

短 文

## 时域有限差分法结合 Pade 逼近快速获取 介质柱宽带 RCS 频率响应

许 锋, 洪 伟

(东南大学 国家毫米波重点实验室, 江苏 南京 210096)

**摘 要:** 由于时域信号的计算是在散射体近区内进行的, 远区散射场的计算是通过近远场的变换而进行的。采用 FDTD 法计算散射体的宽频带 RCS 频率响应时, 如果采用频域变换法, 需要在很多频点上进行近远场变换计算。为此, 本文引入 Pade 逼近, 对 FDTD 法计算获得的、稀疏的 RCS 频率响应进行逼近, 然后用获得的 Pade 有理逼近式计算宽频带 RCS 频率响应。计算结果表明 Pade 有理逼近式能很好地逼近 FDTD 法精确计算的曲线, 同时计算速度可加快十多倍。

**关键词:** 时域有限差分法; Pade 逼近; 雷达散射截面; 二维介质柱

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2002)01-0085-04

## Fast calculation of wide band RCS pattern of dielectric cylinders using the FDTD method and the Pade interpolation technique

XU Feng, HONG Wei

(State Key Lab. of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** The mono-static RCS pattern of an arbitrarily shaped two-dimensional (2-D) dielectric cylinder is calculated by near-far field transformation, when selected method is the FDTD method. Because achieving the time domain signal of far field is very difficult, it is necessary to perform a larger of near-far field transformation when the wide band RCS is computed. In this article, the Pade interpolation technique is employed to obtain frequency domain results with satisfactory accuracy. By use of some RCS results, which are obtained using FDTD method, the rational function of RCS pattern can be achieved. Then the wide band RCS pattern can be calculated by use of the rational function. This reduces the computation time significantly compared with the conventional FDTD algorithm. The wide

收稿日期: 2001-01-16; 修订日期: 2001-08-28

**作者简介:** 许锋(1963-), 男, 江苏南通人, 东南大学博士生, 主要研究方向是电磁场时域方法数值计算、电磁散射和电路分析; 洪伟(1962-), 男(回族), 河北张家口人, 东南大学无线电工程系特聘教授(长江学者), 博士生导师, 副系主任。

band RCS results computed by use of the Pade interpolation technique are compared with the conventional FDTD results. A good agreement is observed.

Key words: FDTD; Pade interpolation; RCS; 2-D dielectric cylinder

## 1 引言

当采用时域有限差分法计算散射问题时<sup>[1, 2]</sup>, 通常的方法是把计算域划分为总场区和散射场区, 激励信号在两个区域的联接面上加入。联接边界就相当于入射波源所处位置, 入射波可以独立计算和设置。把计算网格空间划分为两个区域, 为用时域有限差分法解决很多电磁场的计算问题带来方便, 简化了散射体的设置和散射场的计算。计算散射场时, 通常是在散射区选择一个虚拟界面, 由此界面上的电场和磁场计算出等效的磁流与电流, 然后依据等效原理, 计算散射场。如此, 完成一个近远场变换过程。这样做的原因是计算网格是有限的, 一般局限于近区之故。如果计算宽带 RCS 频率响应, 则需要许多频点进行近远场变换, 大大增加了计算时间和存储量。

渐近波形估计(AWE)技术能有效地减少方程重复求解的工作量并已成功地应用于一些电磁问题。一般来讲, Pade 逼近收敛速度快且收敛半径也较大, 其逼近能力远优于 Taylor 级数。采用 Pade 逼近, 只需在宽带范围内稀疏地计算某些频点上的场值, 通过逼近, 获得 Pade 有理函数, 利用该有理函数, 计算宽频带 RCS 频率响应。从而大大地减少了计算时间和存储量。将 Pade 插值与 FDTD 法结合应用, 这类方法已有学者采用<sup>[3, 4]</sup>, 但文献中利用有限已知值时受到 Pade 逼近式的限制, 不能利用所有已知条件, 从而会造成逼近失败或不准确。在本文中, 我们采用最小二乘法, 可以全部利用所有已知信息, 保证逼近的正确性。

## 2 Pade 逼近理论

TM 波照射下的无限长柱体的雷达散射截面计算公式为

$$S = \lim_{r \rightarrow \infty} 2\pi r \left| \frac{E_z^s(\mathbf{j})}{E_0^i} \right|^2 \quad (1)$$

在用时域有限差分法计算时, 为了计算雷达散射截面, 在散射区域中取一个虚拟围线  $S$ , 则远区散射场可表示为

$$E_z^s(\mathbf{j}) = -j\omega\mu_0 A_z + jk_0[-F_x \sin \mathbf{j} + F_y \cos \mathbf{j}] \quad (2)$$

式中

$$A_z = K \int_S J_z(x', y') \exp[jk_0(x' \cos \mathbf{j} + y' \sin \mathbf{j})] dl' \quad (3)$$

$$F_{x,y} = K \int_S M_{x,y}(x', y') \exp[jk_0(x' \cos \mathbf{j} + y' \sin \mathbf{j})] dl' \quad (4)$$

$$K = \frac{e^{-jk_0 r}}{\sqrt{8\pi k_0 r}} e^{-j(3\pi/4)} \quad (5)$$

另外,  $J_z = n \times H^i$ ,  $M_{x,y} = -n \times E^i$ 。通过计算, 就可以获得 RCS 频率响应, 文中我们取常用的  $(S/I)^{0.5}$ , 将其记为  $P(\mathbf{w})$ 。由 Pade 逼近理论,  $P(\mathbf{w})$  可以表示为

$$P(\mathbf{w}) = \frac{Q_N(\mathbf{w})}{R_M(\mathbf{w})} \quad (6)$$

式中,  $Q_N(\mathbf{w})$  和  $R_M(\mathbf{w})$  都是关于角频率  $\mathbf{w}$  的多项式

$$Q_N(\mathbf{w}) = \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i \mathbf{w}^i \quad (7)$$

$$R_M(\mathbf{w}) = \sum_{i=0}^M \mathbf{b}_i \mathbf{w}^i \quad (8)$$

由 Pade 表, 当  $M=N$  或  $|M-N|=1$  时, 其逼近程度最好。为了求解(7)式和(8)式中的未知多项式系数  $\mathbf{a}_i$  和  $\mathbf{b}_i$ , 需要利用由 FDTD 法、经近远场变换而获得的  $P(\mathbf{w}_j)$ 。将(6)式改写为

$$P(\mathbf{w}_j) R_M(\mathbf{w}_j) = Q_N(\mathbf{w}_j), \quad j=0, 1, \cdots, L \quad (9)$$

式中,  $L$  是计算  $P(\mathbf{w})$  的取样数。

在 Pade 逼近时,  $\mathbf{b}_0$  通常取为 1。这样, (9)式可以改写为

$$P(\mathbf{w}_j) \sum_{i=1}^M \mathbf{b}_i \mathbf{w}_j^i - \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i \mathbf{w}_j^i = -P(\mathbf{w}_j), \quad j=0, 1, \cdots, L \quad (10)$$

由于  $\mathbf{w}_j^i$  项的存在, 当  $M$  和  $N$  比较大时,  $\mathbf{w}_j^i$  将变得很大, 使得 Pade 逼近无法进行。为此, 将(7)式和(8)式改写为

$$Q_N(\mathbf{w}) = \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i (\mathbf{w}_0)^i \left( \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^i = \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i' \left( \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^i \quad (11)$$

$$R_M(\mathbf{w}) = \sum_{i=0}^M \mathbf{b}_i (\mathbf{w}_0)^i \left( \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^i = \sum_{i=0}^M \mathbf{b}_i' \left( \frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}_0} \right)^i \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{w}_0$  是频带的中心角频率, 这样, (10)式可写为

$$P(\mathbf{w}_j) \sum_{i=1}^M \mathbf{b}_i' \left( \frac{\mathbf{w}_j}{\mathbf{w}_0} \right)^i - \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i' \left( \frac{\mathbf{w}_j}{\mathbf{w}_0} \right)^i = -P(\mathbf{w}_j), \quad j=0, 1, \cdots, L \quad (13)$$

在(13)式中, 未知数有  $M+N+1$  个, 最少需要  $M+N+1$  个取样点。为了更精确地获取频率响应, 需要一定数量的取样数  $L$ 。但是, 未知数不能随之增加太大, 否则, 矩阵性态将变得很差而无法求解。因此, 取样数  $L$  通常大于未知个数, 这时, 选用最小二乘法来解决这个问题。设定

$$M = \sum_{j=0}^L \left( \sum_{i=0}^N \mathbf{a}_i' \left( \frac{\mathbf{w}_j}{\mathbf{w}_0} \right)^i - P(\mathbf{w}_j) \sum_{i=1}^M \mathbf{b}_i' \left( \frac{\mathbf{w}_j}{\mathbf{w}_0} \right)^i - P(\mathbf{w}_j) \right)^2 \quad (14)$$

要求

$$\frac{\partial M}{\partial \mathbf{a}_i'} = 0 \quad \text{以及} \quad \frac{\partial M}{\partial \mathbf{b}_i'} = 0 \quad (15)$$

求得  $\mathbf{a}_i'$  和  $\mathbf{b}_i'$  后, 就可以用(6)式计算整个频带内的 RCS 响应。

### 3 数值计算结果

采用上述方法, 选择介质方柱和混合柱进行计算, 以验证方法的可行性和正确性。分

别快速计算 TM 波激励下的宽带 RCS 频域响应。Pade 插值逼近计算得到的数值结果与逐点计算的 FDTD 近远场变换的数值结果进行了比较。

图 1 给出了介质方柱的宽带 RCS 频域响应, 介质方柱的边长是 44mm, 相对介电常数 $\epsilon_r=3$ , 入射波从 0 度方向入射。Pade 插值逼近时, 选择  $M=N=8$ , FDTD 近远场变换在频带内均匀计算了 30 点。利用(14)和(15)式获得 Pade 有理分式后, 再用(6)式计算 RCS 频域响应, 在频带内共计算了 500 点。相对于单纯使用 FDTD 方法, 混合方法快十多倍。文中又用矩量法进行了计算, 图中给出了两种方法数值结果的比较, 可以发现结果吻合得很好。

图 2 给出了混合柱的宽带 RCS 频域响应, 外圆柱的半径是 22mm, 相对介电常数 $\epsilon_r=3$ , 内方柱边长是 12mm, 相对介电常数 $\epsilon_r=6$ , 入射波从 0 度方向入射。Pade 插值逼近时, 选择  $M=N=8$ , FDTD 近远场变换在频带内均匀计算了 30 点。Pade 有理分式获得后, 在频带内共计算了 500 点。相对于单纯使用 FDTD 方法, 混合方法快十多倍。文中又用矩量法进行了计算, 图中给出了两种方法数值结果的比较, 同样可以发现结果吻合得很好。

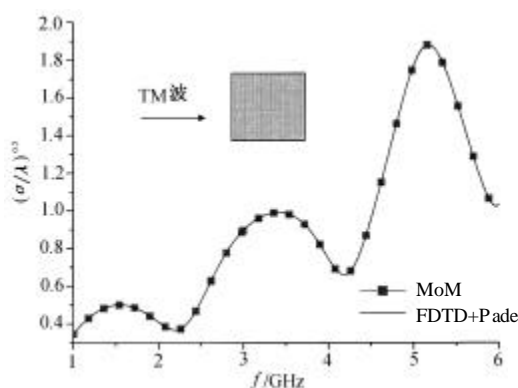


图 1 零度 TM 波入射介质方柱 RCS 频率响应

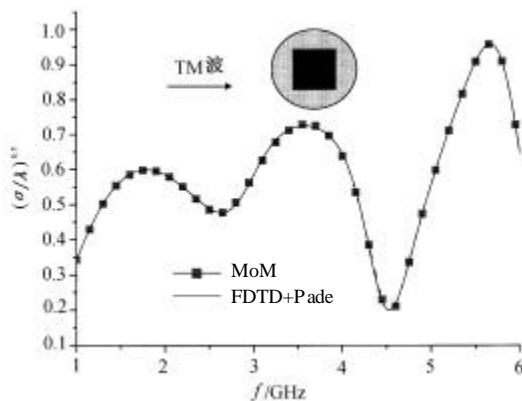


图 2 零度 TM 波入射混和柱 RCS 频率响应

## 4 结论

采用 FDTD 法计算散射体的远区散射场时, 远区散射场的计算是通过近远场的变换而进行的。若采用频域变换法计算宽带 RCS 频域响应, 则需要在很多频点上进行近远场变换计算。本文采用 FDTD 法结合 Pade 插值逼近技术实现了任意二维介质柱 RCS 宽频带响应的快速分析计算。由于该方法有效地减少了方程重复求解的工作量, 因而它大大节省计算时间。计算结果表明 Pade 有理分式曲线完全能逼近 FDTD 的曲线, 充分说明该方法是精确有效的。

## 参考文献:

- [1] UMSHANKAR K, TAFLOVE A. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects[J]. IEEE Trans on EMC, 1982, 24(4):397-405.
- [2] TAFLOVE A, UMSHANKAR K. Radar cross section of general three-dimension scatters[J]. IEEE Trans on EMC, 1983, 25(4):433-440.
- [3] MA Z W, KOBAYASHI YOSHIO. Analysis of dielectric resonators using the FDTD method combined with the Pade interpolation technique[A]. Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings, APMC[C]. Nov 30-Dec 3, 1999, 401-404.
- [4] DEY SUPRIYO, MITTRA RAJ. Efficient computation of resonant frequencies and quality factors of cavities via a combination of the finite-difference time-domain technique and the Pade approximation[J]. IEEE Microwave and Guided Wave Letters, 1998, 8(12):415-417.

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 (Radar Cross Section, 简称 RCS) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>