

有限元-边界元耦合法计算任意截面形状二维介质柱雷达散射截面

周平, 朱汉清

(淮阴师范学院 物理系, 江苏 淮安 223001)

摘要: 应用有限元-边界元耦合法计算任意截面形状二维介质柱的雷达散射截面。对介质柱内、外区域分别应用有限元和边界元法进行分析, 然后通过场的连续性进行耦合, 形成待求矩阵方程, 最后应用内观法结合多波前法求解该方程。作为算例, 分别计算了几种柱体的雷达散射截面。数值结果表明, 由于使用了内观法结合多波前法解非对称稀疏矩阵, 大大减少了计算时间。

关键词: 有限元法; 边界元法; 内观法; 电磁散射; 雷达散射截面

中图分类号: TN122 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-6876(2004)04-0281-04

0 引言

多年来, 人们对二维柱体散射问题地研究一直比较关注, 关于这方面的文献报道有很多^[1-8], 概括起来主要有两大类: 一类是应用吸收边界条件或完全匹配层技术将无限大空间截断, 使原散射问题限制在被研究物体周围一个有限的范围内, 然后采用有限元或有限差分法进行分析; 第二类是应用矩量法或边界积分方程法来分析柱体外的无限大空间, 柱体所在区域采用其他方法进行研究。第一种方法的优点在于它生成的是对称的、稀疏的矩阵, 在计算过程中可以被高效率地存储和求解, 缺点在于被研究的区域较大, 产生的节点数较多, 特别是吸收边界的形状以及它与散射体之间的距离对解的精度有影响。第二种方法精度较高, 产生的节点数较少, 但生成的是部分稀疏、部分满秩的非对称矩阵, 如果能快速的求解该方程, 第二种方法将有比较好的应用前景, 特别是对于尺寸较大的散射体。

本文在已有文献工作的基础上, 应用有限元-边界元耦合法分析任意截面形状二维介质柱的电磁散射。对介质柱内、外区域分别应用有限元和边界元法进行分析, 然后通过场的连续性进行耦合, 形成待求矩阵方程, 提出了应用内观法^[9]结合多波前法^[10]求解该方程。作为算例, 分别计算了无限长介质方柱和圆环在平面电磁波照射下的雷达散射截面, 结果与有关文献一致; 在此基础上计算了尺寸稍大的介质方柱和椭圆柱的雷达散射截面。数值结果表明, 使用内观法结合多波前法求解这种非对称稀疏矩阵, 效率比高斯-约当消去法和共轭梯度法(CG)高很多。

1 理论分析

考虑图1所示的任意截面形状二维介质柱对平面电磁波的散射问题。由于任何二维场都能分解成 E_z 和 H_z 极化场, 因此分别考虑这两个场就足够了。对于在平面电磁波照射下介质柱的散射, E_z 极化和 H_z 极化的分析过程完全一致, 下面的推导仅以 E_z 极化为例。

1.1 有限元分析

对介质柱所在区域应用有限元法进行分析。用 $\phi(x, y)$ 表示纵向场分量, 介质柱所在区域中的场满

收稿日期: 2004-10-08

基金项目: 江苏省教育厅自然科学基金资助项目(02KJD140007)

作者简介: 周平(1965-), 男, 江苏楚州人, 副教授, 博士, 主要从事电磁场与微波技术等研究。

足下面的 Helmholtz 方程,即

$$\frac{\partial}{\partial} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + k_0^2 \epsilon_r \phi = 0 \quad (1)$$

在介质柱的表面上,假设场的法向导数为

$$\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\psi \quad (2)$$

根据变分原理^[1],与(1)、(2)式等价的变分表达式为

$$F(\phi) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[\frac{1}{\mu_r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{\mu_r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 - k_0^2 \epsilon_r \phi^2 \right] d\Omega + \int_{\Gamma} \phi \psi d\Gamma, \quad \delta F(\phi) = 0 \quad (3)$$

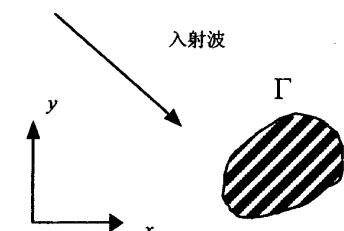


图 1 二维介质柱散射问题示意图

将介质柱所在区域剖分为许多个三角形单元,同时边界被分割为若干条线段,假设共有 N 个节点,其中边界上有 M_s 个节点,对每个三角形单元以及边界上的每条线段进行插值,然后代入(3)式,并应用变分法,再对所有单元进行组合,可得到下面的矩阵方程

$$[K]\{\phi\} + [C]\{\psi\} = \{0\} \quad (4)$$

其中 $\{\phi\}$ 为所有节点处的场值构成的向量, $\{\psi\}$ 为边界上所有节点处场的法向导数组成的向量, $[K]$ 是一个对称、稀疏、正定矩阵. 显然, 方程组(4)含有 N 个方程, $N + M_s$ 个未知量.

1.2 边界元法分析

对介质柱外的无限大区域应用边界元法来分析. 总场 ϕ 满足 Helmholtz 方程, 即

$$\nabla^2 \phi + k_0^2 \phi = f(\vec{\rho}) \quad \vec{\rho} \in \Omega_\infty \quad (5)$$

其中 $f(\vec{\rho})$ 为产生入射场的源, $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$

应用第二格林定理, 并引入自由空间格林函数 G_0 , 方程(5)变为下列形式

$$\phi(\vec{\rho}) = \phi^{inc}(\vec{\rho}) + \oint_{\Gamma} \left[\phi(\vec{\rho}') \frac{\partial G_0(\vec{\rho}, \vec{\rho}')}{\partial n'} - G_0(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \frac{\partial \phi(\vec{\rho}')}{\partial n'} \right] d\Gamma' \quad (6)$$

在介质柱的边界上, 场 ϕ 应满足下面的边界条件

$$\phi|_{\Gamma_+} = \phi|_{\Gamma_-}, \quad \frac{\partial \phi}{\partial n}|_{\Gamma_+} = \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial \phi}{\partial n}|_{\Gamma_-} \quad (7)$$

边界 Γ 被剖分为 M_s 个单元, 在每个单元上 ϕ, ψ 可以用插值函数表示为

$$\phi = \{N^s\}^T \{\phi^s\} = \{\phi^s\}^T \{N^s\}, \quad \psi = \{N^s\}^T \{\psi^s\} = \{\psi^s\}^T \{N^s\} \quad (8)$$

将(8)式代入(6)式得

$$\phi(\vec{\rho}) = \phi^{inc}(\vec{\rho}) + \sum_{s=1}^{M_s} \int_{\Gamma} \left[\{N^s\}^T \{\phi^s\} \frac{\partial G_0}{\partial n'} + \{N^s\}^T \{\psi^s\} G_0 \right] d\Gamma' \quad (9)$$

将(9)式两边同在 Γ 上积分 ($s = 1, 2, \dots, M_s$), 得到 M_s 个方程, 然后进行组合可以得到下面的矩阵方程

$$[P']\{\phi\} - [Q]\{\psi\} = \{b\} \quad (10)$$

其中, $[C], [P'], [Q], \{b\}$ 的公式参见文[5], 显然方程组(10)含有 M_s 个方程.

1.3 方程组的解法

方程组(4)和(10)进行组合可以得到一个完备的方程组, 它是一个部分稀疏部分满秩的非对称矩阵, 可以用高斯法或共轭梯度法直接求解, 但当节点数较多时花费的机时是很大的. 下面我们介绍用内观法结合多波前法解方程组(4)和(10).

方程(4)可以表示为下列形式

$$\{\phi\} = -[K]^{-1}[C]\{\psi\} \quad (11)$$

将(11)代入(10)得到

$$[Q']\{\psi\} = \{b\} \quad (12)$$

其中

$$[Q'] = -[Q] - [P'][K]^{-1}[C]$$

在计算时如果直接计算 $[K]^{-1}$, 那计算量也是很大的. 令

$$[K][X] = [C] \quad (13)$$

则

$$[Q'] = -[Q] - [P'][X]$$

方程组(13)是一个对称、正定、稀疏矩阵, 我们可以应用多波前法求解它. 多波前法已被证明在解这种方程时效率特别高^[3,10]. 解出 $[X]$ 后可以求得 $[Q']$, 解满秩方程(12), 得到 $\{\psi\}$, 再代入(11)可以求得 $\{\phi\}$. 需要特别说明的是, 方程(13)右边 $[C]$ 矩阵共有 M_s 列, 所以实际上要用多波前法解 M_s 个线性方程组, 那么总的计算时间就不仅与总节点数有关, 还与边界上的节点数 M_s 有关.

2 计算实例

为了验证本文理论研究的正确性, 以及所编程序的可靠性, 我们先计算了边长为 0.5 个波长的介质方柱和内、外半径分别为 0.25 和 0.3 个波长的介质圆环对 E_z 极化平面电磁波的散射. 图 2 中将介质方柱和圆环的雷达散射截面随观察角变化的计算值与有关文献所得结果进行了比较, 可见两者一致.(介质柱的介电常数为 4.0, 入射场为 e^{-jk_0x})

然后我们分别计算了边长为 1.5 个波长的介质方柱和长轴为 1.5 个波长、短轴为 1.0 个波长的椭圆介质柱的雷达散射截面, 结果如图 3 所示(介质柱的介电常数为 4.0).

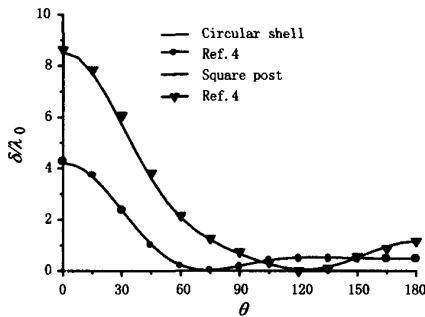


图 2 E_z 极化下介质方柱和圆环的 RCS

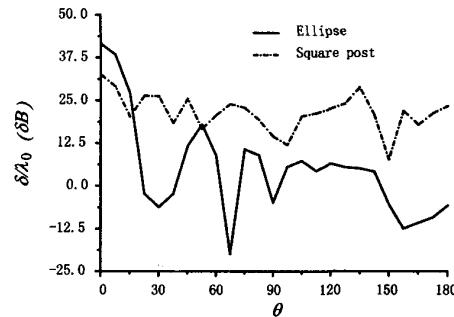


图 3 E_z 极化下介质方柱和椭圆柱的 RCS

从上面的数值计算我们发现, 对于图 2 中的情况, 由于介质柱的尺寸较小, 节点数较少, 本文方法和高斯-约当消去法计算时间相差不大, 但对于图 3 的两种介质柱, 用内观法结合多波前法解方程的效率明显高于高斯-约当消去法, 而共轭梯度法在解这种方程时不收敛. 表 1 给出了几种方法的计算时间. (运行环境为 PIII 1000)

表 1 计算时间的比较 (单位:s)

截面形状	边界上节点数	总的节点数	求解矩阵方程		
			高斯-约当法	共轭梯度法	多波前法
方柱	192	2716	1629.64	不收敛	165.43
椭圆柱	180	2823	1856.49	不收敛	163.38

3 结束语

本文给出了用有限元-边界元耦合法计算任意截面形状二维介质柱的雷达散射截面. 由于使用了有限元-边界元耦合法, 所以只需对散射体截面所在区域进行离散, 这样就使得节点数比应用吸收边界条件分析该类问题少许多, 同时由于采用了内观法结合多波前法求解矩阵方程, 这在一定程度上减少了边界元法带来的不利影响, 因而这种方法在分析大尺寸介质柱的散射时将有一定的优势.

参考文献:

- [1] Dangelo J, Mayergoyz I D. On the use of local absorbing boundary conditions for RF scattering problems [J]. IEEE Trans On Magnet, 1989, 25(7):3040 - 3042.
- [2] Omar M, Ramahi R M. Finite element analysis of dielectric scatterers using the absorbing boundary condition [J]. IEEE Trans On Magnet, 1989, 25(4):3043 - 3045.
- [3] 朱汉清, 吴正德, Luk K M. 结合频域有限差分法分析二维柱体电磁散射 [J]. 电子科技大学学报(自然科学版), 2001, 30(5):445 - 448.
- [4] 赵永久. 吸收边界条件的研究及其应用 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 1998.
- [5] 金建铭(美). 电磁场有限元方法 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998.
- [6] Wright D B, Cangellaris A C, Finite element grid truncation schemes based on the measured equation of invariance [J]. Radio Science, 1994, 29(4):907 - 921.
- [7] Andreas C C, Robert Lee, The bymoment method for two-dimensional electromagnetic scattering [J]. IEEE Trans On AP, 1990, 38(9):1429 - 1437.
- [8] Jin J M. simple moment method program for computing scattering from complex cylindrical obstacles [J]. IEE Proc H, 1989, 136(8):321 - 329.
- [9] Peterson A F, Analysis of heterogeneous electromagnetic scatters: Research progress of the past decade [J]. IEEE Proc, 1991, 79(10):1431 - 1441.
- [10] Liu J. The multifrontal method for sparse matrix solution [J]. Theory and Practice, 1992, 34(1):82 - 109.
- [11] 钱伟长. 广义变分原理 [M]. 上海: 知识出版社, 1985.

Calculation of Radar Cross Section of Arbitrarily Shaped Two-dimensional Dielectric Cylinder by Using Coupling of Finite Element-boundary Element Method

ZHOU Ping, ZHU Han-qin

(Department of Physics, Huaiyin Teachers College, Jiangsu Huai'an, 223001, China)

Abstract: In this paper, the coupling of finite element method (FEM) and boundary element method (BEM) is used to calculate radar cross section(RCS) of arbitrarily shaped two-dimensional dielectric cylinder. The interior problem involving medium is solved by the FEM and the exterior problem is solved by the BEM. By using the continuities of tangential field condition to obtain the matrix equation. Last, the inward-looking approach and multifrontal method are applied to solve the equation. As the verification example, the RCS of four kinds of dielectric cylinders are calculated. Numerical results demonstrate that CPU time is greatly reduced by using inward-looking approach and multifrontal method to solve the equation.

Key words: finite element method; boundary element method; inward-looking approach; electromagnetic scattering; radar cross section(RCS)

[责任编辑:蒋海龙]

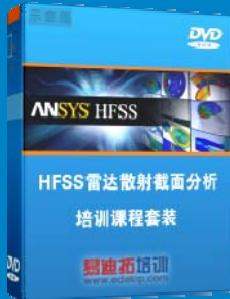
雷达散射截面（RCS）分析培训课程

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面（Radar Cross Section，简称 RCS）是雷达隐身技术中最关键的概念，也是电磁理论研究的重要课题，使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起，系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授，边操作边讲解，直观易学。

HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程，其中：《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程，帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用；《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面，包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义，实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程，专家讲授，从零讲起，直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

● 更多培训课程：

● **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

● **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

● **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>