

# 混合域基函数在线天线阻抗特性问题中的应用

耿方志, 童创明, 项春望, 邓发升  
(空军工程大学导弹学院, 陕西 三原 713800)

**摘要:**在对线天线的阻抗特性问题进行分析计算的过程中,采用伽列金矩量法(Galerkin moment method, Galerkin-MOM)综合分域基函数和全域基函数的优点,在幂级数函数的基础上,形成了一种简便有效的混合域基函数作为基函数和检验函数。并根据此混合域基函数,对同轴线激励的线天线的导纳特性进行了仿真计算。最终计算结果表明,该基函数简单有效,计算结果准确,有利于快速求解线状天线特性阻抗问题。

**关键词:**矩量法;混合域基;线天线;阻抗特性

**中图分类号:** TN82

**文献标识码:** A

## Application of hybrid domain basis function in the problem of wire antenna impedance characteristic

GENG Fang-zhi, TONG Chuang-ming, XIANG Chun-wang, DENG Fa-sheng  
(Missile Inst. of Air Force Engineering Univ., Sanyuan 713800, China)

**Abstract:** An efficient and simple hybrid domain basis function is formed by combining the divided domain and entire domain in the process of the impedance characteristic analysis of the wire antenna. This function is taken as the basis function and test function in the Galerkin-MOM. With this method, the admittance of the wire antenna excited by coaxial line is calculated. The final calculation results prove that the function used is very efficient.

**Key words:** moment method; hybrid domain; wire antenna; impedance characteristic

## 0 引言

在线天线系统的工程应用中,精确地分析线天线的阻抗特性有着非常重要的意义和价值,其中天线的导纳参数对天线尺寸和频率的变化尤为敏感,并且不用精确数值分析,导纳值几乎是无法预知的。本文运用伽列金矩量法,采用一种新颖有效的幂级数作为基函数和权函数,对同轴线激励的线天线导纳特性进行了分析。

## 1 理论分析

### 1.1 几何建模

在对导线模拟时采用直截锥体模拟。直截锥体<sup>[1]</sup>由其首尾两处的位置矢量与半径,即  $r_1$  与  $a_1$  以及  $r_2$  与  $a_2$  共同决定。且直截锥体的轴线矢量  $r_a(u)$  及其局部半径  $a(u)$  的参量方程分别是

$$r_a(u) = r_1 + (u - u_1) \frac{r_2 - r_1}{u_2 - u_1} \quad (1a)$$

$$a(u) = a_1 + (u - u_1) \frac{a_2 - a_1}{u_2 - u_1} \quad (1b)$$

式中:  $u_1 \leq u \leq u_2$ ,  $v_1 \leq v \leq v_2$ , 所以只要知道  $r_1$ ,  $a_1$ ,  $r_2$  与  $a_2$  即可确定一个直截锥体,此时源点与场点的距离由式(2)确定,如图1所示。

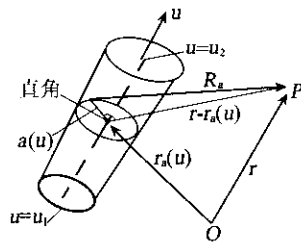


图1 直截锥体及源点与场点距离的定义

$$R_a = \sqrt{|r - r_a(u)|^2 + a(u)^2} \quad (2)$$

式中:  $r$ ,  $r_a(u)$ ——场点和源点的位置矢量,  $R_a$ ——场点到源点的距离。

### 1.2 混合域基函数

对截锥体上电流的近似,取轴线  $u$  方向的表面电流  $J_s$  及面电荷密度  $\rho_s$  分别表示为

$$J_s = I(u) \hat{u} \quad (3a)$$

$$\rho_s = \frac{j}{\omega} \nabla_s \cdot \mathbf{J}_s \quad (3b)$$

式中:  $\hat{\mathbf{z}}$ ——轴向单位矢量,  $I(u)$ ——截锥体上的电流密度, 展开成基函数形式为

$$I(u) = \sum_{i=1}^{M_u} I_i \omega_i(u) \quad (4)$$

式中:  $M_u$ ——沿  $u$  坐标近似时的阶数,  $I_i$ ——待定系数,  $\omega_i(u)$ ——待选用的轴向电流基函数。

选择幂级数作为基本基函数, 即取  $f_i(u) = u^{i-1}$ 。在导线模型的各个截锥体单元内采用全域基函数, 以提高计算速度, 在相连的两个截锥体单元的交点处, 采用分域基函数, 从而提出一种基于幂级数函数  $f_i(u)$  的能够自动满足交点电流连续条件的轴向电流混合基函数, 即

$$\omega_i(u) = u^{i-1} + A_i u + B_i \quad (5)$$

式(5)中系数为

$$A_i = \begin{cases} -0.5 & i = 1, 2 \\ 0.5 \times [(-1)^{i-1} - 1] & i \geq 3 \end{cases} \quad (6a)$$

$$B_i = \begin{cases} 0.5 \times (-1)^i & i = 1, 2 \\ 0.5 \times [(-1)^i - 1] & i \geq 3 \end{cases} \quad (6b)$$

将式(5)所示的轴向电流混合基函数代入到式(4), 可得轴向电流  $u$  的混合域基函数为

$$\begin{aligned} I(u) &= \sum_{i=1}^{M_u} I_i \omega_i(u) = \sum_{i=1}^{M_u} I_i (u^{i-1} + A_i u + B_i) = \\ &= I_1 \frac{1-u}{2} + I_2 \frac{1+u}{2} + \sum_{i=3}^{M_u} I_i (u^{i-1} - 1) + \\ &\quad \sum_{i=3}^{M_u} I_i (u^{i-1} - u) \end{aligned} \quad (7)$$

特别说明的是,  $i = 1, 2$  时, 式(7)所表示的基函数是导线两端所满足连接处电流连续的分域基函数, 如图2中分域基所示;  $i \geq 3$  时, 式(7)是导线单元内的全域基函数, 如图2中全域基所示, 不同的曲线代表不同  $i$  值时的全域基形式。图2能形象地表示两相接单元混合基函数的意义。

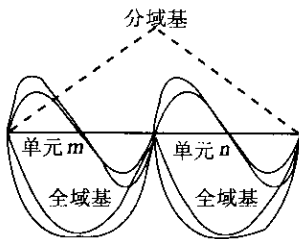


图2 两个相接单元  $m, n$  的混合域基函数

### 1.3 阻抗矩阵

根据理想导体的边界条件,

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \mathbf{E} &= 0 \quad \text{即} \\ \hat{n} \times \mathbf{E}^s &= -\hat{n} \times \mathbf{E}^i \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{E}^s = L(\mathbf{J}_s)$$

按 Galerkin-MOM 展开为矩阵方程<sup>[2]</sup>

$$\mathbf{Z}_{kl} \cdot \mathbf{I}_l = \mathbf{V}_k \quad (9)$$

式中

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_{kl} = \langle \mathbf{J}_k, L(\mathbf{J}_l) \rangle = \langle \mathbf{J}_k, \mathbf{E}_l \rangle \\ \mathbf{V}_k = \langle \mathbf{J}_k, -\mathbf{E}^i \rangle \end{cases} \quad (10)$$

由位函数求电磁场的公式为

$$\mathbf{E}_l = -j\omega \mathbf{A}_l - \nabla V_l \quad (11)$$

式中

$$V = \frac{j}{\omega \epsilon_0} \int_{u_1}^{u_2} \frac{dI(u)}{du} g(R_a) du \quad (12)$$

$$\mathbf{A} = u_0 \int_{u_1}^{u_2} I(u) \frac{d\mathbf{r}_a(u)}{du} g(R_a) du \quad (13)$$

式中:  $g(R_a) = \frac{e^{-j\beta R_a}}{4\pi R_a}$ ——自由空间的格林函数。分别把式(3)(11)带入到式(10)中, 可以得到阻抗矩阵元素  $\mathbf{Z}_{kl}$ 。

### 1.4 激励矩阵

对式(9)的  $\mathbf{V}_l$  元素来说, 若  $\mathbf{E}^i$  为平面入射波, 则矩阵方程式(9)为散射问题的方程; 若  $\mathbf{E}^i$  为物体上的激励源, 则矩阵方程为天线问题方程。本文中天线激励采用磁流环近似同轴线激励<sup>[3]</sup>。

现在考虑图3所示的环的几何形状, 假定环具有内外半径分别为  $a, b$  的同轴线形式, 并以  $z$  轴为其纵向轴, 圆环中心点位于  $z = z'$  即  $o'$  点处。  $P(\rho', \varphi', z')$  为源点坐标,

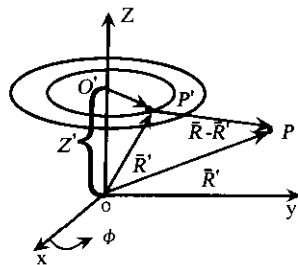


图3 磁流环的几何图

位于磁流环上;  $P(\rho, \varphi, z)$  为场点坐标, 位于空间任一点。假定同轴线有主模分布且旋转对称, 那么对 1 V 激励的口径分布为

$$E_\rho(\rho) = \frac{1}{\rho' \ln(b/a)} \hat{\rho}' \quad (14)$$

按照镜像理论, 相应的磁流分布为

$$\mathbf{J}_m = -\frac{2}{\rho' \ln(b/a)} \hat{\phi}' \quad (15)$$

借助于电矢位  $F$

$$\begin{aligned} F(\rho) &= \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_s \mathbf{J}_m(\rho', \varphi') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} ds = \\ &= \frac{\epsilon_0}{2\pi \ln(b/a)} \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \hat{\phi}' \rho' d\rho' d\varphi' = \end{aligned}$$

$$-\frac{\epsilon_0}{2\pi\ln(b/a)}\int_0^{2\pi}\frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\dot{\varphi}'d\rho'd\varphi$$

由  $\mathbf{E} = -\frac{1}{\epsilon_0}\nabla \times \mathbf{F}$  可得

$$E_z = -\frac{1}{\epsilon_0}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho F_\varphi) \quad (16)$$

$$F_\rho = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial z}(F_\varphi) \quad (17)$$

根据场点所在的位置不同可以分为以下两部分<sup>[3]</sup>:

(a) 近远场“公式推导”( $\rho > a$ )

由式(16)和式(17)可分别推导得到  $z$  方向和  $\rho$  方向的电场为

$$E_z = -\frac{1}{\epsilon_0}\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}(\rho F_\varphi) \approx \frac{k(b^2 - a^2)\exp(-jkR_0)}{4\ln(b/a)}\frac{1}{R_0^2}\left\{\mathcal{A}\frac{1}{kR_0} + j - \frac{(b^2 + a^2)}{2R_0^2}\right\} + \frac{\rho^2}{R_0^2}\left[\left(\frac{1}{kR_0} + j - \frac{(b^2 + a^2)}{2R_0^2}\right) - jk - \frac{2}{R_0}\right] + \left(\frac{-1}{kR_0^2} + j\frac{(b^2 + a^2)}{R_0^3}\right)\mathcal{B}\} \quad (18a)$$

$$F_\rho = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial z}(F_\varphi) \approx \frac{k(b^2 - a^2)}{4\ln(b/a)}\frac{(z - z')\exp(-jkR_0)}{R_0^2}\left\{k - \left[\frac{3}{k} + \frac{k(b^2 + a^2)}{2}\right]\frac{1}{R_0^2} + \mathcal{B}\frac{(b^2 + a^2)}{R_0^3}\right\} \quad (18b)$$

(b) 轴向场公式的推导( $\rho \leq a$ )

此种情况只有  $z$  方向电场,由式(16)可推导出  $E_z$  为

$$E_z(0, z) = \frac{1}{\ln(b/a)}\left\{\frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2 + a^2}}}{\sqrt{(z-z')^2 + a^2}} - \frac{e^{-jk\sqrt{(z-z')^2 + b^2}}}{\sqrt{(z-z')^2 + b^2}}\right\} \quad (19a)$$

$$E_\rho(0, z) \equiv 0 \quad (19b)$$

在程序中将(a)(b)两部分根据不同情况代入到式(9)中的激励矩阵表达式,即可得到激励矩阵元素  $V_k$ 。

## 2 计算结果

为了检验上述混合域基函数以及磁流环近似的正确性,本文以八木天线和两支的仙人掌天线为例来加以检验。

(1) 磁流环激励的5单元八木天线<sup>[1]</sup>

图4(a)为由同轴线激励的八木天线,有关尺寸参数为  $h_1 = 73.3$  mm,  $h_2 = h_3 = 66.5$  mm,  $h_4 = 64.3$  mm,  $h_5 = 79.0$  mm,  $d_1 = 43$  mm,  $d_2 = 86$  mm,  $d_3 = 129$  mm,  $d_4 = 63$  mm,  $a = 3$  mm,  $b/a = 2.3$ 。图4(b)为天线电导与电纳对频率的关系曲线图。图中实线为本文计算结果,虚线为文献[1]计算结果。

力方数据

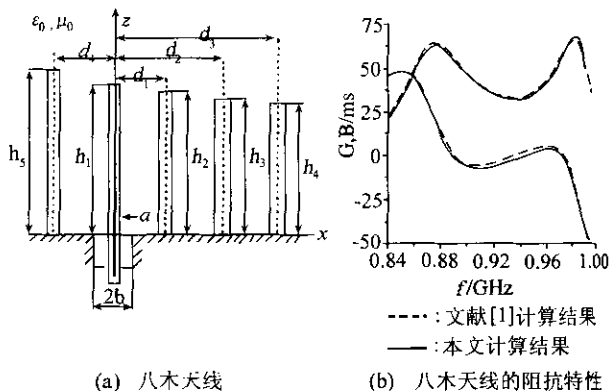


图4 八木天线特性分析

(2) 两枝的仙人掌形天线<sup>[4]</sup>

图5(a)为两枝的仙人掌形的线天线,图中有关参数为  $h_1 = 90$  mm,  $h_2 = 144.2$  mm,  $c = 21$  mm,  $d = 22.5$  mm,  $a = 3$  mm,  $b/a = 2.3$ 。图5(b)为在同轴线激励下的电导电纳随频率的曲线图。实线为本文计算结果,虚线为文献[4]测量结果。

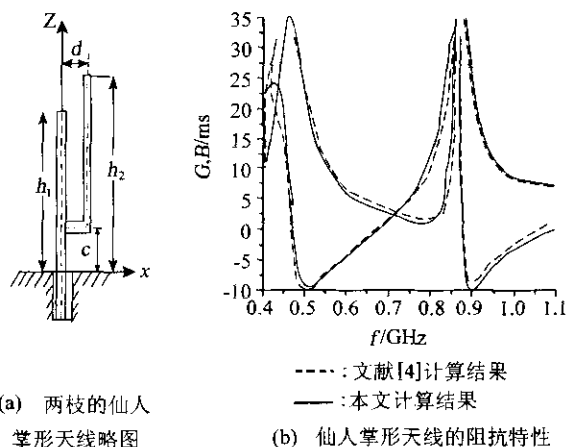


图5 仙人掌形天线特性

## 3 结论

基于该混合基函数,计算了包括八木天线、带补偿分支天线<sup>[5]</sup>、单极线天线、有两个等同寄生振子的单极天线以及仙人掌形天线等在内的数十种算例<sup>[1,4,5]</sup>,本文中挑选了两种有代表性的算例,经过与文献比较对照,吻合良好。且计算速度快,通用性好,有较高的参考价值。

### 参考文献:

- [1] 波波维奇 B.D. 金属天线与散射体分析[M]. 邱景辉等译. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1998. 168-172.
- [2] 李世智. 电磁辐射与散射问题的矩量法[M]. 北京: 电子工业出版社, 1985.
- [3] 米特拉 R. 计算机技术在电磁学中的应用[M]. 金元松译. 北京: 人民邮电出版社, 1983.
- [4] 波波维奇 B.D. 导线天线的分析与综合[M]. 杨渊译. 北京: 人民邮电出版社, 1987. 185-195.
- [5] KOLUNDZIJAB M. Entire domain Galerkin method for analysis of generalized wire antennas and scatters[J]. IEEE Proceedings, 1992, 139(1): 17-24.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>