

文章编号:1007-1385(2007)01-0021-03

# 电大尺寸散射体的 RCS 计算方法研究

刘战合 黄沛霖 高旭 周钧

(北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京 100083)

**摘要:**为了更加有效的求解电大目标散射计算问题,在避免谐振区效应情况下获得复杂目标的隐身雷达散射截面(RCS)特性,引用混合场积分方程(CFIE),在快速算法的求解迭代过程中采用共轭梯度算法(CG)的收敛技术,能够稳定的求解电大尺寸的RCS。计算和分析了金属球双站RCS和金属立方体双站RCS,并和精确计算、相关参考文献进行了比较,证明了方法的正确性,计算结果稳定,在工程实际上有较大的应用价值。

**关键词:**多层快速多极子;雷达散射截面;混合场积分方程;共轭梯度算法

**中图分类号:**V218

**文献标识码:**A

矩量法<sup>[1]</sup>是一种严格计算积分方程法的经典数值方法。虽然其计算精度很高,但由于计算需要足够长的CPU时间、大的计算机内存量,特别对于飞行器这样的三维电大尺寸目标散射,使用矩量法计算就更加困难,所以很长时间以来仅仅用于低频区目标的散射计算分析。

上世纪90年代以来,随着各种针对矩量法的快速算法出现,飞行器RCS数值计算取得了很大进步。设N是求解积分方程的未知量数目,快速多极子方法(FMM)和多层快速多极子方法(MLFMA)分别具有O(N<sup>1.5</sup>)、O(NlogN)的计算复杂度,使矩量法应用于电大尺寸散射体目标的电磁散射成为可能。基于多层快速多极子方法,电子科技大学聂在平等开发了三维矢量电磁散射分析的多层快速多极子数值程序<sup>[2]</sup>,并成功在单机上求解了未知量在十万量级以内的散射问题;美国Illinois大学教授W. C. Chew与Demaco公司开发出了FISC(Fast Illinois Solver Code)软件<sup>[3]</sup>,该软件成功求解了VFY218飞机模型在入射波频率为8GHz下的双站雷达截面积,未知量数目达到百万量级。

为了得到工程实用的电磁散射分析数值计算程序,文中通过计算电大尺寸金属球的双站RCS和金属立方体的单双站RCS,并分别与Mie级数精确解、参考文献计算结果进行了对比,证明了程序的正确性。

## 1 混合场积分方程

由于通常情况下飞行器可以视为金属散射体,所以仅研究均匀介质区域的表面积分方程。假设散射体表面感应电流J<sub>s</sub>,表面感应磁流M<sub>s</sub>;以及激励源J和M都为已知,介质常数为ε和μ。

基于矩量法的三维闭合导体目标矢量散射的表面电场积分方程(EFIE)如下:

$$\hat{i} \cdot \int_S dS [J(r') + \frac{1}{k^2} \nabla' \cdot J(r') \nabla] \frac{e^{jkR}}{R} = \frac{4\pi i \hat{i} \cdot}{k\eta} E^i(r), r \in S \quad (1)$$

其中,  $\hat{i}$  为散射体表面任意单位切向量,式子左边的表面电流密度J(r')是未知量,而式子右端为含已知入射电场的激励项E<sup>inc</sup>(r)。

表面磁场积分方程(MFIE)如下:

$$2\pi J(r) - \hat{n} \times \nabla \times \int_S dS g(r, r') J(r') = 4\pi \hat{n} \times H^i(r) \quad (2)$$

其中,  $\hat{n}$  为散射体表面单位法向矢量, H<sup>inc</sup>(r) 为已知入射磁场激励项。

当入射频率处于谐振频率时,采用磁场积分方程(MFIE)和电场积分方程(EFIE)求截散射体时会在其表面产生非零切向电场,这并不符合完全导体表面切向电流为零的边界条件,目标的这种近谐振特性会引起计算效率降低甚至出错。产生上述问题的原因是当计算工作频率并非但非常接近谐振频率时求解的矩阵条件数急剧增大,从而导致矩阵发生病态,得到所谓的伪解。为解决闭合散射导体的内谐振问题,引入混和场积分方程(CFIE, Combined Field Integral Equation), 混和

场积分方程实际上是电场积分方程和磁场积分方程的线性组合<sup>[3]</sup>。因为不存在一个谐振频率能使 EFIE 和 MFIE 两者同时产生伪解,所以这样的线性叠加可以消除伪解。CFIE 的表达式可写为:

$$\text{CFIE} = \alpha \text{EFIE} + \frac{i}{k}(1 - \alpha) \text{MFIE} \quad (3)$$

$\alpha$  为加权因子,根据实际情况可选择 0 ~ 1 之间的任何数。

## 2 多层快速多极子算法原理

三维散射问题的快速多极子方法(FMM, Fast Multipole Method)的数学基础主要是利用球面波的法加定理对积分方程中的格林函数进行处理。由加法定理,标量格林函数可以展开为:

$$\frac{e^{ik|\mathbf{r}+\mathbf{d}|}}{|\mathbf{r}+\mathbf{d}|} = ik \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l (2l+1) j_l(kd) h_l^{(1)}(kr) \cdot P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}}), \quad d < r \quad (4)$$

其中,  $j_l(kd)$  为第一类  $l$  阶球贝塞函数,  $h_l^{(1)}(kr)$  为第一类  $l$  阶球汉克尔函数,  $P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}})$  为第  $l$  阶勒让德多项式。由于:

$$4\pi i^l j_l(kd) P_l(\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) = \int d^2 k e^{ik \cdot \mathbf{d}} P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \quad (5)$$

式中  $\hat{\mathbf{k}}$  为单位球面上的矢量,因此有下式:

$$\begin{aligned} \frac{e^{ik|\mathbf{r}+\mathbf{d}|}}{|\mathbf{r}+\mathbf{d}|} &= \frac{ik}{4\pi} \int d^2 k e^{ik \cdot \mathbf{d}} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) h_l^{(1)}(kr) P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \\ &\approx \frac{ik}{4\pi} \int d^2 k e^{ik \cdot \mathbf{d}} T_L(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \end{aligned} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \int d^2 k &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta d\phi \\ T_L(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) &= \sum_{l=0}^L i^l (2l+1) h_l^{(1)}(kr) P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \end{aligned}$$

上式中,  $L$  为无穷求和的截断项数,又称为多极子模式数。对于并矢格林函数

$$\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) = \left[ \bar{\mathbf{I}} - \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \right] \frac{e^{ik|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|}}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} \quad (7)$$

进行展开得到角谱空间表达式如下:

$$\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) = \frac{ik}{4\pi} \int d^2 k (\bar{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{k}}) e^{ik(\mathbf{r}_{jm} - \mathbf{r}_{im})} \alpha_{mn}(\hat{\mathbf{r}}_{mn} \cdot \hat{\mathbf{k}}) \quad (8)$$

其中,  $\alpha_{mn}$  为转移因子,代表远区组间组中心的转移作用。 $\int d^2 k$  是谱空间单位球面上的二重积分,可用高斯-勒让德积分方法计算,积分点数为  $K_L = 2L^2$ ,  $L$  为多极子模式数,可取以下经验公式:  $L = KD_{\max} + \alpha \ln(kD_{\max} + \pi)$ <sup>[4]</sup> 或  $L = kD_{\max} + \alpha$  万方数据

$(kD_{\max})^{1/3}$ <sup>[5]</sup>,其中  $D_{\max}$  为多层快速多极子方法分组的最大几何尺寸,  $\alpha$  可由经验根据实际计算精度需要给定。

对于电场积分方程(EFIE):

$$\hat{\mathbf{i}} \cdot \int_S \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') dS' = \frac{4\pi i}{k\eta} \hat{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (9)$$

其中,  $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  为并矢格林函数。  $\eta$  为自由空间的波阻抗 ( $\eta = 120\pi$ ),  $\mathbf{E}^i(\mathbf{r})$  为入射场,  $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$  为待求电流。选用合适的基函数  $J_i$  展开表面感应电流,再与权函数  $t_j$  进行内积,得到线性代数方程组为:

$$\sum_{i=1}^N A_{ji} \alpha_i = F_j \quad J = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中

$$A_{ji} = \int_S dt_j(\mathbf{r}) \cdot \int_S dt'_i \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{j}_i(\mathbf{r}') \quad (11)$$

$$F_j = \frac{4\pi i}{k\eta} \int_S dt_j(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad (12)$$

可得矩阵与矢量相乘的 FMM 表达式为:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N A_{ji} \alpha_i &= \sum_{n \in G_N} \sum_{i \in G_n} A_{ji} \alpha_i + \frac{ik}{4\pi} \int d^2 k \mathbf{V}_{fjy}(\hat{\mathbf{k}}) \\ &\quad \times \sum_{n \in G_F} \alpha_{mn}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{r}}_{mn}) \sum_{i \in G_n} \mathbf{V}_{smi}^*(\hat{\mathbf{k}}) \alpha_i, \quad j \in G_m \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $G_N$  代表来自该组的近邻组的贡献,  $G_F$  代表来自该组的远组即非近邻组的贡献。  $\mathbf{V}_{smi}$ ,  $\mathbf{V}_{fjy}(\hat{\mathbf{k}})$  分别为聚合因子、解聚因子。具体表达如下:

$$\mathbf{V}_{smi}(\hat{\mathbf{k}}) = \int_S dt'_i e^{ik \cdot \mathbf{r}'_{in}} [\bar{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{k}}] \cdot \mathbf{j}_i(\mathbf{r}'_{in})$$

$$\mathbf{V}_{fjy}(\hat{\mathbf{k}}) = \int_S dt'_j e^{ik \cdot \mathbf{r}'_{jm}} [\bar{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{k}} \hat{\mathbf{k}}] \cdot \mathbf{t}_j(\mathbf{r}'_{jm})$$

磁场积分方程也可以采用上述相同的办法处理,然后由式(3)即可得到混合积分方程的快速多极子表达式,快速多极子方法的基本原理<sup>[6,7]</sup>是:首先将散射体表面进行网格划分,对散射体进行几何离散得到各个子散射体分组,任意两个子散射体间的互耦作用可以根据它们所在组的位置关系(分为近邻组,非近邻组)而采用不同的方法计算—当该两个子散射体是近邻组时,采用直接 MOM (Method of moment) 数值计算;当它们为非近邻组时,则采用聚合-转移-解聚快速多极子方法计算,即对于一个给定的场点组,首先将它的每个非近邻组内所有子散射体产生的贡献“聚合”到各自的组中心表达;再将这些组的贡献由其组中心“转移”至给定场点组的组中心表达;最

后将得到的所有非近邻组的贡献由该组中心“解聚”到该组内各子散射体。通过将格林函数在角谱空间中展开,利用平面波进行矩阵对角化,将一个满矩阵与矢量的相乘计算转化为多个稀疏阵与该矢量的相乘计算。

多层快速多极子方法 (Multilevel fast multipole algorithm)<sup>[8]</sup> 是快速多极子方法在多层数据结构中的推广。对于近区强耦合量直接计算,对于远区耦合量则用多层快速多极子方法实现。多层快速多极子方法基于树形数据结构计算,其特点是:逐层聚合、逐层转移、逐层配置、嵌套递推。除快速多极子方法操作之外,还有父层、子层的层间递推计算,对于散射问题,使用二维拉格朗日插值公式技术计算。多层快速多极子方法的转移计算在各层各组的远亲组间进行,而快速多极子方法的转移计算在非近邻组间进行;多层快速多极子方法的直接计算部分在最高层各非空组的近邻组间进行。经过多层快速多极子处理,原来的积分方程求解变为线性代数方程组的求解问题,采用迭代方法中的共轭梯度算法来求解该方程组。

## 4 算例分析

### 4.1 电大尺寸导体球双站 RCS 计算验证

采用混合积分方程,利用多层快速多极子方法,计算金属球  $k\alpha = 10\pi$ , 其中  $\alpha$  为金属球半径,入射电磁波频率为  $f = 1.5\text{GHz}$ , 图 1 是导体金属球双站 E 平面 RCS 使用 MLFMA 方法和 Mie 级数精确解计算结果,计算所使用未知量 106,045 个,使用共轭梯度法迭代 26 次,计算占用 CPU 时间 43388 秒,使用内存 1.3GB,多层快速多极子分层数为 6。由图可以看出,计算结果与精确 Mie 级数解吻合比较好,程序在  $0^\circ$  到  $30^\circ$  计算精度稍差的原因有:(1)几何建模生成网格带来的误差;(2)实施多层快速多极子方法时,在层层迭代过程中采用拉格朗日插值方法计算带来的误差。该算例说明本程序实现了电大散射体的 RCS 求解,证明其对电大尺寸散射体计算的适用性。

### 4.2 金属立方体单双站 RCS 计算

#### 4.2.1 双站 RCS 计算

本算例计算电磁模型状态:边长为  $15\lambda$  的导电立方体。图 2 为文献<sup>[5]</sup> 计算结果,其中 RCS 计算结果是用入射波波长平方归一化的结果,图 3 为使用 MLFMA 算法的双站 E 平面计算结果,其中未知数变量数目为 120,000 个,使用内存 0.

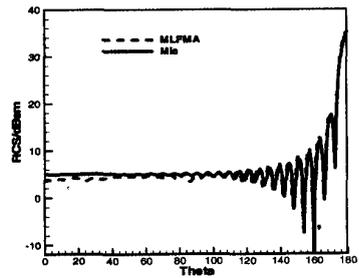


图 1 金属球 RCS 双站 MLFMA 计算结果与 Mie 级数解对比 8GB,多层快速多极子分层数为 6。为了在单机上计算,部分牺牲了精度,取较少的多极子模式数,使用共轭梯度法迭代 48 次。对比计算与文献,可以看出 RCS 趋势一致,结果吻合良好。

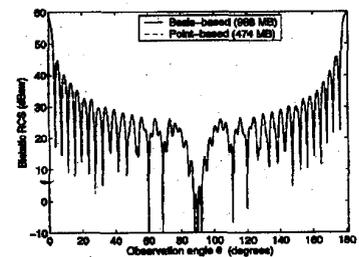


图 2 文献[5]中计算结果

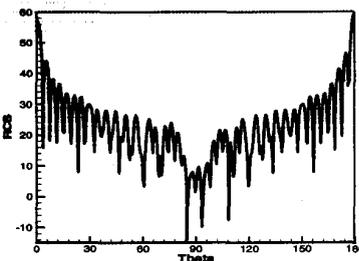


图 3 导电立方体双站 E 平面 RCS 计算结果

#### 4.2.2 单站 RCS 计算

导电立方体单站水平极化 RCS 计算结果如图 4,由图可以看出,RCS 曲线对称,且在  $0^\circ$ 、 $90^\circ$

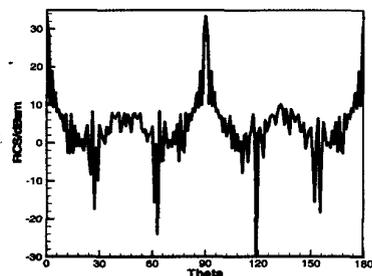


图 4 导电立方体单站水平极化 RCS 计算结果度、 $180^\circ$  出现峰值,这是因为在这三个状态下为

镜面散射,其 RCS 值最大。该算例占用内存同上一算例,计算占用 CPU 时间 129,377s。

## 5 结论

通过基于 MOM 的多层快速多极子算法,计算了金属球的双站 RCS 与金属立方体的单、双站 RCS。电大散射体的 RCS 计算对飞行器隐身设计和研究具有重要意义,能够缩短设计周期和优化飞行器隐身性能。程序具有一定的开放性,可根据不同的情况进行二次开发;为了提高计算精度,应使用更多的多极子模式数以及提高层层迭代之间的内插精度。

### 参考文献:

- [1] Sadasiva M. Rao, Donald R. Willton and Allen W. Glisson. Electromagnetic Scattering by surface of Arbitrary Shape [C]. IEEE Trans on antennas and propagation, Vol. AP - 30, No. 3, May 1982;409 ~ 418
- [2] 胡俊, 聂在平, 王军, 等. 三维电大目标散射求解的多层快速多极子方法[J]. 电波科学学报, 2004, 19(5): 509 ~ 514
- [3] J. M. Song, C. C. Lu, W. C. Chew, and S. Wlee. Fast illinois solver code ( FISC) [ J ]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1998, 40(3): 27 ~ 341
- [4] 王浩刚. 电大尺寸含腔体复杂目标矢量的电磁散射一体化精确建模与高效算法研究[M]. 电子科技大学博士学位论文, 成都: 电子科技大学, 2001 年
- [5] Kalyan C. Donepudi, Jiming Song, Jian - Ming Jin, Gang Kang, Weng Cho Chew. A Novel Implementation of Multilevel Fast Multipole Algorithm for Higher Order Galerkin's Method [ C ]. IEEE Trans on antennas and propagation, Vol. 48, No. 8, August 2000: 1192 ~ 1197
- [6] W. C. Chew, J. M. Jin, Eric Michielssen, J. M. Song. Fast and efficient algorithms in computational electromagnetics [ M ]. Artech House Publishers, 2001
- [7] B. Dembart and E. Yip. A 3 - D fast multipole method for electromagnetics with multiple levels [ C ]. 11th Annu. Rev. Progress Appl. Computat. Electromagn., CA, 1995; 621 ~ 628
- [8] J. M. Song, C. C. Lu, W. C. Chew. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex bojects [ C ]. IEEE Transaction on Antennas Propagation, 1997, 45 (10): 1488 ~ 1493

## Research on RCS computation method of large scattering object by MLFMA

LIU Zhan - he HUANG Pei - lin GAO Xu ZHOU Jun

(School of Aeronautical Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**Abstract:** Multilevel Fast Multipole Algorithm (MLFMA) was explained and used for computing the RCS scattering form large objects efficiently. This paper adopted Combined Field Integral Equation (CFIE) to avoid the effect of resonance region and get the complicated objects RCS characteristic. During the iterative solution procedure of fast algorithm, convergent technique of Conjugate Grads (CG) could be used to calculate the RCS of large objects stably. Compared with the exact calculation and reference, the result on the RCS of bi - state radar for metal globe and metal cube proves that this method is correct and its result is stable and it can be applied in the practical project.

**Keywords:** multilevel fast multipole algorithm, Radar Cross Section, combined field integral equation, conjugate grads

## 雷达散射截面 ( RCS ) 分析培训课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立, 致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养, 是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司, 以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

雷达散射截面 ( Radar Cross Section, 简称 RCS ) 是雷达隐身技术中最关键的概念, 也是电磁理论研究的重要课题, 使用 HFSS 软件可以很方便的分析计算各种目标物体的 RCS。

由易迪拓培训推出的《HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装》是从零讲起, 系统地向您讲授如何使用 HFSS 软件进行雷达散射截面分析的全过程。该套视频课程由专家讲授, 边操作边讲解, 直观易学。

### HFSS 雷达散射截面分析培训课程套装



套装包含两门视频培训课程, 其中: 《两周学会 HFSS》培训课程是作为 HFSS 的入门培训课程, 帮助您在最短的时间内迅速熟悉、掌握 HFSS 的实际操作和工程应用; 《HFSS 雷达散射截面(RCS)分析》培训课程是专门讲授如何使用 HFSS 来分析计算雷达散射截面, 包括雷达散射截面、单站 RCS、双站 RCS 等的定义, 实例讲解使用 HFSS 分析单站 RCS、双站 RCS 和宽频 RCS 的相关设置和实际操作等。视频课程, 专家讲授, 从零讲起, 直观易学...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/130.html>

#### 更多培训课程:

- **HFSS 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>