

# 广义切比雪夫滤波器等效电路参数的提取

王一凡，贾宝富，罗正祥

(电子科技大学光电信息学院，四川 成都 610054)

## The Extraction of Equivalent Circuit Parameters for General Chebyshev Filter

WANG Yi-fan, JIA Bao-fu, LUO Zheng-xiang

(School of Opto-Electronic Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract:** General Chebyshev filter is a kind of high performance filter, whose parameters extraction with classic synthesis method is complicated and the topological structure formed by the method is unchangeable, this is inconvenient to use. In this paper, we show the clear physical meaning of each normalized circuit parameter by analyzing the equivalent circuit. Then based on the optimization method, we provide an effective and flexible method to extract the circuit parameters of general Chebyshev filter, when giving the position of the transmission zeros and the topology of the circuit. Finally MATLAB is utilized to implement the automatic extraction of equivalent circuit parameters.

**Key words:** General Chebyshev filter; Transmission zeros; MATLAB; Optimization method

**摘要：**通过对等效电路的分析，对广义切比雪夫滤波器各归一化参数的物理意义做了明确的说明，并且，在指定传输零点位置和电路拓扑结构的情况下，采用优化方法，提出了一种灵活有效的提取广义切比雪夫滤波器等效电路参数的方法。最后，用 MATLAB 编程实现了等效电路参数的自动化提取。

**关键词：**广义切比雪夫滤波器；传输零点；MATLAB；优化方法

中图分类号：TN713 文献标识码：A 文章编号：1002-8935(2007)01-0008-04

作为一种高性能滤波器形式，广义切比雪夫滤波器能通过引入交叉耦合的方式，产生传输零点，提高通道的选择性，而不必增加滤波器阶数。这使得它在微波通讯，尤其是卫星通讯和移动通讯方面的运用十分广泛。然而这种滤波器等效电路参数的提取，是一个比较复杂的问题。Richard J. Cameron<sup>[1]</sup>曾使用矩阵变换的方法来获得滤波器的等效电路参数，但过程比较复杂，而且综合得到的耦合矩阵拓扑结构是固定的，在实际使用过程中不够灵活。本文的目的就是利用 MATLAB 强大的数学优化工具，将传输零点位置和电路拓扑结构作为已知条件，编程实现电路参数的提取，使之更易在工程实际中运用。

### 1 广义切比雪夫原型公式

Richard J. Cameron 给出了广义切比雪夫滤波器的原型传输函数：

$$|S_{21}|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 C_N(\omega)} \quad (1)$$

式中  $\epsilon$  为带内纹波系数，它与通带内的回波损耗  $R$  有关， $\epsilon = [10^{R/10} - 1]^{-1/2}$ 。 $C_N(\omega)$  为广义切比雪夫函数，

$$C_N(\omega) = ch\left[\sum_{i=1}^N ch^{-1}(x_i)\right] \quad (2)$$

其中， $x_i = \frac{\omega - 1/\omega_{pi}}{1 - \omega/\omega_{pi}}$ ， $\omega_{pi}$  是传输零点， $N$  为滤波器阶数，也是传输零点的总个数。可以证明，当  $|\omega| = 1$ ， $C_N = 1$ ；当  $|\omega| < 1$ ， $C_N \leq 1$ ；而当  $|\omega| > 1$ ， $C_N > 1$ 。如果传输零点均为无限传输零点 ( $\omega_{pi} \rightarrow \infty$ )，则广义切比雪夫函数与传统的切比雪夫函数相同。

### 2 广义切比雪夫原型的实现

众所周知，通过非相邻谐振器之间的交叉耦合，滤波器能产生传输零点。广义切比雪夫滤波器也是

通过这种交叉耦合的等效电路来实现的。A. E. Atia<sup>[2]</sup>在1972年就首先提出了交叉耦合滤波器的电路模型，并根据模型建立了电路矩阵方程，其具体

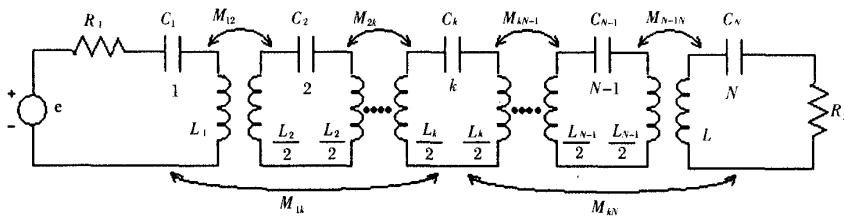


图1 交叉耦合滤波器等效电路模型

$$\left. \begin{aligned} & (R_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1) \cdot i_1 + jM_{12} \cdot i_2 + jM_{1k} \cdot i_k = e \\ & jM_{12} \cdot i_1 + (j\omega L_2 + 1/j\omega C_2) \cdot i_2 + jM_{2k} \cdot i_k = 0 \\ & jM_{1k} \cdot i_1 + jM_{2k} \cdot i_2 + (j\omega L_k + 1/j\omega C_k) \cdot i_k + jM_{kN-1} \cdot i_{N-1} + jM_{N-1N} \cdot i_N = 0 \\ & \dots \\ & jM_{kN-1} \cdot i_k + (j\omega L_{N-1} + 1/j\omega C_{N-1}) \cdot i_{N-1} + jM_{N-1N} \cdot i_N = 0 \\ & jM_{kN} \cdot i_k + jM_{N-1N} \cdot i_{N-1} + (R_2 + j\omega L_N + 1/j\omega C_N) \cdot i_N = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其次，在窄带近似条件下，将上面各式进行归一化，令  $F_{BW} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}$ ，为相对带宽，于是有：

$$m_{ik} = \frac{M_{ik}}{F_{BW}}, \quad (i \neq k) \quad (4)$$

$$m_{kk} = -\frac{1}{F_{BW}} \left[ \omega \left( \frac{1}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_k} \right) - \frac{1}{\omega} (\omega_0 - \omega_k) \right], \quad (i=k) \quad (5)$$

$$r_i = \frac{R_i}{F_{BW}}, \quad (i=1, 2) \quad (6)$$

$$\omega' = \frac{1}{F_{BW}} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (7)$$

式中， $\omega'$  为归一化角频率， $\omega_k = 1/\sqrt{L_k C_k}$ ，为各谐振器的谐振频率，可以不等于中心角频率  $\omega_0$ ，这等于增加了优化的输入变量，能更加充分地挖掘滤波器的滤波潜力。最终得到归一化的电路矩阵方程：

$$[\omega' U - jR + M] \cdot [I] = [Z] \cdot [I] = -j[e], \quad j^2 = -1 \quad (8)$$

式中， $U$  为单位阵， $R$  表示的矩阵中，除了  $r_{11} = r_1$ ， $r_{NN} = r_2$ ，其余元素均为零。 $M$  是一个以  $m_{ij}$  为元素的对称矩阵，称为归一化的耦合矩阵。 $[I] = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_k \ \dots \ i_{N-1} \ i_N]^T$ ，为电流向量， $[e] = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ ，为激励向量， $[Z]$  为等效的阻抗矩阵。所要提取的电路参数就在  $M$  和  $R$  矩阵中，其中  $M$  对应实际电路中的耦合系数， $R$  对应输入输出端的外在品质因数。

从(8)式中，可以看出电流向量  $[I]$  可以表示为：  
 $[I] = -j[Z^{-1}] \cdot [e] \quad (9)$

的建立过程如下：

首先，如图1所示，根据 Kirchhoff 沿环路电压之和为零的定理，写出各个回路的电路方程。

于是整个交叉耦合电路的  $S$  参数就可以表示为：

$$S_{21} = 2 \sqrt{R_1 R_2} i_N = -2j \sqrt{R_1 R_2} [Z^{-1}]_{11} \quad (10)$$

$$S_{11} = 1 - 2R_1 i_1 = 1 + 2jR_1 [Z^{-1}]_{11} \quad (11)$$

这样，通过  $S$  参数建立起了交叉耦合滤波器等效电路与广义切比雪夫滤波器之间的关系。下面，本文以广义切比雪夫滤波器的原型公式建立目标函数，优化  $M$  矩阵和  $R$  矩阵的元素，进而得到所需的电路参数。

### 3 目标函数的确定

由于滤波器的响应是由零点位置、极点位置及带内回损三个因素确定的，故目标函数也是通过这三个量确定的<sup>[3]</sup>。

$$K = \sum_{i=1}^N |S_{11}(\omega_{zi})|^2 + \sum_{i=1}^P |S_{21}(\omega_{pi})|^2 + \left( |S_{11}(\omega=-1)| - \frac{\epsilon}{\sqrt{1+\epsilon^2}} \right)^2 + \left( |S_{11}(\omega=1)| - \frac{\epsilon}{1+\epsilon^2} \right)^2, \quad (P \leq N) \quad (12)$$

其中， $\omega_{zi}$  和  $\omega_{pi}$  分别为特征函数  $C_N(\omega)$  的零点和极点，后面两项用于确定带内回损。当  $K=0$ ，则满足目标，优化结束。上式中  $\epsilon, \omega_{pi}$  为人为指定量， $\omega_{zi}$  可视为  $\omega_{pi}$  的函数，通过文献[1]中的迭代技术可以求得。首先，将特征函数  $C_N(\omega)$  分解：

$$C_N(\omega) = \frac{1}{2} \frac{G_N(\omega) + G'_N(\omega)}{\prod_{i=1}^N (1 - \omega/\omega_{zi})} \quad (13)$$

利用第一个极点  $\omega_{p1}$ ，算出  $G_1(\omega)$ ，并通过比较系数

得到  $U_1(\omega), V_1(\omega)$  的表达式, 最后利用迭代公式:

$$G_N(\omega) = [U_{N-1}(\omega) + V_{N-1}(\omega)] \cdot \left[ (\omega - \frac{1}{\omega_{pN}}) + (\omega^2 - 1)^{1/2} \left( 1 - \frac{1}{\omega_{pN}^2} \right)^{1/2} \right] \quad (14)$$

代入第二个极点  $\omega_{p2}$  求得  $G_2(\omega)$  的表达式, 依此类推, 直至代完  $N$  个极点, (注意, 由于极点个数  $P$  小于等于零点个数  $N$ , 不足的极点应该以  $\omega_{pi} \rightarrow \infty$  补齐)。通过迭代求得  $G_N(\omega)$  后, 由  $C_N(\omega)$  的分子

$$\text{Num}[C_N(\omega)] = \frac{1}{2} [G_N(\omega) + G'_N(\omega)] = U_N(\omega) \quad (15)$$

求解  $U_N(\omega) = 0$  的根, 就可以得到特征函数的  $N$  个零点  $\omega_z$ 。将零、极点以及和回波损耗相关的  $\epsilon$  代入式(12), 即可确定目标函数的各个参数。

#### 4 电路参数的优化和提取

通过上面的分析, 作者建立了电路参数  $M, R$  与目标函数  $K$  之间的关系, 整个优化过程就一目了然(图 2)。

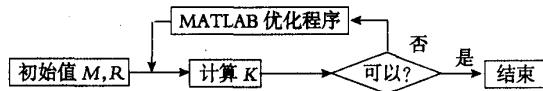


图 2 MATLAB 优化示意图

为使优化能够尽快收敛, 在给定初始值时, 应尽量靠近实际值, 这里取  $r_{11} = r_{22} = 1$ , 相邻谐振器之间的耦合系数  $m_{ik} = 0.5, (k=i+1)$ , 余下的表示各谐振器与中心频率偏差的频偏项  $m_{ik}$ , 和按拓扑结构指定优化的交叉耦合项  $m_{ik}, (k \neq i+1, k \neq i)$  均取 0。优化中, 采用 MATLAB 非线性, 多变量优化函数 fminsearch 进行优化。结束后, 将所得值代入式(4)~式(6)就可以得到各谐振器的频率  $f_i$ , 耦合系数  $M_{ik}$ , 以及输入输出端阻抗  $R_1, R_2$ 。 $R_1, R_2$  表示输入、输出谐振器与外部的耦合量, 电路中一般以外部品质因数  $Q_e = 1/R$  表示。

#### 5 应用实例

下面以一个五阶滤波器为例说明用 MATLAB 编程实现参数自动化提取的过程。图 3 为一个用 MATLAB 进行电路参数提取的 GUI 程序, 它实现了电路参数提取的自动化。首先, 在界面中输入所需的滤波器指标。其次, 通过复选框选择需要优化的归一化耦合系数, 即指定电路的拓扑结构, 同时指定所需传输零点的位置。最后, 将程序经过优化后得到的归一化电路参数按上述方法反归一化后得到的实际电路参数, 其中各谐振器的谐振频率为:  $f_1 =$

1946. 615MHz,  $f_2 = 1962. 248MHz$ ,  $f_3 = 1995. 783MHz$ ,  $f_4 = 1944. 906MHz$ ,  $f_5 = 1946. 615MHz$ , 谐振器间的耦合系数为:  $M_{12} = 0.042635, M_{23} = 0.012285, M_{34} = 0.016972, M_{45} = 0.044881$ , 交叉耦合系数:  $M_{14} = 0.01402, M_{24} = 0.027002$ , 输入输出谐振器的有载品质因数  $Q_{e1} = Q_{e2} = 18.8807$ 。

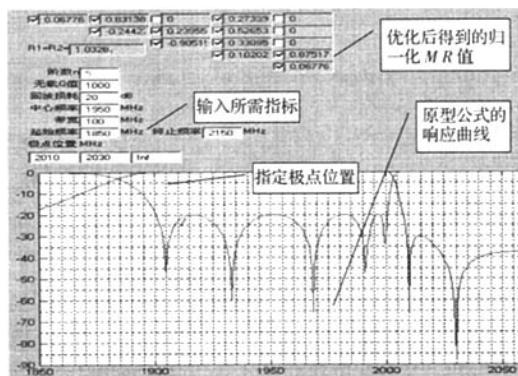


图 3 用 MATLAB 编写的参数提取程序

用上述参数在电路仿真软件进行电路仿真的模拟计算, 得到的结果如图 4 所示。

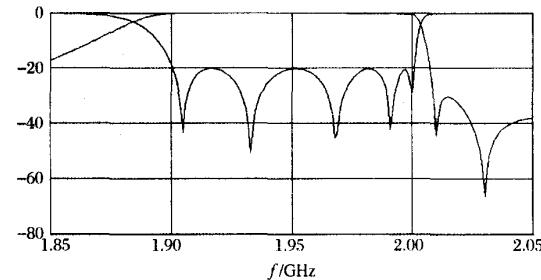


图 4 用优化的参数进行电路仿真得到的响应曲线

比较图 3 图 4 的响应曲线可以看出: 计算的响应曲线与电路仿真模拟计算得到的响应曲线吻合得非常好, 说明该方法具有很高的精度。

#### 6 结论

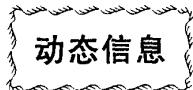
通过对广义切比雪夫滤波器等效电路的分析, 使用优化方法, 结合 MATLAB 强大的数学优化工具, 编程实现了广义切比雪夫滤波器等效电路参数的提取。实例可以看到, 本文使用的方法具有很高的灵活性和精确性, 很好地解决了广义切比雪夫滤波器等效电路参数的提取问题。

#### 参 考 文 献

- [1] Richard J Cameron. General Coupling Matrix Synthesis Methods for Chebyshev Filtering Functions [J]. IEEE Trans-TT, 1999, 47(4): 433–442.

- [2] Atia A E, Williams A E. Narrow-Bandpass Waveguide Filters[J]. IEEE Trans-MTT, 1972, 20(4): 258~265.
- [3] Smain Amari. Synthesis of Cross-Coupled Resonator Filters Using an Analytical Gradient-Based Optimization Technique[J]. IEEE Trans-MTT, 2000, 48(9): 1559~1564.
- [4] 黄席椿,高顺泉. 滤波器综合[M]. 北京:人民邮电出版社,1978.

收稿日期:2006-09-15



## 中国电子学会真空电子学分会第十六届学术年会 征文通知

由中国电子学会真空电子学分会、总装军用电子元器件及电能源技术专业组和大功率微波电真空器件技术国防科技重点实验室联合举办的第十六届学术年会定于2007年8月下旬举行,现在开始征文。现将征文内容及年会有关事项通知如下,热望真空电子学分会委员,中国电子学会会员及全国真空电子学及相关领域的专家、工程技术人员,各高等院校、生产厂和研究所的教授、学者、专业人员等踊跃撰稿,积极参加。

### 一. 征文内容

1. 显示器件:平板显示技术(液晶,等离子,有机)、CRT技术、传感器、探测器。
2. 微波真空电子器件:行波管、速调管、正交场器件、多注器件、快波器件(回旋管、回旋放大器)、感应输出管、自由电子激光、脉冲压缩器件、高脉冲功率器件,功率开关。
3. 真空微电子器件/微加工技术:场发射阵列、场发射材料、场发射新工艺、微细加工技术、太赫兹真空辐射源。
4. 系统和应用:微波/毫米波功率模块、集成电源适配器、线性化器、可靠性技术、系统应用技术(雷达,电子对抗,通信,制导,医疗,核聚变,工业加热,电力系统等)、真空设备技术。
5. 基础理论和技术:CAD技术、电真空材料和工艺、元件、电子发射、射频击穿、测量技术、小型化技术、电子光学、互作用电路、收集极、热分析和控制。

### 二. 论文的格式要求

本次学术会议将在会议召开之前出版论文集,经过论文审定专家组审查通过的论文将被收录论文集。

1. 格式要求:文章用A4纸打印,页面设置为上、下各2.0厘米、右2.0厘米、左2.5厘米(装订边),每篇文章原则上不超过四页。来稿须在显著位置注明本论文是否口头报告;是否参加青年优秀论文评选(需提供第一作者年龄)。最终是否安排口头报告和参加优秀论文评选将由论文审定专家组确定,并在会议通知中告之作者。

2. 论文征集截稿日为2007年6月20日。稿件请用电子邮件或打印稿投寄(打印稿需附WORD格式电子版光盘)。

3. 论文由几个部分组成:题目、作者姓名、工作单位、摘要、关键词、引言、正文、参考文献。题目用3号黑体字,作者姓名用4号仿宋,作者单位用5号仿宋,正文用小4号宋体。

4. 来稿时请告知作者通信地址、邮编及传真、电话、手机号码,电子信箱,以便保持联系和送达会议通知。

三. 真空电子学分会第十六届学术年会将采用大会报告与分组口头报告方式,口头报告一律要求采用Power Point形式,会议将提供计算机、投影仪。

四. 本届学术年会将由真空电子学分会和大功率微波电真空器件技术国防科技重点实验室联合设立35岁以下青年(第一)作者优秀论文奖,一等奖2名、二等奖3名、三等奖4名,奖金分别为2000元、1000元和500元,并颁发由中国电子学会真空电子学分会与国防科技重点实验室联合署名的获奖证书。

五. 热烈欢迎相关单位在论文集上刊登单位介绍、产品广告等,仅适当收取成本费用。

六. 为保证论文的安全、可靠、及时送达,文本稿件请使用特快邮递方式报送;使用电子邮件方式的在发稿后请用电话进行一次确认。

七. 联系人:邹德三 100016,北京749信箱,电话:010-64371827,13651068841

传真:010-64362878 [zouds@vip.sina.com](mailto:zouds@vip.sina.com)

中国电子学会真空电子学分会

2007.01.10

## 微波滤波器设计培训——视频课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们推出的微波滤波器设计培训专题，有资深工程师领衔主讲，课程既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，设计原理和设计仿真实践相结合，向大家呈现各种结构的微波滤波器的完整设计流程。旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。



### 微波滤波器设计培训专题视频课程

高清视频，专家授课，中文讲解，直观易学；既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有像 ADS、CST、HFSS 各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/filter/>

### 更多专业培训课程：

- **HFSS 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计专业培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>

专注于微波、射频、天线设计人才的培养

**易迪拓培训**

官方网址: <http://www.edatop.com>

淘宝网店: <http://shop36920890.taobao.com>