

# 广义 Chebyshev 滤波器传输零点提取和优化

白冰

(中国传媒大学信息工程学院,北京 100024)

**摘要:**传输零点确定是交叉耦合滤波器综合设计的第一步工作。通过考察广义 Chebyshev 函数的相关性质,提出了一种可以通过滤波器指标要求,确定广义 Chebyshev 滤波器阶数以及传输零点位置的办法,并根据 Goldstein 法对零点查找算法进行优化,弥补传统方法确定零点的任意性,同时避免了解析解法不利于编程实现的缺点,最终满足任意指标条件下均能得到快速最优结果的要求。

**关键词:**广义 Chebyshev 函数;交叉耦合滤波器;传输零点提取;优化

## 引言

商业无线通信可用的频谱资源有限,随着通信技术的发展,频谱日益拥挤,因此对滤波器的频带选择特性有了更加严格的限制。同时由于滤波器应用范围的推广,对滤波器大小、损耗、通带平坦度以及阻带衰减度都有了越来越高的要求,传统的 Butterworth 滤波器和 Chebyshev 滤波器难以满足各方面的综合需求,目前广泛采用的办法是引入有限传输零点构成广义 Chebyshev 滤波器,可以在不增加谐振腔个数的前提下提供更好的频带选择性。有限传输零点技术在 20 世纪 30 年代已经有人提出<sup>[1]</sup>,在 20 世纪 70 年代的一项重要的新技术就是 Atia 和 Williams 提出的交叉耦合滤波器理论<sup>[2][3][4]</sup>,但是该理论仅能生成对称响应。随后 R. J. Cameron 在此方法基础上,引入 FIR(frequency-invariant reactive)元件后,可以得到非对称的滤波器响应<sup>[5][6]</sup>。R. Levy 提出直接在传统 Chebyshev 滤波器上引入一对传输零点的方法<sup>[7]</sup>。

上述方法的基础是已知滤波器阶数和有限传输零点的位置,但是少有文章提及如何确定滤波器阶数和有限传输零点,更多的是直接引用他人文章中的传输零点位置数据。文献[8]提出的方法可以求得零点,但是只能确定最多两个零点。文献[9]中先得到传输极值点和传输零点的关系表达式,再利用传输极值点衰减值和通带外最小衰减的关系得到一组非线性方程组,解该方程组可求出传输零点。尽管这种方法得到了传输零点和滤波器指标要求之间的解析关系式,但是由于方程组比较复杂,很难快速得到传输零点位置的解析表达式,只能编程通过数值方法求解。而非线性方程组的数值求解算法对初值的敏感度较高,需要预知传输零点的大概位置才能高效得到正确的解,所以无法编程实现。因此该方法在阶数较低、零点个数较少的情况下可以通过解析表达式快速求解,在高阶复杂情况下则不再适用。

文章同样利用了传输零点和传输极值点的位置关系以及传输极值点衰减和通带外最小衰减的关系,直接查找传输零点的位置,同时利用优化算法对查找过程进行优化,大幅度减少查找时间,实现了在任意情况下都能快速提取广义 Chebyshev 滤波器阶数和传输零点的目的。文章最后给出 3 个计算结果,显示了该方法的可行性。

## 1 广义 Chebyshev 滤波器的传输特性

广义 Chebyshev 滤波器的传输函数定义如下

$$|S_{21}|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 C_N^2(\omega)} \quad (1)$$

$$C_N(\omega) = \cosh \left( \sum_{i=1}^k \cosh^{-1}(x_i) + m \cosh^{-1}(\omega) \right) \quad (2)$$

$$x_i = \frac{\omega - 1/\omega_{0i}}{1 - \omega/\omega_{0i}} \quad (3)$$

$$m=N-k \quad (4)$$

式中

$N$  为滤波器阶数,  $\omega_{0i}$  为第  $i$  个有限传输零点,  $k$  为有限传输零点个数,  $\varepsilon$  为带内波纹系数。其中阶数和传输零点个数需满足“最小路径”<sup>[8]</sup>原则,对于常规  $N$  阶滤波器,最多只能实现  $N-2$  个有限传输零点,还有两个传输零点分别在正负无穷远处。另外当传输零点都位于无穷远处时,式(2)变为

$$C_N(\omega) = \cosh \left( \sum_{i=1}^k N \cosh^{-1}(\omega) \right) \quad (5)$$

式(5)即传统 Chebyshev 函数。

广义 Chebyshev 滤波器的衰减为

$$A(\omega) = -10 \log |S_{21}|^2$$

$$= 10 \log (1 + \varepsilon^2 C_N^2(\omega)) \quad (6)$$

$$= 10 \log \left( 1 + \varepsilon^2 \cosh^2 \left( \sum_{i=1}^k \cosh^{-1}(x_i) + m \cosh^{-1}(\omega) \right) \right)$$

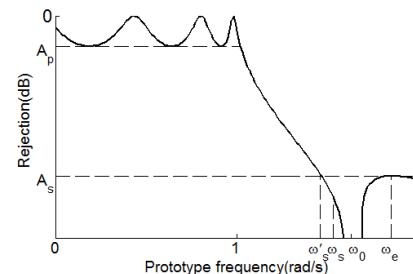


图 1 广义 Chebyshev 低通原型滤波器衰减曲线

图 1 给出了广义 Chebyshev 低通原型滤波器衰减的示意图。其中  $\omega_0$  为阻带截止频率,  $\omega_0$  为传输零点,  $\omega_s$  为衰减极值点对应频率,  $\omega_s$  为阻带最小衰减对应的最小频率。波纹系数  $\varepsilon$  可以由通带最小衰减确定

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_p/10} - 1} \quad (7)$$

同时也能由回波损耗(RL)确定,文章中将采用这种形式表述

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{RL/10} - 1}} \quad (8)$$

## 2 广义 Chebyshev 滤波器的传输零点特性

广义 Chebyshev 滤波器阶数越高过渡带和阻带的衰减特性越好,以及在阶数不变的情况下,传输零点个数越多通带外的衰减特性越好。

为了编程查找和确定传输零点的位置,虽然不需要定量计算,但是要对传输零点位置变化影响滤波器衰减的各种情况做定性分析,以掌握其变化趋势。

### 2.1 单侧传输零点特性

图 2 比较了仅有 1 个传输零点但是位置不同的 4 阶广义 Chebyshev 滤波器衰减特性

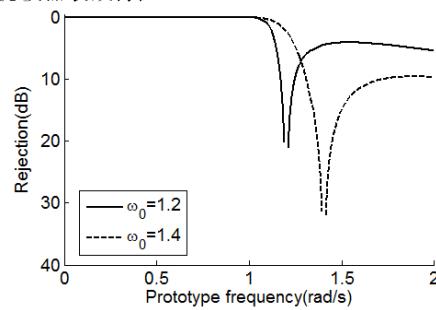


图 2 传输零点位置分别在  $\omega_0=1.2, 1.4$  的 4 阶广义 Chebyshev 滤波器衰减曲线比较

从图中可以看到,随着传输零点位置向阻带移动,阻带的整体衰减不断增大,但是阻带最小衰减所对应的最小频率也在不断增大,衰减曲线呈现向阻带移动的现象,如果该频率等于阻带截止频率时,阻带衰减还未满足指标要求,则需要引入新的零点或增加阶数。

### 2.2 双侧传输零点特性

图 3 比较了两侧都有传输零点且一侧传输零点位置不同的 4 阶广义 Chebyshev 滤波器衰减特性。

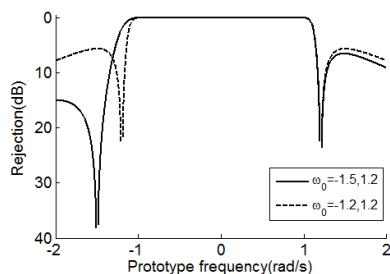


图3 传输零点位置分别在  $\omega_0=-1.2, 1.2$  和  $\omega_0=-1.5, 1.2$  的4阶广义Chebyshev滤波器衰减曲线比较

从图中可以看到,负频率的传输零点位置移动对下边带(负频率)衰减的影响与单侧传输零点的情况相同。同时,随着负频率传输零点向阻带移动,上边带(正频率)的衰减仅有纵向衰减值的增大,没有频率的位移。因此在上下边带都有要求的情况下可以将其拆分成两个问题求解。

### 3 广义 Chebyshev 滤波器阶数和传输零点的确定过程

确定滤波器阶数和传输零点的第一步是对算法进行初始化,根据最小路径原则,对只有单侧指标要求的情况,滤波器阶数  $N=3$ ,零点个数  $k=1$ ,对双侧指标要求的情况,滤波器阶数  $N=4$ ,零点个数  $k=2$ 。

#### 3.1 单边带情况求解

这里以上边带情况举例说明,下边带类比即可。

在初始化滤波器阶数和传输零点个数之后,将传输零点的位置预设为略大于阻带截止频率  $\omega_s$ ,先计算此时衰减极值点的值(记为  $A(\omega_s)$ )是否满足衰减指标要求,如果不满足,则向阻带移动,直到阻带满足指标要求,再判断阻带截止频率处的衰减(记为  $A(\omega_s)$ )是否满足要求,如果不满足,先增加一个传输零点,判断是否满足最小路径原则,如果不满足则增加滤波器阶数,传输零点个数初始化为一个,重复上述过程。

当有两个或以上传输零点时,必然对应有同样个数的衰减极值点,其中最外侧的衰减极值点位于最外侧传输零点和无穷远之间。移动传输零点依据的原则是,从外侧到内依次使得所有衰减极值点的值满足指标要求,再判断阻带截止频率处的衰减是否满足要求,整体流程见图4。

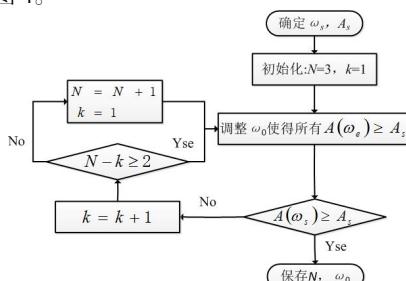


图4 单边带提取滤波器阶数和传输零点流程图

#### 3.2 双边带情况求解

根据上节的分析,双边带情况下可以将问题拆分为上下边带情况分别求解。需要注意的是,当某一侧增加传输零点导致阶数不满足最小路径原则时,增加滤波器阶数后两侧的零点个数都应该重置为一个,然后再分别重新计算。

#### 4 应用举例

下面通过三个不同应用情况的例子说明文章方法的有效性,给出的都是低通原型计算结果。

例1:回波损耗 20dB,阻带截止频率 1.3,阻带衰减 50dB。

表1给出了计算出的滤波器阶数和传输零点的位置,图5给出衰减曲线。

表1 例1滤波器阶数和传输零点

滤波器阶数	传输零点(rad/s)
5	1.3250, 1.4811, 2.4999

例2:回波损耗 20dB,阻带截止频率 -1.3 和 1.3,阻带衰减均为 40dB。

表2给出了计算出的滤波器阶数和传输零点的位置,图6给出

表2 例2滤波器阶数和传输零点

滤波器阶数	传输零点(rad/s)
6	-1.7334, -1.3312, 1.3312, 1.7334

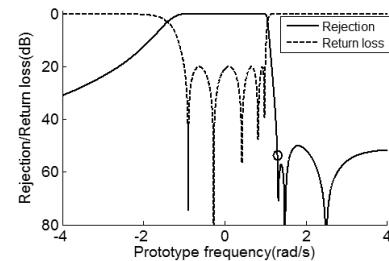


图5 例1衰减曲线,其中圆圈表示阻带截止频率衰减曲线。

例3:回波损耗 20dB,上边带阻带截止频率 1.3,阻带衰减 20dB,下边带阻带截止频率 -1.4,阻带衰减 50dB。

表3给出了计算出的滤波器阶数和传输零点的位置,图7给出衰减曲线。

表3 例3滤波器阶数和传输零点

滤波器阶数	传输零点(rad/s)
6	-1.6893, -1.4250, 1.3250

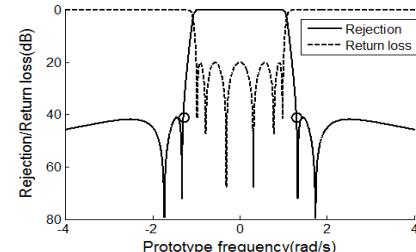


图6 例2衰减曲线,其中圆圈表示阻带截止频率

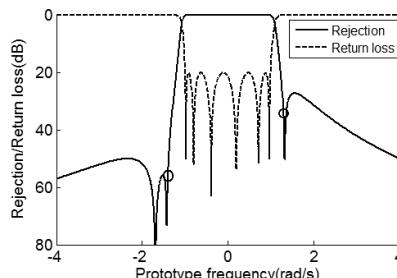


图7 例3衰减曲线,其中圆圈表示阻带截止频率

#### 5 结束语

文章利用广义 Chebyshev 函数的特性设计了求解滤波器阶数和传输零点的算法,实现了对任意指标要求都能快速准确求解的功能。通过给出的三个例子显示了该方法的有效性。

#### 参考文献

- [1]Microwave Transmission Circuits, M.I.T.Rad.Lab.Series, vol.9, G.L. Ragan, Ed.New York: McGraw Hill, 1948. See chs.9 and 10 by R.M. Fano and A.W.Lawson.
- [2]A.E.Williams, A four-cavity elliptic waveguide filter, IEEE Trans. Microwave Theory Tech.MIT-18, 1109-1114, (Dec.1970)
- [3]A.E.Alia and Williams, Narrow band waveguide filters, IEEE Trans. Microwave Theory Tech.MTT-20, 258-265 (Apr.1972).
- [4]A.E.Alia and A.E.Williams, Non minimum phase optimum amplitude band pass waveguide filters, IEEE Trans.Microwave Theory Tech.MTT-22, 425-431 (Apr.1974).
- [5]R.J.Cameron, Fast generation of Chebyshev filter prototypes with asymmetrically prescribed zeros, ESA J.6, 83-95 (1982).
- [6]R.J.Cameron, General prototype network synthesis methods for microwave filters, ESA J.6, 193-207 (1982).
- [7]R.Levy, Filters with single transmission zeros at real or imaginary frequencies, IEEE Trans.Microwave Theory Tech.MTT-24, 172-181 (April 1976).
- [8]YE Rong, CHU Qingxin. Extraction of finite transmission zeros of general Chebyshev filters. 2004 4~(th) International Conference Microwave and Millimeter Wave Techniques.
- [9]涂治红,褚庆昕.广义 Chebyshev 滤波器传输零点的确定[J].电子学报,2008(2).

## 微波滤波器设计培训——视频课程

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养，是国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地。客户遍布中兴通讯、研通高频、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们推出的微波滤波器设计培训专题，有资深工程师领衔主讲，课程既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，设计原理和设计仿真实践相结合，向大家呈现各种结构的微波滤波器的完整设计流程。旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。



### 微波滤波器设计培训专题视频课程

高清视频，专家授课，中文讲解，直观易学；既有微波滤波器设计原理的详细解释，也有像 ADS、CST、HFSS 各种仿真分析工具的实际设计应用讲解，旨在帮助大家透彻地理解并实际的掌握各种微波滤波器的设计。

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/filter/>

### 更多专业培训课程：

- **HFSS 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/>

- **CST 视频培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/cst/>

- **天线设计专业培训课程**

网址: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/>

专注于微波、射频、天线设计人才的培养

**易迪拓培训**

官方网址: <http://www.edatop.com>

淘宝网店: <http://shop36920890.taobao.com>