

# 基于改进渐进空间映射算法的滤波器设计

李刚 吴边 赖鑫 梁昌洪

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室，陕西，西安 710071)

**摘要：**提出了一种基于改进渐进空间映射算法的滤波器设计方法。首先，将初始映射矩阵改进为单变量偏导矩阵。其次，在参数抽取过程中巧妙地引入柯西法，从而在保证精度的前提下，加快了参数抽取的速度。最后，通过一个四腔的同轴腔体滤波器的设计实例验证了本文的方法。滤波器的电磁仿真结果与理论综合结果吻合良好，证实了该方法的有效性。

**关键词：**滤波器，柯西法，渐进空间映射算法，参数抽取，单变量偏导矩阵

## A Filter Design Method Based on Improved Aggressive

Space Mapping Method

Li Gang, Wu Bian, Lai Xin, LIANG Chang-hong

(Key Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** This paper presents a new design technique for the filter. The technique is based on improved aggressive space mapping method. Firstly, the partial derivative matrix with single variable is used as an initial mapping matrix. Because of introduction of the Cauchy method in parameter extraction process, the speed of parameter extraction is accelerated without lose of accuracy. Finally, to confirm the design method presented in the paper, a coax filter with four resonators is designed and simulated using HFSS software. The agreement between simulated results and theoretical results is good.

**Keywords:** filter, Cauchy method, aggressive space mapping method, parameter extraction, the partial derivative matrix with single variable

## 1 引言

传统的带通滤波器设计主要依靠近似的解析公式。由于公式的局限性，对滤波器性能的提高，主要依赖于后期的调试。虽然可以用高频仿真软件对性能进行优化，但对结构复杂的滤波器，在优化变量较多的时候，常常得不到理想的效果，而且耗时很长。近年来发展起来的空间映射算法[1-4]作为一种新型的优化方法，把主要的优化计算转移到粗糙模型中进行，而用精确模型来验证和矫正粗糙模型得出的结果。这样经过几次迭代，就可以得到理想的结果。

笔者对渐进空间映射算法进行了改进，以单一变量偏导矩阵作为初始映射矩阵，并且巧妙地在参数抽取阶段引入柯西法，从而提出了一种快速有效的滤波器设计方法。文末，通过一个结构复杂的同轴谐振腔滤波器的设计实例证实了该方法的有效性。

## 2 基本理论

### 2.1 渐进空间映射算法及其改进

渐进空间映射算法(ASM)改进了初始空间映射方法的不足之处[1-4]，从第一次精确模型仿真开始到最后，每次的精确模型仿真都参与参数抽取和两空间映射关系的建立，并预测下一个改善的精确模型新设计参量，因此精确空间设计参量是自适应步进，逐渐逼近理想模型设计参量。假设在精确模型和粗糙模型的设计参量空间之间存在映射  $\mathbf{P}$

$$\mathbf{R}_c(\mathbf{P}(x_f)) \approx \mathbf{R}_f(x_f) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{R}_c$  表示粗糙空间响应， $\mathbf{R}_f$  表示精确空间响应。

式(1)中的映射  $\mathbf{P}$  的雅克比矩阵为

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_p(x_f) = \left( \frac{\partial \mathbf{P}^T}{\partial x_f} \right)^T = \left( \frac{\partial \mathbf{x}_c^T}{\partial x_f} \right)^T \quad (2)$$

可以利用同阶的矩阵  $\mathbf{B}$  近似映射  $\mathbf{P}$  的雅克比矩阵，即  $\mathbf{B} \approx \mathbf{J}_p(x_f)$ 。从(2)式可知

$$\mathbf{J}_f \approx \mathbf{J}_c \mathbf{B} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{J}_f$  和  $\mathbf{J}_c$  分别为精确模型响应与粗糙模型

基金项目：国家自然科学基金 (60501023)

响应相当于各自设计参量的雅克比矩阵。从式(3)可以获得矩阵 $\mathbf{B}$ 的表达式

$$\mathbf{B} = (\mathbf{J}_c^T \mathbf{J}_c)^{-1} \mathbf{J}_c^T \mathbf{J}_f \quad (4)$$

所以 $\mathbf{B}$ 就是联系粗糙空间设计参量微分位移随精确空间设计参量微分位移变化的矩阵。

假设在第j次迭代中，误差矢量估算如下式

$$f^{(j)} = f^{(j)}(x_f^{(j)}) = \mathbf{P}^{(j)}(x_f^{(j)}) - x_c^* \quad (5)$$

其中 $x_c^*$ 表示粗糙空间中的最优解，上式需要求得 $\mathbf{P}^{(j)}(x_f^{(j)})$ ，可以通过参数抽取过程间接得到，即用 $x_c^{(j)}$ 代替。通过下式获取精确模型空间的拟牛顿步长 $h^{(j)}$

$$\mathbf{B}^{(j)} h^{(j)} = -f^{(j)} \quad (6)$$

$\mathbf{B}^{(j)}$ 带入式(6)计算得到下次迭代步长 $h^{(j)}$ ，精确模型新的预测设计参量

$$x_f^{(j+1)} = x_f^{(j)} + h^{(j)} \quad (7)$$

如果 $\|f^{(j)}\|$ 足够小，则算法终止，得到 $\bar{x}_f = \mathbf{P}^{-1}(x_c^*)$ 的近似结果和映射矩阵 $\mathbf{B}$ 。否则，重复上述迭代过程直到算法收敛。

在已有文献中，最初的映射矩阵 $\mathbf{B}$ ，常常设为单位矩阵 $\mathbf{I}$ 。对于精确模型和粗糙模型参数含义一致的情况，没有问题。但是如果参数意义不同，则可能会出现参数数量级不对应的情况。笔者将初始映射矩阵改进为单一变量偏导矩阵，不仅保证了参数数量级对应，而且更接近实际。改进后的初始映射矩阵

$$\mathbf{B} = \text{diag}\{\partial x_{ci}/\partial x_{fi}\}, i=1, L, n \quad (8)$$

在上述渐进空间映射算法中还有一个重要的过程就是参数抽取。笔者在参数抽取过程中，巧妙地引入了柯西法。该方法通过对精确模型响应有限的抽样，得到一个超定方程。解该方程，即可得到表述滤波器响应的两个多项式 $P(s), F(s)$ 系数。通过Feld-keller方程计算出多项式 $E(s)$ 的系数。然后，通过交叉耦合滤波器的综合方法，很快速的就得到耦合系数等粗糙模型的参量。这样做，不仅大大提高了参数抽取的效率，而且由于运用的是滤波器的有理参数理论模型，使得每次抽取时候，标准一致，避免了抽取参数的不唯一性，保证了算法的快速收敛。

## 2.2 柯西法

对于二端口无耗互易网络，通常用散射参数来表征，由3个特征多项式 $F, P, E$ 构成，建立有理多项式模型[6-7]为

$$S_{11}(s) = \frac{F(s)}{E(s)} = \sum_{k=0}^n a_k^{(1)} s^k / \left( \sum_{k=0}^n b_k s^k \right) \quad (9a)$$

$$S_{21}(s) = \frac{P(s)}{E(s)} = \sum_{k=0}^{nz} a_k^{(2)} s^k / \left( \sum_{k=0}^n b_k s^k \right) \quad (9b)$$

从测得结果中取 $N$ 个频点，建立方程组求多项式 $F, P$ 系数 $a_k^{(1)}$ 和 $a_k^{(2)}$ 。

$$\left[ S_{21} \mathbf{V}_n - S_{11} \mathbf{V}_{nz} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{(1)} \\ \mathbf{a}^{(2)} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^{(1)} \\ \mathbf{a}^{(2)} \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{a}^{(1)} = [a_0^{(1)}, a_1^{(1)}, \dots, a_n^{(1)}]^T \quad (11a)$$

$$\mathbf{a}^{(2)} = [a_0^{(2)}, a_1^{(2)}, \dots, a_{nz}^{(2)}]^T \quad (11b)$$

$$S_{11} = \text{diag}\{S_{11}(s_i)\} \quad (11c)$$

$$S_{21} = \text{diag}\{S_{21}(s_i)\} \quad (11d)$$

$N$ 是从实测结果中取样数据的个数， $i=1, 2, \dots, N$ ， $s_i = j\omega_i$ ，同时得到对应的 $S_{11}, S_{21}$ ， $n$ 为滤波器的阶数， $nz$ 为有限传输零点的个数。 $\mathbf{V}_m$ 为Vandermonde矩阵，其元素为 $V_{i,k} = (j\omega_i)^{k-1}$ ， $k=1, 2, \dots, m+1$ ， $i=1, 2, \dots, N$ 。需要指出的是取样的个数 $N \geq n + nz + 1$ 即可。上述柯西法得到的多项式 $F, P$ 的系数为复数，不宜直接用于求解耦合矩阵。根据文献[8]作如下的改进：

$$a_k^{(2)} = j^k r_k^{(2)} \quad (12)$$

其中 $r_k^{(2)}$ 为纯实数。上述超定方程可以用完全最小二乘法求解。得到方程的解，即多项式系数 $\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}$ 。最后由Feld-keller方程计算出 $E(s)$ 。

$$F(s)F^*(-s) + P(s)P^*(-s) = E(s)E^*(-s) \quad (13)$$

式(13)方程左边的根关于虚轴成对出现，为使 $E(s)$ 在 $S$ 域的右半平面解析，取其左半平面的根作为 $E(s)$ 的根，即可求得 $b_k$ 。

## 3 应用实例

现在用一个如图1所示的四腔的同轴腔滤波器的设计实例来验证上述方法的有效性。滤波器的中心频率为1GHz，相对带宽为0.0219，带内的回波损耗为21dB。采用切比雪夫响应。采用文献[5-6]中的综合方法得到外部 $Q$ 值和耦合系数分别为 $Q = 40.7387, M_{12} = M_{34} = 0.0205, M_{23} = 0.0156$ ，各腔的谐振频率均为1GHz。这些参数便是粗糙空间的最优理论值。由于滤波器的结构对称，实际需要调整的参数有5个，它们在图1中标出。

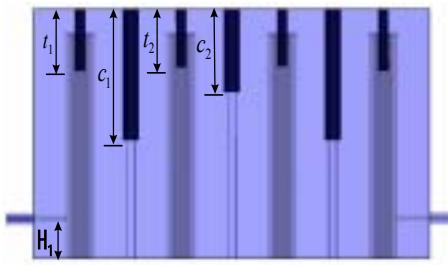


图1 四腔同轴滤波器结构侧视图

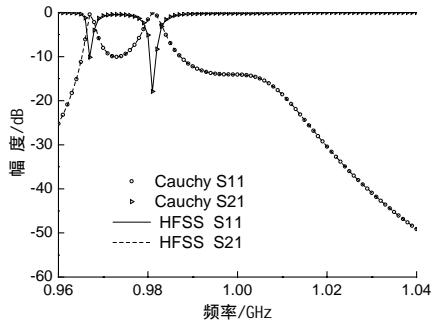


图2 滤波器初始响应与柯西响应比较

图2给出了滤波器的初始响应并且对比了用HFSS仿真得到的响应和用柯西法抽取参数后综合有理多项式得到的响应。从图中曲线可以看出，两者吻合的很好。说明柯西法用于参数抽取是很准确的。但是滤波器的响应与理论设计的响应差距很大。图3是迭代1次后得到的尺寸对应的HFSS仿真结果。对比图2，图3中滤波器的响应有了明显的改善。经过4次迭代后，得到了滤波器的最终尺寸。迭代过程中抽取的粗糙空间参数如表1，应用改进的渐进空间映射算法后的滤波器尺寸数据如表2。

图4所示的是经过4次迭代后滤波器尺寸对应的最终响应与理论设计响应。可以看出，现在的滤波器响应已经非常地接近理论模型的响应了。

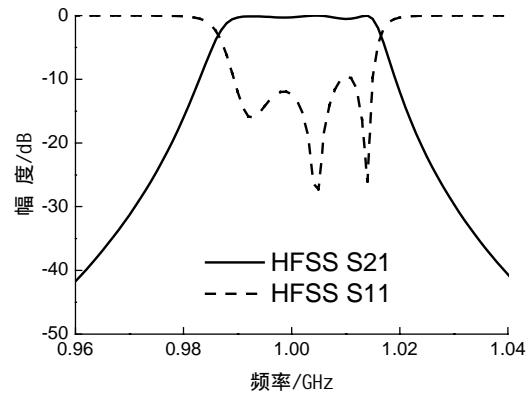


图3 迭代1次后的尺寸对应的HFSS仿真结果

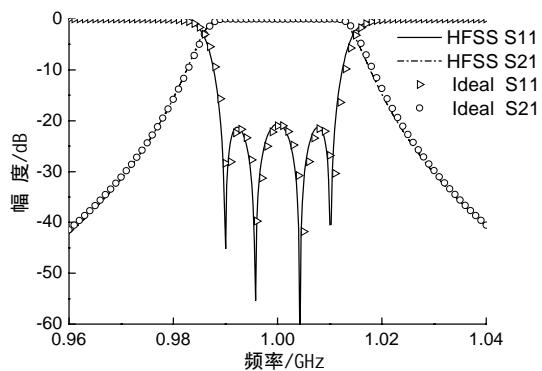


图4 最终尺寸对应的HFSS仿真结果

#### 4 结束语

通过对渐进空间映射算法的改进，保证了算法的收敛性和准确性，同时也避免了直接对滤波器优化过程中出现的耗时长和结果不收敛的缺点。用一个四腔同轴滤波器的实例进行了验证，最终仿真结果验证了本文方法的正确性和有效性。该方法还可以应用到交叉耦合同轴腔滤波器等其他形式的滤波器设计中。

表1 迭代过程中柯西法提取出来的数据(最后一行是粗糙空间最优值)

$Q$	$M_{12}$	$M_{23}$	$f_1$	$f_2$
38.5219	0.0201	0.0154	1.0023	0.9773
44.3834	0.0211	0.0159	0.9987	1.0017
41.1179	0.0202	0.0153	1.0016	1.0004
40.8817	0.0204	0.0155	0.9997	0.9993
40.1523	0.0206	0.0157	1.0005	1.0005
40.7387	0.0205	0.0156	1.0000	1.0000

表2 迭代过程中HFSS中滤波器实际调整尺寸(单位:毫米)

$H_1$	$c_1$	$c_2$	$t_1$	$t_2$
7.7589	26.2751	16.6532	12.3286	12.3360
7.4822	26.8652	16.9264	12.4078	11.4855
7.8774	25.8069	16.0596	12.3645	11.5509
7.9218	26.2548	16.6300	12.4209	11.5671
7.9386	26.3985	16.6420	12.4117	11.5448

## 参考文献

- [1] Bandler J W, Cheng Q S, Dakroury S A. et al. Space mapping: The state of the art[J]. IEEE Trans on Microwave Theory Tech 2004,52(10), 337-361
- [2] Koziel S, Bandler J W, Madsen K, A space mapping framework for engineering optimization: Theory and implementation[J]. IEEE Trans on Microw. Theory Tech, 2007 , 54(10):3721-3730
- [3] Koziel S, Bandler J W. Interpolated coarse models for microwave design optimization with space-mapping[J]. IEEE Trans on Microw. Theory Tech, 2007,55(8): 1739-1746
- [4] Koziel S, Bandler J W. Space Mapping With Multiple Coarse Models for Optimization of Microwave Components[J]. IEEE Trans on Microwave Theory Tech.
- [5] Li Gang, Dai Xiwang, Liang Changhong. Fast Synthesis Of Coupled-Resonator Filters[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2008,22(5): 705-714
- [6] Cameron R J. General Coupling Matrix Synthesis Methods for Chebyshev Filtering Functions[J] . IEEE Trans on Microwave Theory Tech, 1999, 47(4): 433-442
- [7] Meng Wei ,Wu Keli. Analytical Diagnosis and Tuning of Narrowband Multicoupled Resonator Filters [J]. IEEE Trans on Microw Theory Tech, 2006, 54(10) : 3765-3771
- [8] Macchiarella G, Traina D. A Formulation of the Cauchy Method Suitable for the Synthesis of Lossless Circuit Models of Microwave Filters From Lossy Measurements[J]. IEEE Microw Wireless Compon Letter, 2006, 16(5) : 243-245

作者简介：李刚，男，博士生，主要研究领域为微波毫米波元器件设计、数值优化算法等。

## 微波滤波器设计培训——视频课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们推出的微波滤波器设计培训专题，有资深工程师领衔主讲，课程既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，设计原理和设计仿真实践相结合，向大家呈现各种结构的微波滤波器的完整设计流程。旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。



### 微波滤波器设计培训专题视频课程

高清视频，专家授课，中文讲解，直观易学；既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有像 ADS、CST、HFSS 各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/filter/>

### 更多专业培训课程：

- **HFSS 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计专业培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>