

# 导弹等离子体羽流的 RCS 数值分析

刘 波 金 林 周文瑜 丁东涛

(南京电子技术研究所 江苏 南京 210013)

**摘要:** 本文探讨如何利用时域有限差分法 (FDTD) 计算具有等离子体特性的导弹羽流的电磁散射特性。推导出基于辅助差分方程 (ADE 法) 对等离子体进行时域建模的表达式并进行验证。给出具有等离子体特性的导弹 (火箭) 羽流雷达截面 (RCS) 的计算实例, 结果说明短波雷达有可能利用羽流的散射实现对主动段导弹的探测。

**关键词:** 时域有限差分法; 等离子体; 羽流; 散射; 雷达截面

## The RCS Simulation of Plasma Plume of Missile

Liu Bo Jin Lin Zhou Wen-yu Ding Dong-tao

(Nanjing research institute of electronics technology Jiangsu Nanjing 210013)

**Abstract:** This paper studies how to simulate the electromagnetic scattering of missile plume plasma using finite-difference time-domain (FDTD) algorithm. A new numerical model based on Auxiliary Difference Equation (ADE) was derived to simulate plasma in time domain. The simulation results of RCS arose from plume plasma of missile are shown and it demonstrates the feasibility of detecting the missile using the plume.

**Key words:** FDTD, plasma, plume, scattering, RCS

### 1. 引言

基于光学和红外辐射源的洲际导弹探测系统是目前受到美俄等国家重视的洲际弹道导弹预警手段。考虑到我国的军事和经济国情, 利用短波雷达 (如天波超视距雷达) 探测导弹成为一个可能的选择。导弹在飞行过程中会伴生两类等离子体 (Plasma), 一类是产生在主动段。发动机将推进剂的化学能转换为排气的动能。导弹推进剂燃烧后的热能造成的含有多种带电粒子的等离子体尾焰, 或称羽流 (Plume)。另一类是在再入段由于导弹具有大量的动能和位能, 促使空气中的各种分子产生电离形成等离子体鞘套 (Sheath)。等离子体作为一种处于电离状态的物质高能聚集态, 具有“通高频, 阻 (反射) 低频”的特性<sup>[1]</sup>。因此, 对雷达而言, 如果能够利用飞行体伴生等离子体尾迹或羽流对其进行有效的追踪, 将是十分有意义的。从导弹防御的角度出发, 能在来袭导弹的主动段实现探测并进行拦截最理想。

等离子体是目前受到广泛关注的色散媒质, 利用电磁场时域数值方法对其进行研究时, 模拟其介电常数的方法主要有三类: 辅助差分方程 (ADE)<sup>[2]</sup>、分段线性递归卷积 (PLRC)<sup>[2]</sup>、Z 变换<sup>[3]</sup>。本文以时域有限差分 (FDTD) 法为基础, 运用时域、Z 域和频域关系实现了等离子体的时域建模, 并计算了等离子体羽流的 RCS。

### 2. 等离子体的低频散射建模与计算

与等离子体电磁特性有关的参数包括入射波频率、电子数密度  $N_e$ 、电子振荡频率

$\omega_p$ 、碰撞频率  $\nu$ 、回旋频率  $\omega_c$  等, 其中  $\omega_p = \sqrt{N_e e^2 / m \epsilon_0}$ ,  $\omega_c = e / m B_0$  ( $e, m$  为电子的电量和质量,  $B_0$  为外加磁场)。

## 2.1 电子密度的化学反应分析

以固体火箭燃料中 K 和 Cl 的反应为例, 说明电子数目的问题, 关于电子  $e^-$  的化学反应如下:



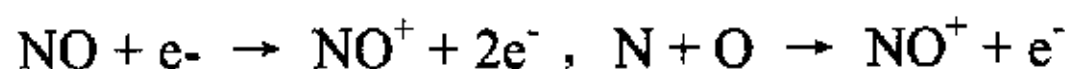
Cl 的典型值是  $N_{cl} = 2.7 \times 10^{-3} / \text{mol}$ 。设 1mol 包含的电子数为  $N_e$ , 用  $N_{av}$  表示阿伏加德罗 (Avogadro) 常数:  $6.02 \times 10^{23} / \text{mol}$ , 则

$$N_e = N_{cl} \times N_{av} = 1.626 \times 10^{21} / \text{mol} \quad (1)$$

若假设燃烧室喷口的温度是 2000K, 用  $R$  表示摩尔气体常数  $R = 8.3145 \text{ JK}^{-1}$ , 则气体的摩尔体积是

$$V = RT/P = 1.6629 \times 10^4 \text{ m}^3 \quad (2)$$

若喷口的电子密度用  $n_i$  表示, 则  $n_i = N_e / V = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ 。此处假设喷口附近的压强是恒定的。虽然有一定数量的电子会发生中和, 但所占比例很小。事实上, 上面仅考虑了一种碱金属 K, 通常燃烧剂中还含有多种其它类型的金属, 如 Na、Mg、Al 等, 有的含量达到总质量的 10%~20%。虽然各种火箭燃料的成分千差万别, 不能确定具体的含量, 但实际的含量应该大于只考虑 Cl 存在的情况。此外, 喷口出现的高温羽流, 还会加热周围大气, 导致化学反应, 如:



因而电子数目还可能进一步增加。目前的普遍观点为: 羽流中电子密度大致为  $10^{10} \text{ cm}^{-3} \sim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 应该是可信的。

## 2.2 参数分布拟和

等离子体圆台的形状的可以作为羽流 (尾焰) RCS 计算的简化模型。根据文献[4]中给出的火箭羽流电子的分布规律, 电子密度和碰撞频率的数值分布具有相似的规律, 即沿轴向呈近似指数衰减分布, 沿径向呈近似高斯分布。此处采用文献中的数据进行拟和来确定参数碰撞频率和电子密度。

## 2.3 各向同性等离子体的时域建模

此处推导基于 ADE 法的等离子体建模方法, 并与 Z 变换法进行比较。

### 2.3.1 Z 变换方法

已知  $D(\omega) = \epsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega)$ , 当  $B_0 = 0$  时, 等离子体成为各向同性媒质<sup>[1]</sup>:

$$\epsilon_r^*(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu - \omega)} = 1 + \frac{\omega_p^2 / \nu}{j\omega} - \frac{\omega_p^2 / \nu}{\nu + j\omega} \quad (3)$$

变换到 FDTD 计算所在的时域 ( $n$  代表时间步数)<sup>[3]</sup>:

$$E^n = D^n - S^{n-1} \quad (4)$$

$$S^n = (1 - e^{-\nu \Delta t}) S^{n-1} - e^{-\nu \Delta t} S^{n-2} + \frac{\omega_p^2 \Delta t}{\nu} (1 - e^{-\nu \Delta t}) E^n \quad (5)$$

### 2.3.2 辅助差分方程 (ADE) 方法

引入中间变量  $T$ , 将式(3)改写为

$$D(\omega) = E(\omega) + T(\omega) \quad (6)$$

其中  $T(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu - \omega)} E(\omega)$ 。整理得到

$$(j\omega\nu + (j\omega)^2) T(\omega) = \omega_p^2 E(\omega) \quad (7)$$

由于  $j\omega$  等效于时域的差分算子, 对式(7)选择中心差分, 得到

$$\frac{T^n - T^{n-2}}{2\Delta t} \nu + \frac{T^n - 2T^{n-1} + T^{n-2}}{(\Delta t)^2} = \omega_p^2 E(\omega) \quad (8)$$

$$T^n = \frac{1}{2 + \Delta t \cdot \nu} [4T^{n-1} - (2 - \Delta t \cdot \nu) T^{n-2} + 2(\Delta t)^2 \omega_p^2 E^{n-1}] \quad (9)$$

式(6)对应的时域表达式为

$$E^n = D^n - T^n \quad (10)$$

下面比较两者的计算效果。时域有限差分法 (FDTD) 结合近远场变换即可计算 RCS (后向主极化) [2]。参数均匀的等离子体圆柱底面半径 1m, 高 3m,  $N_e = 5.0 \times 10^{11}/\text{cm}^3$ ,  $\nu = 5.0 \times 10^{11}/\text{s}$  (参数最大值)。图 1 为上述两种方法得到的后向 RCS, 一致性较好。

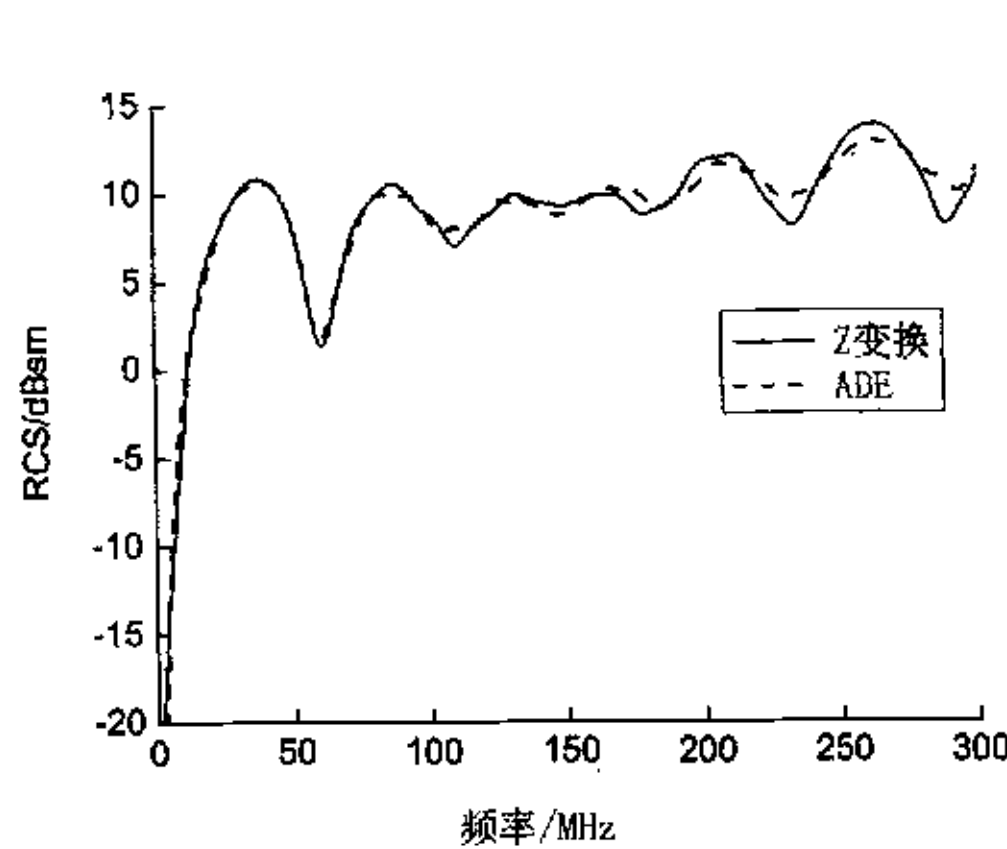


图 1 等离子体圆柱的后向 RCS

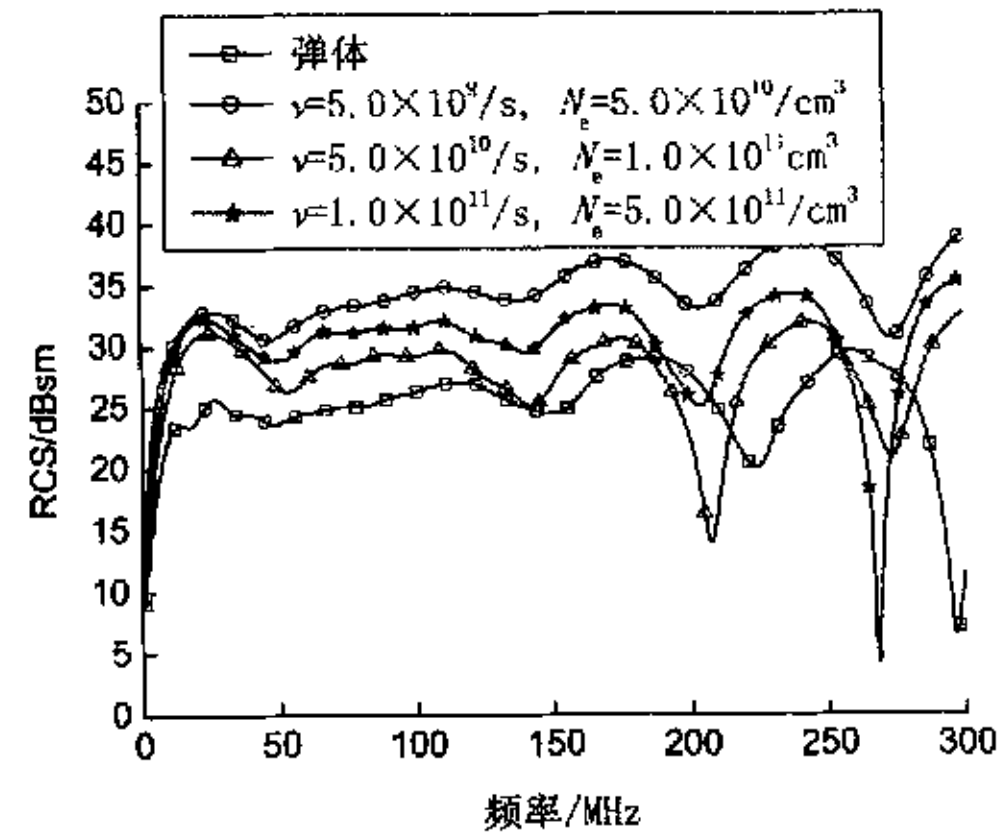


图 2 垂直入射时的后向 RCS

### 3 数值结果

图 2 为入射角度与圆台轴向垂直的情况下, 美国民兵 III 型弹道导弹和 50 米长羽流模型的后向 RCS 比较, 圆台截面的半径为 0.8m 和 1.1 米。入射角度分别为 75 度, 60 度, 45 度和 30 度的结果如图 3 所示 (只选择第 3 种情况:  $N_e = 5.0 \times 10^{11}/\text{cm}^3$ ,  $\nu = 1.0 \times 10^{11}/\text{s}$ ), 再与弹体及羽流加弹体总体后向主极化 RCS 比较。

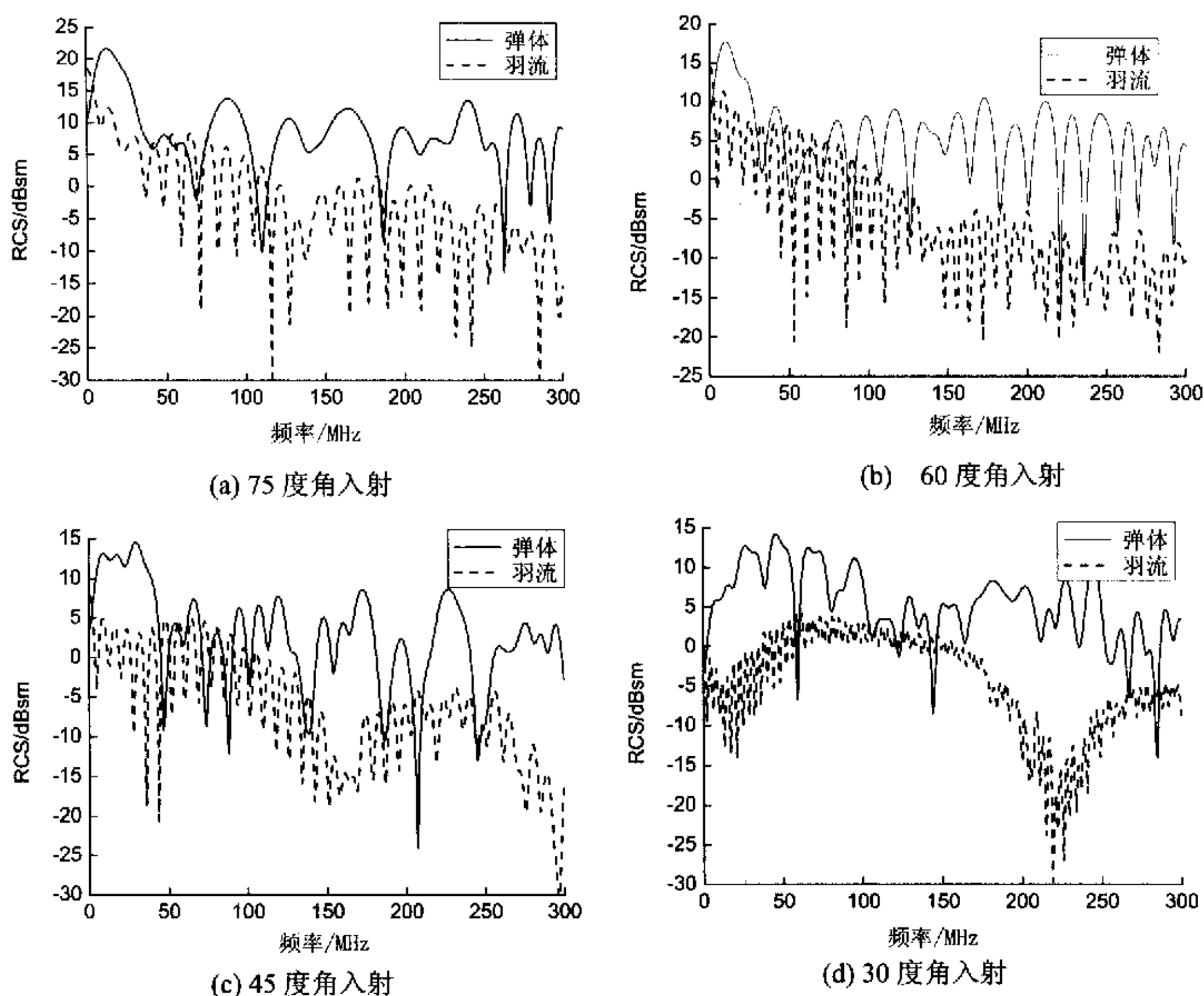


图3 不同入射角度时的后向 RCS

需补充说明,在导弹上升过程中,各级火箭会顺次脱落,弹体的 RCS 亦随之将迅速减小。相应地,羽流的 RCS 更加可观。对照目前短波雷达检测水平,通过探测羽流的回波是完全可能实现对导弹主动段检测的目的。

#### 4 结论

本文的研究初步说明,具有导弹羽流特性的等离子体会产生较大的 RCS。当然,实际的导弹尾焰的组成与火箭发动机构造、所用燃料种类与组成、导弹飞行距离、飞行高度、飞行速度等参数有关,在仿真计算当中尚需建立与实际电子密度分布更接近的模型,并考虑地球磁场效应的影响,以及评估地面散射杂波的影响和羽流的多普勒效应等特征,这些问题都有待于今后进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] Akira I. Electromagnetic wave propagation, radiation, and scattering. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1991.
- [2] Taflov A, Hagness S C. Computational electrodynamics: the finite difference time domain method, Norwood, MA: Artech House, 2000.
- [3] Sullivan D M. Z-transform theory and the FDTD method. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1996, 44(1): 28-34.
- [4] 时家明. 高空再入羽流等离子体及其电磁散射研究 [博士论文]. 中国科学院等离子体物理研究所, 1996.

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 ( Radar Cross Section, 简称 RCS ) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>