羽流的电磁散射特性。以化学平衡流动为前提, 采用最小自由能方法确定火箭发动机喷口处的电子密度; 验证了基于辅助差分方程(ADE 法)和 Z 变换方法对羽流电磁特性进行时域建模的正确性。弹道导弹(火箭)羽流雷达截面(RCS)的计算实例表明现有雷达, 特别是低频段雷达有可能利用羽流的散射实现对主动段导弹的探测。

关键词: 时域有限差分法; 电磁散射; 等离子体; 羽流; 雷达截面

中图分类号: O441.4

文献标识码: A

RCS simulation of plasma plume of missile

LIU Bo^{1,2}, SHI Jia-ming³, JIN Lin²

(1. Radar and Electronic Counter Measures Inst., Equipment Academy of Air Force, Beijing 100085, China;

2. Nanjing Research Inst. of Electronics Technology, Nanjing 210013, China;

3. Electronic Engineering Inst. of PLA, Hefei 230037, China)

Abstract: How to simulate the electromagnetic scattering of the missile plume plasma in HF and VHF band using the finite-difference time-domain (FDTD) algorithm and energetics theory is proposed. Based on the chemical equilibrium flow assumption, the electron density at the exit of the nozzle is determined using the minimum free energy rule. A numerical model based on auxiliary difference equation (ADE) is derived to simulate the plasma in the time domain and the calculating results are compared with that using Z transform. The simulation results of RCS of the missile plume demonstrate the feasibility of detecting the missile plume using radar system, especially low frequency ones.

Keywords: finite-difference time-domain; electromagnetic scattering; plasma; plume; radar cross section

0 引言

基于光学和红外辐射源的探测系统是目前受到发达国家重视的弹道导弹预警手段, 但是该类系统技术和经费代价昂贵, 利用雷达探测导弹成为另外一个可能的选择。导弹在飞行过程中会伴生两类等离子体(plasma), 一类产生在主动段, 发动机中的导弹推进剂燃烧后的热能造成的含有多种带电粒子的等离子体尾焰, 或称羽流(plume); 另一类产生在再入段, 此时导弹具有的大的动能, 促使空气中的各种分子产生电离形成的等离子体鞘套(sheath)。等离子体作为一种处于部分电离状态的物质, 具有“通高频, 阻(反射)低频”的特性^[1]。对雷达而言, 如果能够利用飞行体伴生的等离子体尾迹或羽流对其进行有效的追踪, 将是十分有意义的。

美国 Johns Hopkins 大学的化学推进信息实验室(Chemical Propulsion Information Lab)开发了羽流散射特性计算软件 Plume Attenuated Radar Cross Section Code (PARCS 2.1)。美国阿诺德工程发展中心(Arnold Engineering Development Center)开发了测量尾焰 RCS 的实验系统。Martorella M 等采用矩量法计算了简单导弹模型有无尾焰时的 RCS^[2]。国内这方面研究开展较晚, 究其原因, 首先是实验成本昂贵; 其次是受分析工具和计算平台的限制。但是随着人们对羽流和鞘套特性的认识逐渐深入, 已有学者涉及试验研究, 如文献[3]对小型火箭羽流的微波衰减特性及散射特性进行了测试。同时计算方法的进步也推动了数值仿真技术在羽流电磁特性计算中的应用, 如文献[4-5]对 L 波段和 S 波段的飞行体尾迹和羽焰的散射进行了较为深入的研究。

已往对羽流散射特性的计算主要为高频段、单频点的特性^[6-7]。羽流等离子体作为特殊类型的色散媒质,采用高频方法计算时,由于引入多种近似,误差较大。利用电磁场时域数值方法对其进行研究时,则精度较高,模拟其介电常数的方法主要有三类:(1) 辅助差分方程法(auxiliary difference equation, ADE)^[6];(2) 分段线性递归卷积法(piecewise-linear recursive convolution, PLRC)^[7-8];(3) 稍后提出的 Z 变换法^[9-10]。前两种方法已经得到较为广泛应用,但物理含义不够清楚,且在复杂的色散媒质中的应用较为困难。本文以时域有限差分(finite-difference time-domain, FDTD)法模拟等离子体为核心,对羽流等离子体的时域建模进行了研究。在简单介绍等离子体电磁特性的基础上,采用 ADE 法推导了各向同性等离子体的建模公式,并与 Z 变换法的结果进行了比较。同时,为了获得羽流的电子密度,以国外某型导弹为对象,假定在火箭发动机燃烧室和喷管中的流动为化学平衡流动,采用最小自由能法确定了发动机喷口处的电子密度。这种方法通用性较强,计算结果也较为准确。通过对典型导弹主动段羽流的散射特性计算,证明了羽流在低频段的确具有较强的后向散射,有利于雷达探测。

1 羽流等离子体的散射建模与计算

与等离子体电磁特性有关的参数包括入射波频率、电子数密度 N_e 、电子振荡频率 ω_p 、碰撞频率 v 、回旋频率 ω_c 等,其中 $\omega_p = \sqrt{N_e e^2 / m \epsilon_0}$, $\omega_c = e / m B_0$ (e , m 为电子的电量和质量, B_0 为外加磁场)。

1.1 确定电子密度和碰撞频率

1.1.1 电子密度

目前普遍的观点为羽流中电子密度大致为 $10^{10} \text{ cm}^{-3} \sim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$,但以往仅仅依靠化学反应来大致推断羽流中电子等物质的含量^[2]。此处以化学平衡流动为基础,采用计算电子密度结果较为准确,又便于数值计算的最小自由能法^[4]。下面简述该方法的基本原理。

根据热力学原理,一个反应体系的过程总是沿着使它的自由能减小的方向自动进行,当自由能达到最小时,体系同时达到平衡。平衡的条件可写为

$$dG = 0 \quad (1a)$$

$$d^2 G > 0 \quad (1b)$$

式中: G ——自由能,其热力学表达式为

$$G = G^0 + RT \ln P \quad (2)$$

式中: G^0 ——标准自由能。

若推进剂的燃烧产物中包含 s 种组分,其中 t 种为气态产物,则 $s-t$ 种为凝聚态产物,1 kg 推进剂燃烧产物中气态物质的总摩尔数为 N_g 。若第 i 种产物的摩尔数用 x_i 表示,则 1 kg 燃烧产物中气态和凝聚态物质的总自由能为

$$G_g = \sum_{i=1}^s x_i G_i^0 + RT N_g \ln P + RT \sum_{i=1}^t x_i \ln \frac{x_i}{N_g} \quad (3)$$

式中: R ——气体常数 $R = 8.314 \text{ J K}^{-1}$, T ——温度(K),
 P ——压强。

在推进剂燃烧后,应满足体系的元素原子数守恒,设共包括 m 种元素,则有

$$-\sum_{i=1}^s \alpha_{ij} x_i + N_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

式中: α_{ij} ——1 mol 第 i 种燃烧产物中第 j 种元素的原子数, N_j 为 1 kg 推进剂中第 j 种元素的原子数。对于给定的函数式(3)和约束条件(4),利用 Lagrange 数乘法可以迭代求解体系的最小自由能以及与此对应的体系平衡状态的组成成分^[3]。

1.1.2 碰撞频率

电子碰撞频率由式(5)决定^[4]

$$v = 4.57 \times 10^{27} p T^{-0.5} \sum_i x_i Q_{ei} \quad (5)$$

式中: Q_{ei} ——电子与中性粒子碰撞截面。由于实际中难于获得 Q_{ei} 的确切值,而且 p 和 T 的测试也不容易实现,故而获得 v 的准确值同样是困难的。但已有的研究表明,羽流等离子体的电子碰撞频率范围大致是 $10^9 \text{ s}^{-1} \sim 10^{11} \text{ s}^{-1}$ 。

1.2 羽流等离子体的时域散射模型

FDTD 法是经典的电磁场时域数值方法,具有物理概念清晰,易于对复杂目标建模,计算结果具有宽频带等优越特性^[8,11]。本文选用 D. M. Sullivan 所提出的利用 D-H(电位移矢量—磁场强度)场量迭代,代替传统的 E-H(电场强度—磁场强度)差分迭代。该技术可以令虚拟的非分裂式 PML 内部媒质与实际问题空间的真实媒质完全隔离,使得物理概念更为清晰,同时又容易处理存在等离子体等有耗媒质的情况^[12-13]。

通过设置连接边界条件分割总场区和散射场区,同时引入任意入射角度的平面波,FDTD 法能够计算出目标的近区散射场分布,再进一步根据惠更斯等效原理,利用近场数据,完成近远场变换,求出远场区的场分布规律,从而得到目标的 RCS^[8]。由于数值方法存在误差,而羽流等离子体的参数变化范围较大,故而此处推导基于 ADE 法的等离子体建模方法,并与 Z 变换法进行比较。

1.2.1 Z 变换方法

已知, $D(\omega) = \epsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega)$, 当 $B_0 = 0$ 时, 等离子体成为各向同性媒质^[1]

$$\epsilon_r^*(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(jv - \omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2/v}{j\omega} - \frac{\omega_p^2/v}{v + j\omega} \quad (6)$$

变换到 FDTD 计算所在的时域(n 代表时间步数)^[9]

$$E^n = D^n - S^{n-1} \quad (7)$$

$$S^n = (1 - e^{-v * \Delta t}) S^{n-1} - e^{-v * \Delta t} S^{n-2} + \frac{\omega_p^2 \Delta t}{v} (1 - e^{-v * \Delta t}) E^n \quad (8)$$

由于羽流等离子体的电子密度和碰撞频率等参数变化范围大,当 $v * \Delta t$ 取值过小时,式(5)中有可能出现数值近

似引起的奇异点,因而,此处推导 ADE 方法的等离子体建模公式,从而进行比较验证。

1.2.2 ADE 方法

引入中间变量 \mathbf{T} ,将式(6)改写为

$$\mathbf{D}(\omega) = \mathbf{E}(\omega) + \mathbf{T}(\omega) \quad (9)$$

其中 $\mathbf{T}(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega(jv - \omega)} \mathbf{E}(\omega)$ 。整理得到

$$(j\omega + (j\omega)^2) \mathbf{T}(\omega) = \omega_p^2 \mathbf{E}(\omega) \quad (10)$$

由于 $j\omega$ 等效于时域的差分算子,对式(7)选择中心差分,得到

$$\frac{\mathbf{T}^n - \mathbf{T}^{n-2}}{2\Delta t} v + \frac{\mathbf{T}^n - 2\mathbf{T}^{n-1} + \mathbf{T}^{n-2}}{(\Delta t)^2} = \omega_p^2 \mathbf{E}(\omega) \quad (11)$$

整理得到

$$\mathbf{T}^n = \frac{1}{2 + \Delta t \cdot v} [4\mathbf{T}^{n-1} - (2 - \Delta t \cdot v)\mathbf{T}^{n-2} + 2(\Delta t)^2 \omega_p^2 \mathbf{E}^{n-1}] \quad (12)$$

式(9)对应的时域表达式为

$$\mathbf{E}^n = \mathbf{D}^n - \mathbf{T}^n \quad (13)$$

式(12)和式(13)即为求解电场值的迭代公式。

下面比较两者的计算效果。计算对象为参数均匀的等离子体圆柱,底面半径 1 m,高 3 m, $N_e = 5.0 \times 10^{11} / \text{cm}^3$, $v = 5.0 \times 10^{11} / \text{s}$ 。激励源只要是在 1~300 MHz 频段内具有明显频谱分量的平面波即可,信号的具体时宽和带宽不影响 RCS 的计算结果,通常选择(调制)高斯脉冲。此处入射波传播方向与圆柱的轴向垂直。图 1 为上述两种方法得到的单站 RCS,一致性较好。当选用 FDTD 允许的最大的空间步长($\lambda/10$, λ 为波长)和时间稳定性条件(Courant 条件)允许的最大时间步长($\Delta s/2c$, Δs 为空间步长最小值, c 为光速)时,两种方法对应的数值结果误差最大值约为 1 dBsm,在 90% 以上频段误差小于 0.3 dBsm。这说明在避免出现奇异点的同时,ADE 方法是有效的。

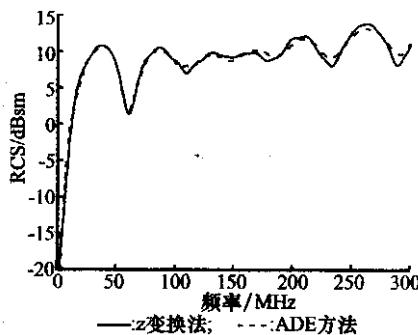


图 1 等离子体圆柱的单站 RCS

2 数值结果

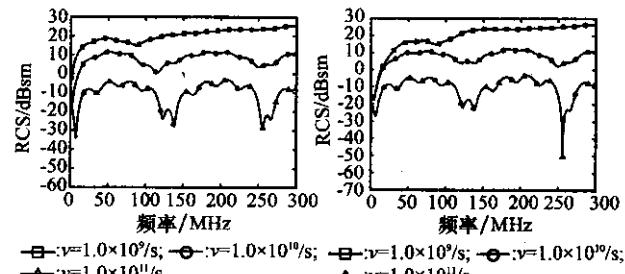
国外某型导弹一级火箭发动机燃烧室的部分参数:燃烧压力为 4 923 kPa,喷管膨胀比为 10,推进剂质量为 20 800 kg,固体推进剂成分为 9.8% 的丁二烯和 4.2% 的丙烯腈,70% 过氯酸铵和 16% 铝粉;另外有少量碱金属钾掺杂,元素的含量为 50 ppm。按照上述最小自由能方法可以获得的喷管口电子密度等参数见表 1 所示。

表 1 某典型导弹的一级火箭燃烧室参数

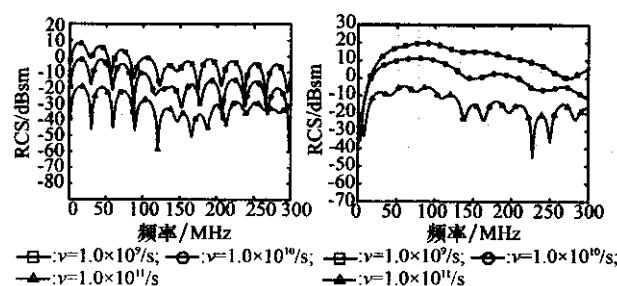
| 喷管出口处的燃气参数 | 出口压力为 1atm 时 | 出口压力为 0.746atm 时 |
|-------------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 燃气的摩尔质量 M/g | 28.848 | 28.887 |
| 燃气的密度 $\rho/(\text{g}/\text{cm}^3)$ | 1.5168×10^{-4} | 1.1819×10^{-4} |
| 电子的摩尔分数 x_e | 5.41×10^{-10} | 2.93×10^{-10} |
| 电子密度 $N_e/(\text{cm}^{-3})$ | 1.7×10^9 | 7.2×10^8 |

以表 1 中喷口处的电子参数为基础,假设羽流中电子密度和电子碰撞频率为均匀分布,圆柱状羽流长 10 m,底面半径 0.8 m。以下选取喷口压力为 1 atm 和 0.746 atm 时两种情况,计算该羽流的单站 RCS。入射波与羽流轴线分别成 90° 和 60°,极化方式为垂直—垂直(VV)和水平—水平(HH)。算例中采用 ADE 方法对等离子体的时域特性进行仿真。电子碰撞频率 v 分别设置为图中所示的 3 个典型值。

(1) $N_e = 1.7 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$,图 2 与图 3 分别为入射波传播方向与羽流轴线成 90° 和 60° 角时的单站 RCS。



(a) 90°角入射, VV 极化 (b) 90°角入射, HH 极化
图 2 入射角度为 90° 时的单站 RCS



(a) 60°角入射, VV 极化 (b) 60°角入射, HH 极化
图 3 入射角度为 60° 时的单站 RCS

(2) $N_e = 7.2 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}$,图 4 与图 5 分别为入射波传播方向与羽流轴线成 90° 和 60° 角时的单站 RCS。

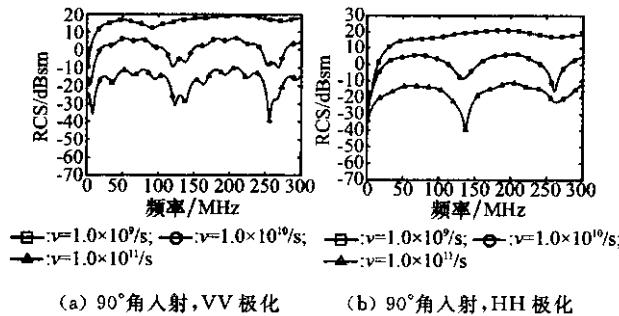


图 4 入射角度为 90°时的单站 RCS

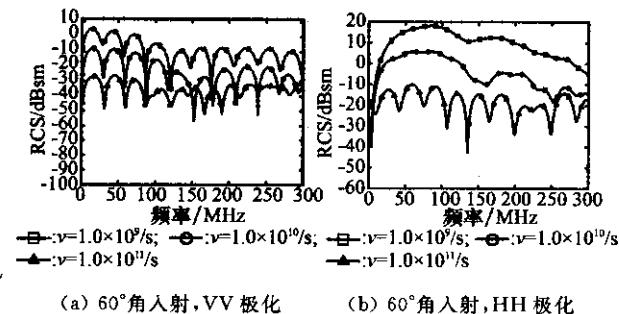


图 5 入射角度为 60°时的单站 RCS

需补充说明的是上述结果基于简单的假设:电子密度和碰撞频率在羽流内部均匀,而且羽流形状为理想的圆柱体。已知美国“民兵”导弹在 S 波段时大部分入射角度的单站 RCS 均小于 1 dBsm^[14],而且在导弹上升过程中,各级火箭会顺次脱落,弹体的 RCS 亦将随之减小。而羽流的长度通常可达上百米,其 RCS 将十分可观。考虑到目前短波和米波雷达的探测能力,通过接收羽流的回波是完全可能实现对导弹主动段检测的目的^[15]。

3 结束语

从导弹防御的角度出发,能在来袭导弹的主动段实现探测并进行拦截最理想。本文的研究初步说明具有导弹羽流特性的等离子体会产生较强的后向散射(单站 RCS 值较大)。深入认识羽流散射特性与雷达工作频率等参数的关系,有助于指导雷达系统设计,改善系统工作性能。同时,文中的方法也可用于计算导弹再入等离子体鞘套的散射,与羽流计算不同之处主要是电子密度和碰撞频率的确定。当然,实际的导弹尾焰的组成与火箭发动机构造、所用燃料种类与组成、导弹飞行距离、飞行高度、飞行速度等参数有关,在仿真计算当中尚需建立与实际电子密度分布更接近的模型,并考虑地球磁场效应和地面散射杂波的影响,以及羽流的多普勒效应等特征,这些问题都有待于今后进一步研究。

参考文献:

- [1] Akira I. Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering [M]. Englewood Cliffs, N. J: Prentice Hall, 1991: 205–221.
- [2] Martorella M, Soletti R, Berizzi F, et al. Plume effect on radar cross section of missiles at HF band [C]// Proc. of the International Radar Conference, Australia. 2003: 656–661.
- [3] Liu Q Y, An D M, Zhang P. Microwave attenuation of solid propellant exhaust plume in oblique orientation [J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 8(4): 443–448.
- [4] 时家明. 高空再入羽流等离子体及其电磁散射研究 [D]. 中国科学院等离子体物理研究所, 1996.
- [5] 吴建明, 高本庆. 再入飞行物等离子体尾迹 RCS 的计算 [J]. 电波科学学报, 1997, 12(1): 26–32.
- [6] Gandhi O P, Gao B Q, Chen J Y. A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for general dispersive media [J]. IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech., 1993, 41(4): 658–665.
- [7] Lubbers R J, Steich D, Kunz K. FDTD calculation of scattering from frequency-dependent materials [J]. IEEE Trans. on Antennas Propagat., 1993, 41(9): 1249–1257.
- [8] Taflove A, Hagness S C. Computational electrodynamics: the finite difference time domain method [M]. Norwood, MA: Artech House, 2000. 373–407.
- [9] Sullivan D M. Z-transform theory and the FDTD method [J]. IEEE Trans. on Antennas Propagat., 1996, 44(1): 28–34.
- [10] Sullivan D M. Frequency-dependent FDTD methods using Z transforms [J]. IEEE Trans. on Antennas Propagat., 1992, 40(10): 2416–2422.
- [11] 刘波, 高本庆. 电磁场时域数值方法及其混合技术概述 [J]. 微波学报, 2006, 22(2): 1–7.
- [12] Sullivan D M. An unsplit step 3-D PML for use with the FDTD method [J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1997, 7(7): 184–186.
- [13] Zhao A P. The limitations of the perfectly matched layers based on E-H fields for arbitrary anisotropic media——reply to “comment on ‘on the matching conditions of different PML schemes applied to multilayer isotropic dielectric media’” [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2002, 32(3): 237–241.
- [14] American Physical Society. Boost-phase intercept systems for national missile defense scientific and technical issues [D]. USA: Washington D C, 2003.
- [15] 刘波, 金林, 周文瑜, 等. 导弹等离子体羽流的 RCS 数值分析 [C]// 全国微波毫米波会议论文集, 深圳, 2006: 657–670.

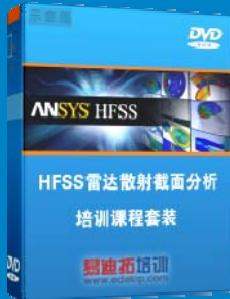
雷达散射截面（RCS）分析培训课程

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面（Radar Cross Section，简称 RCS）是雷达隐身技术中最关键的概念，也是电磁理论研究的重要课题，使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起，系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授，边操作边讲解，直观易学。

HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程，其中：《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程，帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用；《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面，包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义，实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程，专家讲授，从零讲起，直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

● 更多培训课程：

● **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

● **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

● **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>