

文章编号 :1001-893X(2002)06-0051-05

平方根升余弦滚降 FIR 数字滤波器的设计*

张维良 郭兴波 潘长勇 杨知行

(清华大学电子工程系微波与数字通信国家重点实验室 北京 100084)

摘要 本文采用本地查找算法,根据不同的误差准则设计了一系列平方根升余弦滚降 FIR 滤波器,并且在基带传输系统中对 FIR 滤波器进行了性能仿真,得出了在对称度准则下设计的 FIR 滤波器具有较好的性能的结论。

关键词 数字滤波器,平方根升余弦滚降滤波器;本地查找算法,奈奎斯特第一准则,基带传输系统;眼图

中图分类号 TN713 文献标识码 A

Design of Square - root Raised Cosine FIR Digital Filters

ZHANG Wei - liang ,GUO Xing - bo ,PAN Chang - yong ,YANG Zhi - xing

(State key laboratory on Microwave & Digital Communications , Tsinghua University , Beijing 100084 ,China)

Abstract In this paper, a series of square - root - raised - cosine(SRRC) FIR filter with CSD coefficients are designed according to the local search algorithm based on two different error criteria. All the FIR filters are evaluated in a baseband system and the simulated results indicated that based on the symmetry error criteria the FIR filters introduce less noise and have better performance than the filters designed based on the MiniMax criteria.

Key words Digital filter Square - root raised cosine FIR filter ; Local search algorithm ; Nyquist criteria ; Baseband system ; Eye pattern

一、引言

数字 FIR 滤波器由于其严格的线性相位特性,在许多应用领域都显示了强大的生命力。近来,针对 FIR 滤波器的重要应用意义,不少学者对 FIR 滤波器的设计以及硬件实现进行了广泛的研究,研究内容包括 FIR 滤波器系数的简化、FIR 滤波器结构的改进、可编程 FIR 滤波器的设计^[1~5]。本文在前人研究的基础之上,设计了一系列平方根升余弦滚降 FIR 滤波器,并根据其应用特点做了一些性能分析。

设计一个高效的适合在硬件中实现的 FIR 滤波器必须解决以下 3 个问题。第一个问题是在硬件资源有限的情况下如何最简单有效地表示滤波器的系数。在硬件实现过程中,由于受硬件资源的限制,通

常滤波器的系数只能取 8 位左右,这种有限精度系数的误差对滤波器的性能影响非常大。设计 FIR 滤波器算法必须解决的第二个问题是衡量不同的系数表示方法的情况下滤波器的性能,也就是滤波器性能衡量的准则。第三个问题是采用何种算法用来找到最优的滤波器,所谓最优是指在某一个滤波器性能衡量准则下,滤波器的误差最小。目前,已经有一些文献^[1~5]提到了上面 3 个问题,针对第一个问题,FIR 滤波器系数在硬件中可以有许多的表示方法,比如 SD(Signed Digit) CSD(Canonic Signed Digit) 等^[6]。滤波器性能衡量的准则跟具体的应用有关,比较通用的误差衡量准则有 2 种,第一种是最大误差最小化准则,就是使滤波器幅度频率响应在一定的频率范围内满足最大误差最小;第二种误差准则是均方误差准则,就是使得滤波器的时域响应的

误差的均方值最小,这种误差准则较好地衡量了滤波器带来的信噪比损失。针对寻找最优滤波器的方法则有比较多种的选择,主要可以分为以下几种:整数规划(Integer Programming)算法,这种方法可以在全局内找到最优的滤波器;本地查找(Local Search)算法,这种方法不一定能够找到最优的滤波器,但是它有着较快的收敛速度,遗传算法等等。

本文采用本地查找算法,在采用不同误差准则的情况下,设计出不同的滤波器,并且根据滤波器的应用背景,对不同误差准则情况下的滤波器做了一个性能评价。

二、CSD 数表示方法

通常情况下,一个数可以表示为 2 的整数次方的和或者差的形式,采用这种方法表示的数叫做 SD 数(Signed-Digit Number)^[6]。一个绝对值小于 1 的

数 x 可以表示成如下的形式:

$$x = \sum_{k=1}^L s_k 2^{-p_k} \quad (1)$$

其中 $s_k \in \{-1, 0, 1\}$, $p_k \in \{0, 1, \Delta, M\}$, 通常一个数的表示形式并不唯一。例如 0.375 的可以有以下几种表示形式:

$$0.375 = 2^{-2} + 2^{-3} \quad (2)$$

$$0.375 = 2^{-1} - 2^{-3} \quad (3)$$

$$0.375 = 2^0 - 2^{-1} - 2^{-3} \quad (4)$$

$$0.375 = 2^0 - 2^{-1} - 2^{-2} + 2^{-3} \quad (5)$$

式(2)(3)(4)(5)的权重分别为 2 2 3 4。

虽然一个数的表示形式不唯一,但是存在一种最小权重的表示形式,这种表示形式叫做 CSD(Canonical Signed-Digit)。一个给定的数的 CSD 表示形式是唯一的,文献[6]中给出了把传统的比特数转换成 CSD 数的算法。

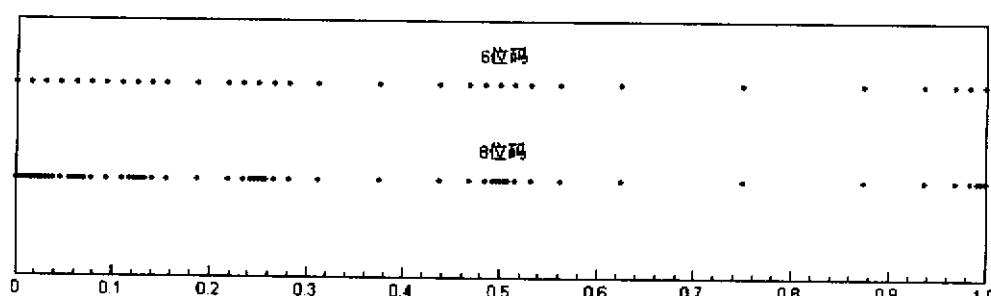


图 1 两位 csd 数在 [0, 1] 区间上分布图

三、FIR 滤波器设计的算法

本地查找算法^[4~5]有着非常快的收敛速度,它可以设计较长阶数的滤波器^[2~3],算法结构简单,容易实现。下面介绍如何应用本地查找算法来设计滤波器:

(1)用 matlab 的函数计算出系数无限精确的滤波器,把滤波器的系数按照最大的系数值归一化,得到 $H(n)$;

(2)从 0.5 到 1 之间以步长 0.01 扫描比例因子 $A H(n) \times A H(n) \times A$ 在 CSD 系数空间进行量化,与理想滤波器的幅度频率响应作比较,计算误差,根据计算所得的误差,在 [0.5, 1] 区间中寻找最优的比例因子使得误差最小,寻找出最优的比例因子 A_1 ;

(3)在 2 的基础之上,从 $A_1 - 0.01$ 到 $A_1 + 0.01$ 以步长 0.001 扫描,寻找最优的比例因子使得误差

在某一个误差准则下最小,寻找出来的最优比例因子为 A ,由系数无限精确滤波器乘以比例因子得到的滤波器进行四舍五入得到的滤波器系数作为步骤(4)的初始值;

(4)只让滤波器所有系数中的 2 个系数变动,对这 2 个系数各选其相邻的一定数量的 CSD 数,然后对滤波器系数中选取 2 个系数的所有可能的组合中进行挑选,选择一个与无限精确的滤波器最为接近的滤波器;

(5)把在 4 过程中得到的滤波器系数做为步骤(4)的初始值,继续 4 过程,直到计算出来的误差大于上次得到误差为止。

四、平方根升余弦滚降滤波器的设计

在数字信号传输过程中,我们只要求特定时刻的波形幅值如何无失真地传送,而不必要求整个波

形无失真。奈奎斯特第一准则,又称第一无失真条件告诉我们:如果信号经传输后整个波形发生了变化,但只要其特定点的抽样值保持不变,那么用再次抽样的方法,仍然可以准确无误地恢复原始信码。我们可以求出满足奈奎斯特准则的滤波器,但满足奈奎斯特第一准则的滤波器有无穷多种,在实际中得到广泛应用的是其幅度频率响应具有奇对称升余弦形状过渡带的一类滤波器,通常称之为升余弦滚降滤波器,其传递函数为

$$S(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sin \left[\frac{1}{2\alpha} (\omega - \pi) \right] \right\}, & \pi(1 - \alpha) \leq |\omega| \leq \pi(1 + \alpha) \\ 1, & 0 \leq |\omega| \leq \pi(1 - \alpha) \\ 0, & |\omega| \geq \pi(1 + \alpha) \end{cases}$$
(6)

当升余弦滚降滤波器应用于实际通信系统中时,由于抽样定时脉冲误差不可避免,我们更加关心的是抽样点的信噪比。如果抽样点信噪比达到最大值,同时又消除了码间串扰,则传输系统的误码性能达到了最佳。根据理论分析结果,发端 FIR 滤波器 $H_f(f)$ 和收端 FIR 滤波器 $H_R(f)$ 必须满足下面的式(6),当奈奎斯特滤波器为升余弦滚降滤波器的时候,发端收端滤波器分别对应平方根升余弦滚降滤波器。

$$H_f(f) = H_R(f) = \sqrt{N(f)} \quad (7)$$

图 2、3 分别给出了平方根升余弦滚降滤波器的幅度频率响应特性以及冲击响应,其中幅度频率响应特性图的横坐标为频率,纵坐标为频率响应的幅度;冲击响应的横坐标为时间,纵坐标为冲击响应的幅度。

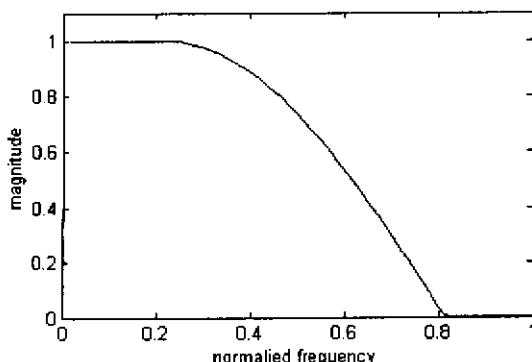


图 2 平方根升余弦滚降滤波器幅度频率响应特性

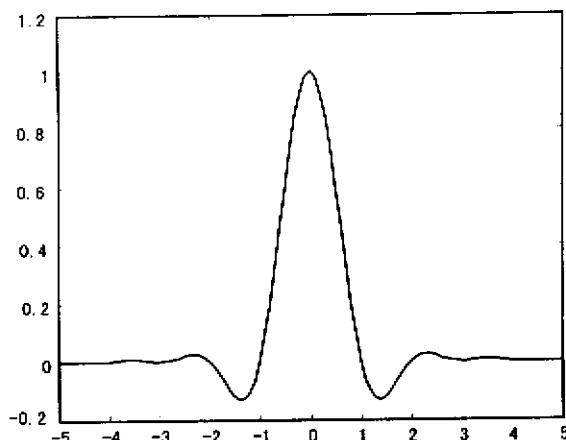


图 3 平方根升余弦滚降滤波器的时域响应

在本文第二、三部分内容的基础之上,我们设计了一系列的平方根升余弦滚降滤波器。针对滤波器的滚降系数分别为 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 的情况,采用了不同的误差准则设计了阶数为 13 阶的 FIR 滤波器。根据平方根升余弦滚降滤波器的应用特点,设计了一个基带传输系统,用来衡量设计所得的滤波器的性能。基带传输系统如图 4 所示。滤波器系数的 CSD 数按照下面的规则取舍:当系数位于区间 [-0.5, 0.5] 时,采用 2 个非零位精度为 2^{-8} 的 CSD 数;当系数位于区间 [-1, -0.5] 或者 [0.5, 1] 时,采用 3 个非零位精度为 2^{-8} 的 CSD 数。

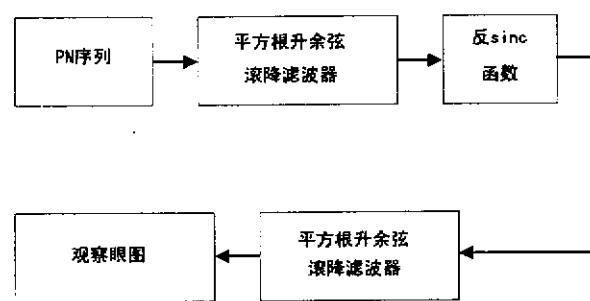


图 4 基带传输系统框图

为了衡量不同误差准则情况下设计的 FIR 滤波器的性能,根据图 4 的基带传输系统,对系数无限精确的 FIR 滤波器的性能做了一个仿真,作为滤波器性能比较的参考。表 1 列出了 13 阶平方根升余弦滚降滤波器在基带传输系统中的仿真结果。

表 1 系数无限精确的 FIR 滤波器性能参数

滚降系数	PD	NM	STE	DZC
0.3	10	499	315	368
0.4	33	491	351	293
0.5	21	493	391	219
0.6	5	496	416	167
0.7	14	489	435	133

表中的各个符号可参考图 5, 图 5 是滚降系数为 0.7 的 13 阶平方根升余弦滚降 FIR 滤波器在基带传输系统中仿真得到的一幅眼图。

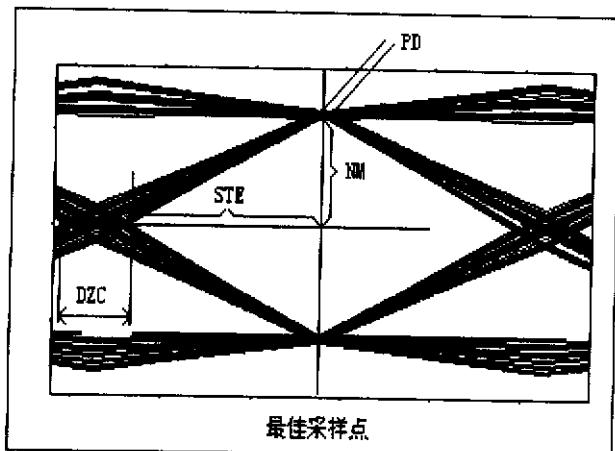


图 5 系统仿真得到的眼图

表 2 列出了最大误差最小准则情况下的 13 阶平方根升余弦滚降 FIR 滤波器设计结果, 最大误差最小准则是指求出滤波器幅度频率响应在频率 $[0, \pi]$ 内按照一定的频率间隔扫描, 与理想的滤波器幅度频率响应之间的最大误差。

表 2 最大误差最小化准则情况下的设计结果

滚降系数	PD	NM	STE	DZC
0.3	75	474	317	365
0.4	100	480	356	290
0.5	14	489	434	136
0.6	32	484	413	174
0.7	35	457	429	143

表 3 列出了基于对称度衡量准则情况下的设计结果。根据奈奎斯特第一准则, 匹配滤波器的幅度频率响应只要满足关于 0.5π 中心对称, 则匹配滤波

器可以对信号进行抽样点无失真的奈奎斯特滤波, 因此, 采用这样的基于对称度的误差准则可以获得性能更加优越的滤波器。在算法实现过程中, 先把平方根升余弦滚降滤波器转换成为对应的升余弦滚降滤波器, 在保证 0.7π , π 保证有 30 dB 以上的衰减, 然后再根据对称度准则对滤波器进行优化, 对称度通过这样的方法计算出来: 把 $[0, \pi]$ 区间平均分成 n 等份, 分别计算出各个点的幅度频率响应特性的值, 按照和为 π 分别组成数对。每一数对对应的幅度频率响应特性值的和应该等于 0.5π 处幅值的 2 倍, 若滤波器不对称, 则这两者之间存在误差。把所有数对的误差按照均方值计算出来, 则可以较好地衡量滤波器的对称度, 从而使得滤波器满足奈奎斯特第一准则, 可以对信号进行较小失真的滤波。

表 3 对称度准则情况下的设计结果

滚降系数	PD	NM	STE	DZC
0.3	18	538	320	360
0.4	9	445	335	333
0.5	14	530	401	198
0.6	10	482	411	177
0.7	10	495	427	147

五、结 论

式(7)列出了基于对称度准则情况下滚降系数为 0.5 阶数为 13 阶的平方根升余弦滚降系数。

$$\begin{aligned}
 h(0) &= h(12) = 0.0078125 = 2^{-7} \\
 h(1) &= h(11) = 0.01171875 = 2^{-6} + 2^{-8} \\
 h(2) &= h(10) = 0.01171875 = 2^{-6} - 2^{-8} \\
 h(3) &= h(9) = -0.01953125 = -2^{-6} - 2^{-8} \\
 h(4) &= h(8) = -0.0546875 = -2^{-4} + 2^{-7} \\
 h(5) &= h(7) = 0.28125 = 2^{-2} + 2^{-5} \\
 h(6) &= 0.578125 = 2^{-1} + 2^{-4} + 2^{-6}
 \end{aligned} \tag{7}$$

由表 1、2、3 可以看出, 与最大误差最小化准则相比, 基于对称度的误差准则的滤波器的眼图仿真的结果说明对称度误差准则明显优于最大误差最小化准则。在对时钟抖动特性要求(主要表现在 STE 和 DZC 参数)基本相同的条件下, 对称度准则在采样点可以获得更好的信噪比。甚至与系数无限精确的 FIR 滤波器相比, 在采样点的信噪比也相对较优,

但是采用对称度设计的 FIR 滤波器占用的硬件资源却极大地减小。

参 考 文 献

- [1] 姚彦,梅顺良,高葆新,等.数字微波中继通信工程 [M].中国通信学会主编,人民邮电出版社,1990.
- [2] Y. C. Lim, B. R. Parker. FIR filter design over a discrete powers – of – two coefficients space[J]. IEEE Transaction on Acoustic Speech ,and signal processing , Vol. ASSP – 31 , No. 3 , June 1983 ,pp. 583 ~ 590.
- [3] Y. C. Lim, S. R. Parker. Discrete coefficient FIR digital filter design based upon an LMS criteria[J]. IEEE Transactions on Circuits and systems , Vol. CAS – 30 , No. 10 , 1983 , pp. 723 ~ 739.
- [4] Q. Zhao , Y. Tadokoro. A simple design of fir filters with powers – of – two coefficients[J]. IEEE Trans. Circuits and systems , Vol. 35 May 1988 , pp. 566 ~ 570.
- [5] Henry Samueli. An improved search algorithm for the design

of multiplierless fir filters with powers – of – two coefficients [J]. IEEE Transactions on Circuits and systems , Vol. 36 , No. 7 , July 1989.

- [6] K. Hwang. Computer Arithmetic , Principles , Architecture , and Design[M]. New York : Wiley , 1979.

作者简介

张维良(1978 -),男,浙江省缙云县人,硕士研究生,研究方向为数字滤波器的设计以及硬件实现、无线通信系统的硬件实现;

郭兴波(1968 -),男,江西遂川人,博士研究生,曾获国家发明二等奖一项、部级科技进步一等奖一项、部级科技进步二等奖两项;

潘长勇(1975 -),男,安徽六安人,讲师,曾获国家发明二等奖一项、教育部科技进步一等奖一项;

杨知行(1946 -),男,湖南祁阳人,教授、博导,曾获国家发明二等奖一项、各部委奖励 15 项。

微波滤波器设计培训——视频课程

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们推出的微波滤波器设计培训专题，有资深工程师领衔主讲，课程既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，设计原理和设计仿真实践相结合，向大家呈现各种结构的微波滤波器的完整设计流程。旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。



微波滤波器设计培训专题视频课程

高清视频，专家授课，中文讲解，直观易学；既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有像 ADS、CST、HFSS 各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/filter/>

更多专业培训课程：

- **HFSS 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计专业培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>

专注于微波、射频、天线设计人才的培养

易迪拓培训

官方网址: <http://www.edatop.com>

淘宝网店: <http://shop36920890.taobao.com>