

DOI: 10.3901/JME.2014.09.024

# 层合壳反射面星载天线大范围指向行为特性分析\*

游斌弟<sup>1</sup> 张广玉<sup>2</sup> 赵 阳<sup>3</sup> 陈 军<sup>1</sup> 杨斌久<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工业大学船舶与海洋工程学院 威海 264209;

2. 哈尔滨工业大学机电学院 哈尔滨 150001;

3. 哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 为了研究柔性反射面几何非线性和耦合效应对大范围运动星载天线的精确动力学行为,以多层层间结构特性的反射面为研究对象,采用三节点壳单元结构对反射面变形位移进行精确描述,并考虑天线大范围运动和反射面厚度方向变形、横向、侧向弯曲变形以及扭转变形的耦合作用,利用 Lagrange 方法推导大范围运动星载天线的精确非线性动力学模型,所建立模型包含层合间的结构特性与非线性耦合项。针对线性模型和非线性模型,分别对星载天线系统进行仿真对比分析,结果表明,线性模型过早忽略几何非线性和耦合变形作用,随着转动角速度增大,动力学特性将产生差异,而非线性模型适合于大范围柔性反射面天线指向过程,可精确地预测星载天线的指向精度。结论对星载天线指向精度的分析与控制具有重要的理论价值及工程实际意义。

**关键词:** 星载天线; 层合结构; 壳单元; 非线性变形; 动力学特性

**中图分类号:** V419

## Satellite Antenna Pointing Behavior with Laminated Shell Reflector Undergoing a Large Overall Motion

YOU Bindi<sup>1</sup> ZHANG Guangyu<sup>2</sup> ZHAO Yang<sup>3</sup> CHEN Jun<sup>1</sup> YANG Binjiu<sup>1</sup>

(1. School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Harbin Institute of Technology, Weihai 264209;

2. School of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001;

3. School of Astronautics Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract:** A dynamic modeling theory for satellite antenna is presented which is subjected to geometric nonlinearity and coupling deformation of flexible reflector undergoing a large overall motion. For the study of the characteristics of the reflector of the multilayer laminated structure, the displacement field description of a point in a three-node shell element is acquired in conjunction with the thickness, transverse bending, lateral bending, and torsional deformations. Therefore, a nonlinear dynamic model of satellite antenna is deduced based on Lagrange's equations. The complete expression of nonlinear terms of elastic deformation and coupling terms between the multilayer and large deflection are considered in the dynamic equations. Then, satellite antenna dynamics is analyzed between linear model and nonlinear model. The results show that the geometric nonlinear and coupling effects are ignored in the linear model at the initial period. However, as the rotational speed increases, the accuracy of present nonlinear model is suitable for dealing with large deformation problem with rigid-flexible coupling undergoing a large overall motion. Further, the satellite antenna pointing accuracy would be predicted based on the nonlinear model. The above conclusion would have important academic value and engineering significance.

**Key words:** satellite antenna; laminated structures; shell element; nonlinear deformation; dynamics

## 0 前言

星载天线是实现定位跟踪操作的空间机构,为了保证航天器类目标之间进行通信,需要天线精确

地指向飞行器类目标,因此,对天线系统的动态指向精度研究是一个极其关键而又亟待解决的问题<sup>[1-3]</sup>。

由于天线系统安装有大型抛物面反射面柔性附件,要求具有大角度的指向机动性,在大范围指向运动过程中,反射面柔性附件与卫星中心刚体之间存在其强烈的刚柔耦合<sup>[4-5]</sup>;此外,在较高转速运动时,反射面弹性变形会直接影响其形面精度,甚至对卫星产生强烈扰动,可能致使天线失效而不能

\* 国家自然科学基金(51205079)、微小型航天器技术国防重点学科实验室开放基金(HIT.KLOF.01507374)、中国博士后基金(2013M541358)和哈尔滨工业大学科研创新基金(HIT.NSRIF.2015110)资助项目。  
20130422 收到初稿, 20140226 收到修改稿

顺利工作<sup>[6]</sup>。然而, 目前国内外研究工作大多局限于星载天线指向过程的静态误差源和关键结构的研究<sup>[7-10]</sup>, 针对星载天线的刚柔耦合多体动力学特性分析则较少报道, 且没有针对结构内部因素对天线系统的影响进行相关研究, 其执行高精度任务的能力和稳定性将会受到很大的限制。

目前针对梁和板结构多体系统动力学建模研究较多, 国内学者金国光等<sup>[11]</sup>建立了矩形板系统动力学模型; 吴胜宝等<sup>[12]</sup>研究了大范围平动下的刚柔耦合系统动力学特性; 和兴锁等<sup>[13-14]</sup>研究了大范围运动和非线性变形的空间柔性梁。国外学者 YOO 等<sup>[15]</sup>建立了大范围运动柔性薄板的动力学方程, 分析了高速转速下线性动力学响应; RICHARD 等<sup>[16]</sup>利用虚功率建立了大范围运动薄臂柔性板的多体系统动力学; MANABENDRA 等<sup>[17]</sup>利用板单元建立浮动坐标系下的大变形柔性体的系统动力学方程; 但目前文献对壳结构多体系统的建模方法研究尚少, 尤其对多层层合间薄壳的非线性动力学建模研究工作甚少, 然而抛物面反射面属于薄壳结构, 在驱动力和惯性力的作用下不仅容易产生厚度方向变形、横向和侧向耦合变形, 还发生扭转变形, 所以薄壁反射面耦合变形引起的弹性振动对大范围天线运动的影响不能忽视。

针对以上情况, 本文以大范围运动的多层层合间柔性反射面为研究对象, 采用三节点壳单元对反射面进行离散, 精确描述其变形位移, 并利用 Lagrange 方程推导了大范围运动下的非线性动力学模型; 该模型建模过程不仅考虑层合间的结构特性和几何非线性, 且考虑了反射面厚度方向变形、横向和侧向弯曲变形以及扭转变形的耦合项, 分析了大范围运动柔性反射面弹性变形对天线系统指向精度的影响, 也为其他单层或多层层合间结构的动力学研究提供理论参考。

## 1 柔性反射面的非线性精确变形描述

如图 1 所示为星载天线机构图, 为了便于对反射面变形运动进行描述, 对其进行抽象, 如图 2a 所示, 在  $t$  和  $t+\Delta t$  时刻描述了柔性反射面  $p$  点在三节点壳单元变形前后的运动状态,  $t$  时刻反射面为已知的平衡结构, 当运动到  $t+\Delta t$  时刻为未知平衡结构, 其中  $\Sigma_0$  为惯性坐标系;  $\Sigma_e$  为转轴末端坐标系;  $\Sigma_\xi$  为单元坐标系; 如图 2b 所示, 反射面发生变形时, 厚度方向变形为  $w$ 、横向弯曲变形为  $u$ 、侧向弯曲变形为  $v$  及扭转变形为  $\varphi$ , 则反射面上任意一壳单元中  $p$  点的位置矢量为

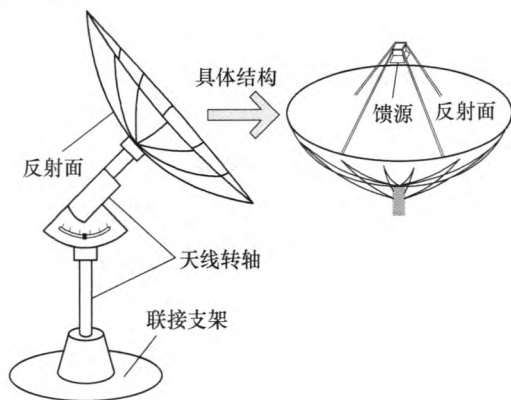


图 1 星载天线机构图

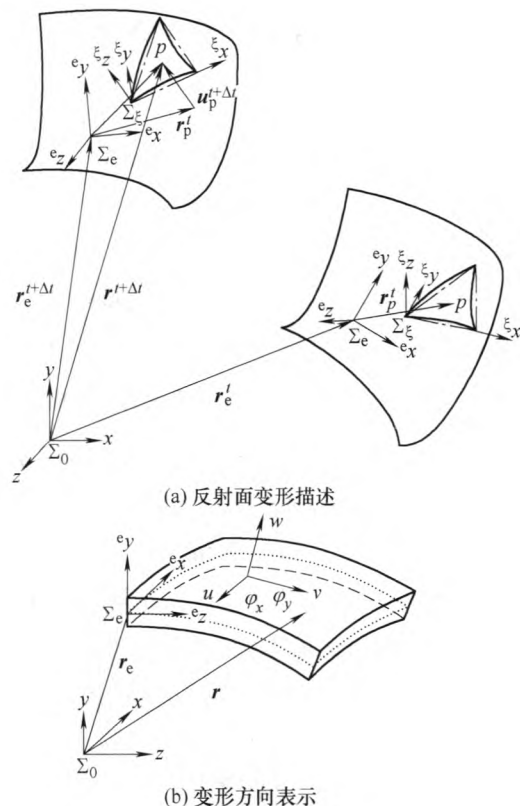


图 2 单元节点运动描述

$${}^0\mathbf{r}^{t+\Delta t} = {}^0\mathbf{r}_e^{t+\Delta t} + {}^0\mathbf{T}_e \mathbf{r}^{t+\Delta t} \quad (1)$$

式中  ${}^0\mathbf{r}_e^{t+\Delta t}$  ——  $t+\Delta t$  时刻转轴末端在  $\Sigma_0$  中的位置矢量;

${}^e\mathbf{r}^{t+\Delta t}$  ——  $t+\Delta t$  时刻在  $\Sigma_e$  中的位置矢量;

${}^0\mathbf{T}_e$  ——  $\Sigma_e$  到  $\Sigma_0$  的方向余弦矩阵。

其中反射面发生变形后在  $\Sigma_e$  中的位置矢量为

$${}^e\mathbf{r}^{t+\Delta t} = {}^e\mathbf{r}_p^t + {}^e\mathbf{u}_p^{t+\Delta t} \quad (2)$$

式中  ${}^e\mathbf{r}_p^t$  ——  $t$  时刻在  $\Sigma_e$  中的未变形柔性反射面位置矢量;

${}^e\mathbf{u}_p^{t+\Delta t}$  ——  $t+\Delta t$  时刻节点  $p$  弹性变形的位移矢量。

为了书写方便, 若为  $t+\Delta t$  时刻时, 左上标“ $t+\Delta t$ ”标记将省略。现用有限元法对反射面进行

离散化, 将反射面划分为  $n$  个单元。设  ${}^eN$  为第  $j$  个单元的形函数矩阵, 则单元  $j$  内任一点  $p$  点的位移  ${}^e u_p$  为

$${}^e u_p = {}^e N {}^e \delta \quad (3)$$

式中  ${}^e \delta$  ——在  $\Sigma_e$  中单元节点总体变形位移列阵。

如图 3 所示, 总体变形位移列阵  ${}^e \delta$  由节点位移列阵  ${}^e u_{0i}$  和旋转列阵  ${}^e \varphi_{0i}$  组成, 则

$${}^e \delta^T = ({}^e \delta_1^T \quad {}^e \delta_2^T \quad {}^e \delta_3^T) \quad (4)$$

式中  ${}^e \delta_i^T = ({}^e u_{0i}^T \quad {}^e \varphi_{0i}^T)$ 。

由式(3)对时间求导, 并忽略插值矩阵  ${}^e N$  随时间变化, 得

$${}^e \dot{u}_p = {}^e N \dot{{}^e \delta} \quad {}^e \ddot{u}_p = {}^e N \ddot{{}^e \delta} \quad (5)$$

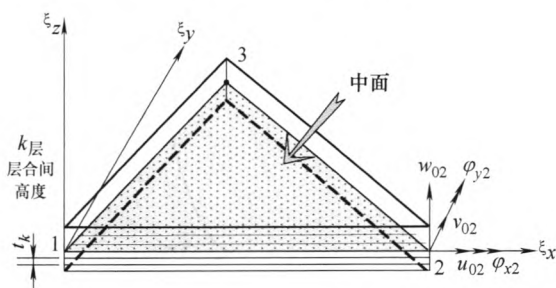


图 3 三角形壳单元坐标系和自由度描述

利用  $\Sigma_\xi$  到  $\Sigma_e$  的转换矩阵  $Z$ , 可得单元  $j$  上任意点  $p$  在  $\Sigma_e$  中坐标, 则式(3)可改写为

$${}^e u_p = Z {}^\xi u_p \quad (6)$$

式中  ${}^\xi u_p$  ——单元上任意点  $p$  在  $\Sigma_\xi$  中位置矢量。

同样, 利用转换矩阵  ${}^e Z_\xi$  可将总体节点位移列阵  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)^T$  (即  $n$  个节点坐标列阵), 转换为单元  $j$  的节点位移  ${}^e \delta$ , 即

$${}^e \delta = {}^e Z_\xi \xi \quad (7)$$

$${}^e Z_\xi = \begin{pmatrix} Z & 0 & & 0 \\ 0 & Z & & 0 \\ & & Z & \\ & & & Z \\ 0 & & & & Z \end{pmatrix}$$

单元上任意点  $p$  坐标可用其所在壳单元节点坐标阵插值  ${}^\xi N$  及  $\xi$  的乘积表示, 即

$${}^\xi u_p = {}^\xi N \xi \quad (8)$$

根据 Reissner-Mindlin 理论, 任意点  $p$  在单元节点坐标系上的变形坐标阵为

$${}^\xi u_p = \begin{pmatrix} u({}^\xi x, {}^\xi y, {}^\xi z) \\ v({}^\xi x, {}^\xi y, {}^\xi z) \\ w({}^\xi x, {}^\xi y, {}^\xi z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0({}^\xi x, {}^\xi y) \\ v_0({}^\xi x, {}^\xi y) \\ w_0({}^\xi x, {}^\xi y) \end{pmatrix} + \xi \bar{z} \begin{pmatrix} \varphi_{\xi_y}({}^\xi x, {}^\xi y) \\ \varphi_{\xi_x}({}^\xi x, {}^\xi y) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中  $u_0, v_0, w_0$  ——中性面的位移量;

$$\xi \bar{z} = \xi z - h_0({}^\xi x, {}^\xi y);$$

$\xi x, \xi y, \xi z$  —— $u, v$  和  $w$  的坐标分量。

则式(9)可表示为

$${}^\xi u_p = {}^\xi u_0 + \xi \bar{z} {}^\xi \varphi_0 \quad (10)$$

利用插值矩阵  $N_u$  和  $N_\varphi$  拟合节点位移  ${}^\xi u_0$  和旋转列阵  ${}^\xi \varphi_0$ , 则

$${}^\xi u_0 = N_u \xi \quad {}^\xi \varphi_0 = N_\varphi \xi \quad (11)$$

将式(11)代入式(10), 得

$${}^\xi u_p = (N_u + \xi \bar{z} N_\varphi) \xi \quad (12)$$

结合式(12)和式(8), 得

$${}^\xi N = N_u + \xi \bar{z} N_\varphi \quad (13)$$

将式(8)代入式(6), 并由式(7), 得

$${}^e u_p = Z {}^\xi N {}^e Z_\xi^T {}^e \delta \quad (14)$$

通过式(14)和式(3)对比, 可知

$${}^e N = Z {}^\xi N {}^e Z_\xi^T \quad (15)$$

最终就可以获得  ${}^e N$  显式插值矩阵。

## 2 刚柔耦合动力学建模

在星载天线动力学建模中, 作如下假设: ① 星载卫星本体和转轴视为刚体; ② 本体为漂浮基座, 为受控对象; ③ 不考虑关节间隙的非线性影响; ④ 反射面与转轴末端刚性连接在一起; ⑤ 不考虑太空微重力作用影响。

### 2.1 卫星本体与转轴动能

如图 4 所示,  $\Sigma_B$  为卫星本体坐标系;  $x_b$  为卫星本体位移;  $\theta$  为天线转轴转角;  $r_g$  星载天线的质心矢量;  $r_0$  卫星本体质心的位置矢量;  $r_e$  为转轴末端位置矢量, 对应于广义坐标的非保守力的广义力  $Q = (F_b \tau)^T + (J_{bh}^T J_{\theta h}^T)^T F_h$ , 其中  $F_b$  为卫星本体所受外力/外力矩;  $\tau$  为关节力矩;  $J_{bh}^T$  为天线转轴末端相对卫星本体雅可比矩阵;  $J_{\theta h}^T$  为天线转轴末端相对关节雅可比矩阵;  $F_h$  为天线转轴末端所受外力/外力矩。

天线转轴  $i$  的动能  $T_i$  为

$$T_i = \frac{1}{2} m_i \dot{r}_i^T \dot{r}_i + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i \omega_i = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} m_i E_3 & 0 \\ 0 & I_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i \\ \omega_i \end{pmatrix} \quad (16)$$

式中  $m_i$  ——转轴  $i$  的质量;

$v_i, \omega_i$  ——转轴  $i$  的质心线速度和角速度;

$E_3$  ——3 阶单位阵;

$I_i$ ——转轴  $i$  相对质心的惯量。

则转轴  $i$  及卫星本体的动能  $T_{bi}$  为

$$T_{bi} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{bi} & \mathbf{H}_{ci} \\ \mathbf{H}_{ci}^T & \mathbf{H}_{\theta i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix} \quad (17)$$

式中  $\mathbf{H}_{bi} = \begin{pmatrix} m_i \mathbf{E}_3 & m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^T \\ m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i} & \mathbf{I}_i + m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^T \tilde{\mathbf{r}}_{0i} \end{pmatrix};$

$\tilde{\mathbf{r}}_{0i}$ —— $\mathbf{r}_{0i}$  的叉乘矩阵且为反对称阵;

$$\mathbf{r}_{0i} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_0;$$

$$\mathbf{H}_{ci} = \begin{pmatrix} m_i \mathbf{J}_{Ti} \\ \mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri} + m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i} \mathbf{J}_{Ti} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{Ti} = (\tilde{\mathbf{k}}_i(\mathbf{r}_i - \mathbf{p}_i) \cdots \tilde{\mathbf{k}}_i(\mathbf{r}_i - \mathbf{p}_i) \mathbf{0} \cdots \mathbf{0});$$

$$\mathbf{J}_{Ri} = (\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \cdots, \mathbf{k}_i, \mathbf{0}, \cdots, \mathbf{0});$$

$\mathbf{k}_i$ ——关节  $i$  的方向单位矢量;

$\mathbf{p}_i$ ——关节  $i$  的位置矢量;

$\tilde{\mathbf{k}}_i$ ——矢量  $\mathbf{k}_i$  的叉乘矩阵;

$$\mathbf{H}_{\theta i} = \mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri} + m_i \mathbf{J}_{Ti}^T \mathbf{J}_{Ti}.$$

$\tilde{\mathbf{r}}_{0g}$ ——矢量  $\mathbf{r}_{0g}$  的叉乘矩阵;

$$\mathbf{r}_{0g} = \mathbf{r}_g - \mathbf{r}_0;$$

$$\mathbf{H}_w = \sum_{i=1}^n (\mathbf{I}_i + m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^T \tilde{\mathbf{r}}_{0i}) + \mathbf{I}_0;$$

$\mathbf{I}_0$ ——卫星本体相对于质心的惯量;

$\mathbf{H}_{b\theta}$ ——卫星本体与转轴耦合惯量矩阵;

$$\mathbf{H}_{b\theta} = \sum_{i=0}^n \mathbf{H}_{ci} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{Tg} \\ \mathbf{H}_{w\theta} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{J}_{Tg} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{J}_{Ti};$$

$$\mathbf{H}_{w\theta} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri} + m_i \tilde{\mathbf{r}}_{0i} \mathbf{J}_{Ti});$$

$$\mathbf{H}_{\theta} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{J}_{Ri}^T \mathbf{I}_i \mathbf{J}_{Ri} + m_i \mathbf{J}_{Ti}^T \mathbf{J}_{Ti}).$$

## 2.2 反射面节点惯性力产生的动能

结合式(1)~(3)、式(7)和式(15), 得

$${}^0 \mathbf{r} = {}^0 \mathbf{r}_e(\mathbf{x}_b, \boldsymbol{\theta}) + {}^0 \mathbf{T}_e(\mathbf{x}_b, \boldsymbol{\theta})({}^e \mathbf{r}'_p + {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \xi) \quad (19)$$

将式(19)对时间进行一阶求导, 得

$$\begin{aligned} {}^0 \dot{\mathbf{r}} = & \left( \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_e}{\partial \mathbf{x}_b} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_b} [{}^0 \mathbf{T}_e({}^e \mathbf{r}'_p + {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \xi)] \right) \dot{\mathbf{x}}_b + \\ & \left( \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_e}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [{}^0 \mathbf{T}_e({}^e \mathbf{r}'_p + {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \xi)] \right) \dot{\boldsymbol{\theta}} + \end{aligned}$$

$${}^0 \mathbf{T}_e {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \dot{\xi} = \mathbf{J}_b \dot{\mathbf{x}}_b + \mathbf{J}_{\theta} \dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{J}_{\xi} \dot{\xi} \quad (20)$$

式中  $\mathbf{b}, \boldsymbol{\theta}, \xi$ ——下标, 卫星本体、转轴和反射面形状;

$$\mathbf{J}_b = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_e}{\partial \mathbf{x}_b} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_b} [{}^0 \mathbf{T}_e({}^e \mathbf{r}'_p + {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \xi)];$$

$$\mathbf{J}_{\theta} = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_e}{\partial \boldsymbol{\theta}} + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [{}^0 \mathbf{T}_e({}^e \mathbf{r}'_p + {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi} \xi)];$$

$$\mathbf{J}_{\xi} = {}^0 \mathbf{T}_e {}^e \mathbf{N}^e \mathbf{Z}_{\xi}.$$

在实际工程中, 为了提高在线计算效率, 采用有限元集中质量模拟, 即进行离散化, 则柔性反射面的动能为

$$T_{\xi} = \frac{1}{2} \int_V {}^0 \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dM = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N {}^0 \dot{\mathbf{r}}_i^T {}^0 \dot{\mathbf{r}}_i dM_i =$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b^T & \dot{\boldsymbol{\theta}}^T & \dot{\xi}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{M}_{b\theta} & \mathbf{M}_{b\xi} \\ \mathbf{M}_{\theta b} & \mathbf{M}_{\theta\theta} & \mathbf{M}_{\theta\xi} \\ \mathbf{M}_{\xi b} & \mathbf{M}_{\xi\theta} & \mathbf{M}_{\xi\xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \dot{\xi} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中  $N$ ——反射面的节点数;

${}^0 \dot{\mathbf{r}}_i$ ——单元  $i$  的速度;

$M_i$ ——单元  $i$  的集中质量;

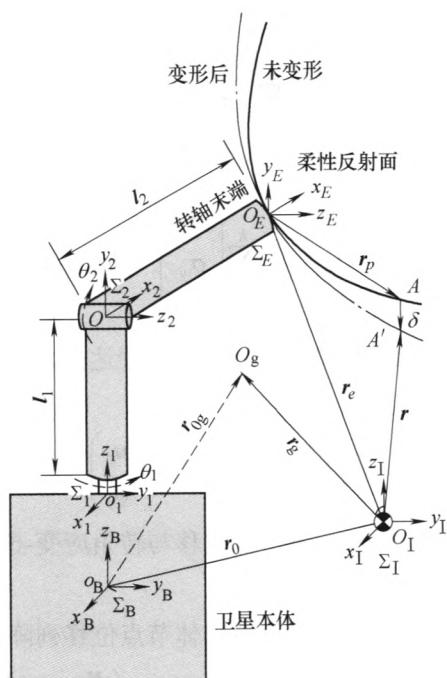


图4 星载天线的动力学模型

则卫星本体与转轴的动能为

$$T_{b\theta} = \sum_{i=0}^n T_{bi} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{H}_b & \mathbf{H}_{b\theta} \\ \mathbf{H}_{b\theta}^T & \mathbf{H}_{\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{pmatrix} \quad (18)$$

式中  $\mathbf{H}_b$ ——卫星本体惯量矩阵;

$$\mathbf{H}_b = \sum_{i=0}^n \mathbf{H}_{bi} = \begin{pmatrix} w \mathbf{E}_3 & w \tilde{\mathbf{r}}_{0g}^T \\ w \tilde{\mathbf{r}}_{0g} & \mathbf{H}_w \end{pmatrix};$$

$$w = \sum_{i=0}^n (m_i);$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{bb} = \sum_i^n \mathbf{J}_{bi}^T \mathbf{J}_{bi} \mathbf{M}_i & \mathbf{M}_{b\theta} = \mathbf{M}_{\theta b}^T = \sum_i^n \mathbf{J}_{bi}^T \mathbf{J}_{\theta i} \mathbf{M}_i \\ \mathbf{M}_{b\zeta} = \mathbf{M}_{\zeta b}^T = \sum_i^n \mathbf{J}_{bi}^T \mathbf{J}_{\zeta i} \mathbf{M}_i & \mathbf{M}_{\theta\theta} = \sum_i^n \mathbf{J}_{\theta i}^T \mathbf{J}_{\theta i} \mathbf{M}_i \\ \mathbf{M}_{\theta\zeta} = \mathbf{M}_{\zeta\theta}^T = \sum_i^n \mathbf{J}_{\theta i}^T \mathbf{J}_{\zeta i} \mathbf{M}_i & \mathbf{M}_{\zeta\zeta} = \sum_i^n \mathbf{J}_{\zeta i}^T \mathbf{J}_{\zeta i} \mathbf{M}_i \end{cases} \quad (22)$$

### 2.3 柔性反射面弹性变形引起的虚功

如图 3 和图 4 所示, 对壳单元的平衡方程进行线性化, 则柔性反射面变形产生的弹性力虚功  $\delta W_e$  可表示为<sup>[18]</sup>

$$\begin{aligned} \delta W_e &= \sum_{k=1}^k \int_{A^e} \int_{h_k}^{h_{k+1}} \delta(\bar{\epsilon}_k^L)^T \bar{\mathbf{Q}}_k \bar{\epsilon}_k^L dz dA^e + \\ &\sum_{k=1}^k \int_{A^e} \int_{h_k}^{h_{k+1}} \delta(\bar{\epsilon}_k^{NL})^T \bar{\sigma}_k dz dA^e = \\ &\delta W^{\text{ext}} - \sum_{k=1}^k \int_{A^e} \int_{h_k}^{h_{k+1}} \delta(\bar{\epsilon}_k^L)^T \bar{\sigma}_k dz dA^e \end{aligned} \quad (23)$$

式中  $k$  ——反射面层合数;  
 $A^e$  ——单元面积;  
 $h_k$  ——第  $k$  层到中面的距离;  
 $\bar{\epsilon}_k^L$  ——平面内线性应变张量;  
 $\bar{\mathbf{Q}}_k$  —— $k$  层壳单元的应力应变关系;  
 $\bar{\epsilon}_k^{NL}$  ——平面内非线性应变张量;  
 $\bar{\sigma}_k$  ——各层的应力矢量;  
 $\bar{\sigma}_k = \bar{\mathbf{Q}}_k \bar{\epsilon}_k$ ;  
 $\bar{\epsilon}_k$  ——各层的应变矢量;

$\delta W^{\text{ext}}$  ——施加在单元上外力所做的虚功。

如图 3 所示, 壳结构几何非线性的应变-位移关系的几何方程为

$$\bar{\epsilon}_k = \bar{\epsilon}_k^L + \bar{\epsilon}_k^{NL} \quad (24)$$

式中,  $\bar{\epsilon}_k^L = \bar{\epsilon}_m + z\bar{\epsilon}_b$ ;  $\bar{\epsilon}_m$ 、 $\bar{\epsilon}_b$  和  $\bar{\epsilon}_k^{NL}$  分别为

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_m &= \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} & \bar{\epsilon}_b &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \end{pmatrix} \\ \bar{\epsilon}_k^{NL} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 & \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix}^T \end{aligned} \quad (25)$$

对于线性应变, 则  $\bar{\epsilon}_k = \bar{\epsilon}_k^L$ 。切应变为

$$\gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_x - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varphi_y - \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (26)$$

对式(23)层合间的厚度方向进行积分, 得

$$\begin{aligned} \int_A \delta \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m^T \\ \bar{\epsilon}_b^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m \\ \bar{\epsilon}_b \end{pmatrix} dA + \int_A \delta(\bar{\epsilon}_k^{NL})^T \mathbf{N} dA = \\ \delta W^{\text{ext}} - \int_A \delta \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m^T \\ \bar{\epsilon}_b^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} dA \end{aligned} \quad (27)$$

式中  $\mathbf{A}$  ——厚度方向刚度矩阵;

$\mathbf{B}$  ——横向弯曲刚度矩阵;

$\mathbf{D}$  ——侧向弯曲刚度矩阵。

其中  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  和  $\mathbf{D}$  矩阵各元素的具体表达式分别为

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{i=1}^K \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_{k+1} - h_k) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_{k+1}^2 - h_k^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^K \bar{Q}_{ij}^{(k)} (h_{k+1}^3 - h_k^3) \end{aligned}$$

式中,  $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$  为本构关系  $\bar{\mathbf{Q}}_k$  矩阵中的各元素。

若作用在层合壳的合力和合力矩分别用  $\mathbf{N}$  和  $\mathbf{M}$  来表示, 则表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^K \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}^{(k)} (h_{k+1} - h_k) \\ \mathbf{M} &= \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^K \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}^{(k)} (h_{k+1}^2 - h_k^2) \end{aligned} \quad (28)$$

由式(11)及式(25)中  $\bar{\epsilon}_m$ 、 $\bar{\epsilon}_b$  表达式, 可得应变-位移表达式

$$\begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m^T \\ \bar{\epsilon}_b^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_u & \mathbf{B}_\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi u_0 \\ \xi \varphi_0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

式中  $\mathbf{B}_u$ 、 $\mathbf{B}_\varphi$  ——节点位移与转角应变-位移变换矩阵。

则式(27)第一项可用总体节点位移列阵表示

$$\int_A \delta \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m^T \\ \bar{\epsilon}_b^T \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\epsilon}_m \\ \bar{\epsilon}_b \end{pmatrix} dA = \delta \xi^T \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\xi 11} & \mathbf{K}_{\xi 12} \\ \mathbf{K}_{\xi 21} & \mathbf{K}_{\xi 22} \end{pmatrix} \xi \quad (30)$$

式中  $\mathbf{K}_{\xi 11} = \int_A \mathbf{N}_u^T \mathbf{B}_u^T \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{N}_u \mathbf{B}_u dA$ ;

$\mathbf{K}_{\xi 12} = \mathbf{K}_{\xi 21}^T = \int_A \mathbf{N}_u^T \mathbf{B}_u^T \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{N}_\varphi \mathbf{B}_\varphi dA$ ;

$\mathbf{K}_{\xi 22} = \int_A \mathbf{N}_\varphi^T \mathbf{B}_\varphi^T \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{N}_\varphi \mathbf{B}_\varphi dA$ 。

令  $\mathbf{K}_\xi = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\xi 11} & \mathbf{K}_{\xi 12} \\ \mathbf{K}_{\xi 21} & \mathbf{K}_{\xi 22} \end{pmatrix}$ , 则式(30)变换为

$$\int_A \delta \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{e}}_m^T \\ \bar{\mathbf{e}}_b^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{e}}_m \\ \bar{\mathbf{e}}_b \end{pmatrix} dA = \delta \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{K}_\xi \boldsymbol{\xi} \quad (31)$$

式(27)第二项也可用总体节点位移列阵表示, 则

$$\int_A \delta (\bar{\mathbf{e}}_k^{\text{NL}})^T \mathbf{N} dA = \delta \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{K}_g \boldsymbol{\xi} \quad (32)$$

式中  $\mathbf{K}_g = \mathbf{N}_u^T \mathbf{D}^T \mathbf{N} \mathbf{D} \mathbf{N}_u dA$ ;

$\mathbf{D}$ ——矩阵微分算子;

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}^T$$

将式(28)和式(29)代入式(27)的第三积分项, 其具体表达式的推导过程详见文献[18], 即

$$\int_A \delta \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{e}}_m^T \\ \bar{\mathbf{e}}_b^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{pmatrix} dA = \delta \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{K}_\xi^* \boldsymbol{\xi}^* \quad (33)$$

式中  $\mathbf{K}_\xi^* = \mathbf{K}_{\xi 11}$ ;

$\boldsymbol{\xi}^*$ ——柔性反射面变形后的节点位移列。

当忽略高阶非线性项时, 即刚体运动位移和变形节点位移为线性关系时,  $\boldsymbol{\xi}^*$ 可表示为总体节点位移列阵减去刚体运动位移。

由式(31)~(33), 可得反射面弹性力的虚功为

$$\delta W_e = \begin{pmatrix} \delta \dot{\mathbf{x}}_b \\ \delta \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \delta \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \dot{\mathbf{x}}_b \\ \delta \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \delta \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta \dot{\mathbf{x}}_b \\ \delta \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ \delta \dot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_\xi^* \boldsymbol{\xi}^* \end{pmatrix} \quad (34)$$

式中  $\mathbf{K}_L = \mathbf{K}_\xi + \mathbf{K}_g$ 。

## 2.4 系统耦合非线性模型

最后利用更新的 Lagrange 方程, 得出整个星载天线自由柔性反射面的动力学方程

$$\begin{pmatrix} \mathbf{H}_b + \mathbf{M}_{bb} & \mathbf{H}_{b\theta} + \mathbf{M}_{b\theta} & \mathbf{M}_{b\xi} \\ \mathbf{H}_{\theta b} + \mathbf{M}_{\theta b} & \mathbf{H}_\theta + \mathbf{M}_{\theta\theta} & \mathbf{M}_{\theta\xi} \\ \mathbf{M}_{\xi b} & \mathbf{M}_{\xi\theta} & \mathbf{M}_{\xi\xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_b \\ \ddot{\boldsymbol{\theta}} \\ \ddot{\boldsymbol{\xi}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_L \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_\xi^* \boldsymbol{\xi}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{c}_b \\ \mathbf{c}_\theta \\ \mathbf{c}_\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_b \\ \boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{bh}^T \\ \mathbf{J}_{\theta h}^T \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{F}_h \quad (35)$$

式中  $\mathbf{c}_b$ ——卫星本体的速度非线性项;

$\mathbf{c}_\theta$ ——转轴的速度非线性项;

$\mathbf{c}_\xi$ ——柔性反射面模态坐标速度非线性项。

## 3 指向过程数值分析

星载天线系统模型(图 4), 其主要物理参数见表 1, 每个刚体质心在其几何中心。为了求解多体系统的微分代数方程组 DAEs, 保证处理较大规模 DAEs 具有高效性和数值收敛性, 本文采用常用的 Newmark 法迭代进行数值求解。

表 1 星载天线机构物理参数

刚体	质量/kg	长度/m	转动惯量 $I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	转动惯量 $I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	转动惯量 $I_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
卫星本体	5 000	1	200.0	200.0	200.0
转轴 1	10	1	1.0	1.0	0.1
转轴 2	10	1	0.1	1.0	1.0

柔性反射面口径  $d=2.0$  m, 壁厚为 5.0 mm, 抛物线方程为  $x^2 + y^2 = 2fz$ ,  $f$  为焦距, 且  $f/d=0.5$ 。航天工程中常用低密度各向同性材料, 其反射面复合材料每一层的厚度为 0.05 mm, 各层弹性模量  $E=1.95$  GPa, 切变模量  $G=76.2$  GPa, 泊松比  $\nu=0.28$ , 密度  $\rho=38.5$  kg/m<sup>3</sup>; 为了提高反射面的质量阵  $\mathbf{M}$  和刚度阵  $\mathbf{K}_L$  在线计算效率, 可通过有限元技术对壳单元显式插值矩阵<sup>[19]</sup>进行缩减。

初始参数: 卫星本体位置及速度均为 0, 转轴关节角  $\theta_1=\theta_2=0$ , 天线转轴互相垂直, 各关节速度均为 0, 卫星本体控制力/力矩  $\mathbf{F}_b$  和外力/力矩  $\mathbf{F}_h$  均为 0, 仿真步长 0.001 s, 仿真时间 3.0 s。两刚性转轴驱动力矩的变化规律为

$$\tau_1(t) = \begin{cases} 5 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) & t < T_0 \\ 0 & t > T_0 \end{cases}$$

$$\tau_2(t) = \begin{cases} 4 \sin\left(\frac{4\pi}{T_0} t\right) & t < T_0 \\ 0 & t > T_0 \end{cases}$$

式中  $T_0=2.0$  s。

为了研究刚柔耦合非线性动力学模型, 以反射面边缘上的单元  $A$  为分析对象, 其中线性模型采用线弹性理论, 而非线性模型考虑了非线性项  $\mathbf{K}_g$  和  $\mathbf{K}_\xi^*$  的影响。由于要求大范围运动的柔性反射面天线具有较高精度, 且应变历程对单元的收敛性精度较为敏感, 因此首先必须分析应变历程。图 5 为线性模型和非线性模型的柔性反射面横向应变曲线, 由图 5 中可知, 非线性模型的应变具有更好的单元收敛性。



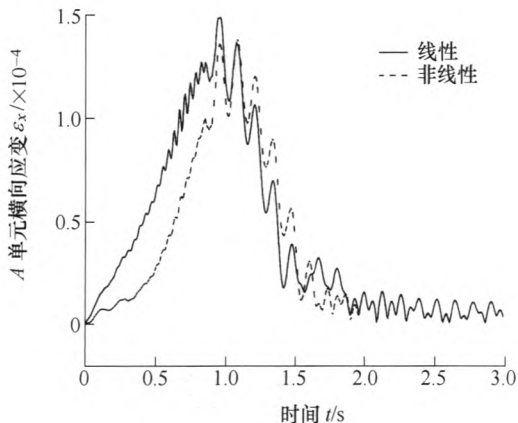


图 5 A 点横向应变

图 6 和图 7 分别为反射面的横向和侧向弯曲变形曲线。由已知条件  $\tau_1(t)=5\sin(2\pi t/T_0)$ ，周期  $T_0=2.0\text{ s}$ ，可知，在  $0\sim 1\text{ s}$  阶段，随着  $\tau_1$  变化转速  $\dot{\theta}_1$  增大，由图可以看出，在线性和非线性模型中，随着转速增大，线性模型的反射面横向变形振幅大于非线性模型的振幅；同理，在  $1\sim 2\text{ s}$  阶段力矩  $\tau_1(t)$  在  $-5\sim 0\text{ N}$  内正弦变化，角速度减小，线性模型和非线性模型的反射面变形结果差异较小；在  $2\sim 3\text{ s}$  阶段，驱动力矩为  $0$ ，则两者变形振幅结果趋于一致。同样对于侧向变形振幅也随着  $\tau_1$  做周期性变化。由此可知，在线性和非线性模型中，随着转速增大，反射面横向变形计算结果的差异趋于增大。当转速若趋于高速时，反射面构型会产生较大的动力刚度项  $K_L$  和  $K_\xi^*$ ，则反射面经历较大变形，线性模型就会发生发散，其仿真结果的误差很显著，不符合实际情况，因此在柔性反射面的大变形中必须考虑刚度非线性项及变形耦合的影响。

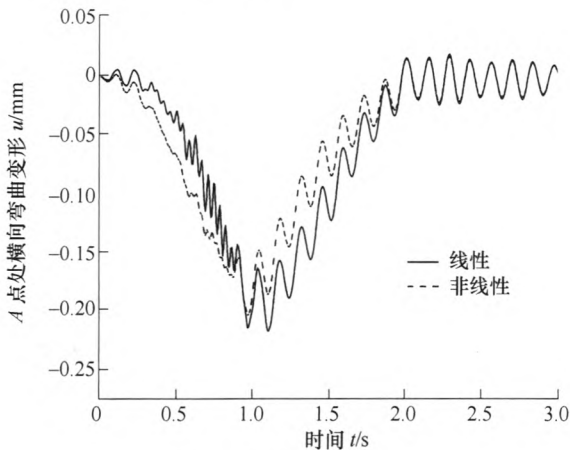


图 6 横向弯曲变形

由于反射面横侧向变形产生相应的横侧向振动，如图 8 和图 9 所示，对于线性模型和非线性模型，相应模型的横侧向弯曲振动频率近似；但由于线性模型未考虑几何非线性变形对横侧向弯曲振动

影响，过早忽略了耦合变形作用，随着转动角速度增大，对系统的动力学耦合作用影响较大，动力学特性将产生差异，因此非线性模型适合于大范围柔性反射面天线指向过程。

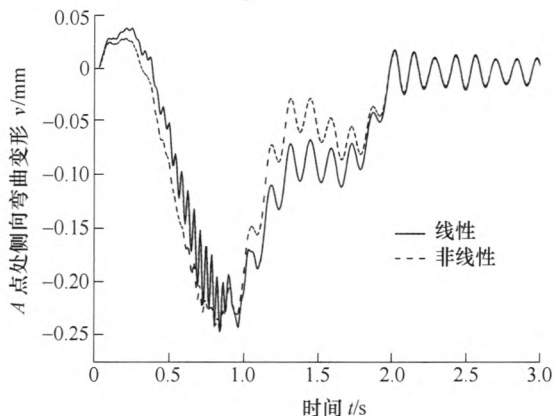


图 7 侧向弯曲变形

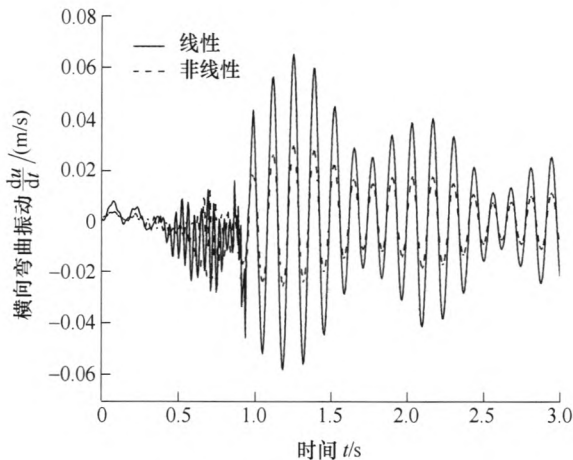


图 8 横向弯曲振动

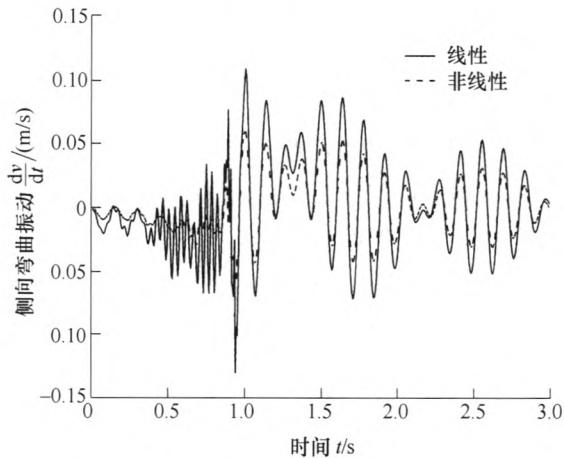


图 9 侧向弯曲振动

图 10 为线性模型和非线性模型的天线转角历程，由于扰动时间短，对天线的指向角度影响不大，但随着驱动力矩的持续作用，造成天线指向位置偏差增大(图 11)，当  $t=3.0\text{ s}$  时， $\theta_1$  和  $\theta_2$  偏差为  $0.375^\circ$  和  $0.196^\circ$ ，严重降低了天线指向精度。

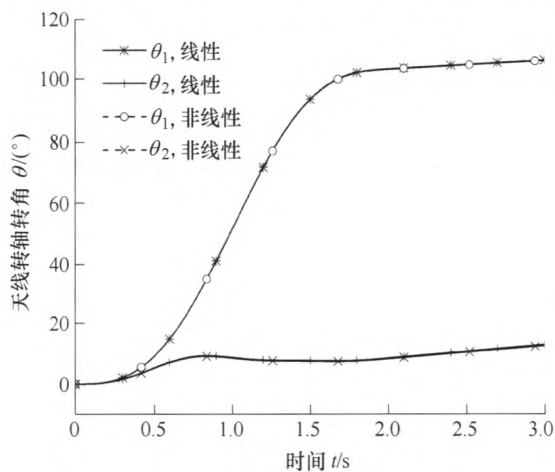


图 10 天线转角历程

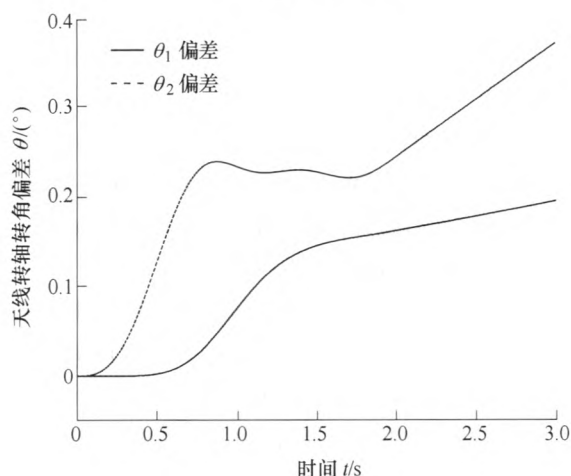


图 11 天线转轴转角偏差

由图 12 可知, 反射面在驱动力矩作用下发生了横侧向合弯曲大变形, 在  $t=1.0\text{ s}$  时, 线性和非线性模型发生变形量分别为  $6.158\text{ mm}$  和  $4.627\text{ mm}$ , 并由图 13 可知, 由于受到了柔性反射面的弯曲大变形影响及刚柔耦合作用, 线性模型对卫星本体姿态角的扰动比非线性模型差异较为显著, 且非线性模型的变形结果在整个仿真过程中一直保持收敛稳定, 更进一步说明了大范围运动柔性反射面的星载天线动力学模型中考虑几何非线性和变形耦合项的重要性。

综上分析, 关节驱动力激发反射面弹性变形, 同时反射面的变形反过来加剧自身的弹性振动, 弹性振动进而又影响星载天线的整体运动, 为了精确地反映星载天线动力学行为规律, 必须充分考虑反射面的几何非线性变形所产生的厚度方向变形、横向和侧向弯曲变形耦合作用, 此外还考虑了柔性变形与大范围运动的互相耦合关系, 通过数值仿真, 结果证实了大范围运动星载天线非线性动力学模型的正确性。

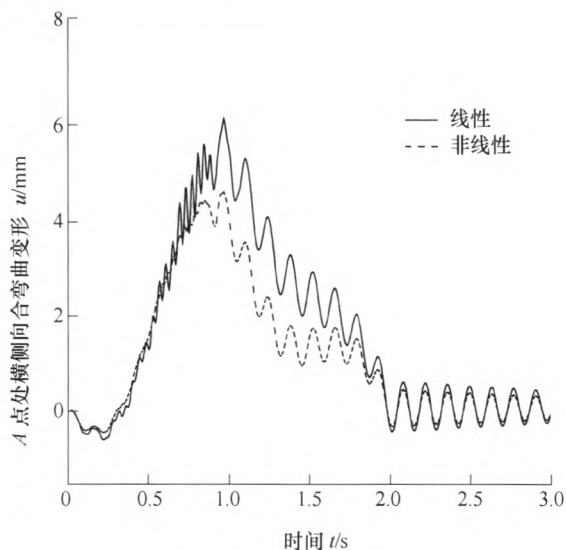


图 12 横侧向合弯曲变形

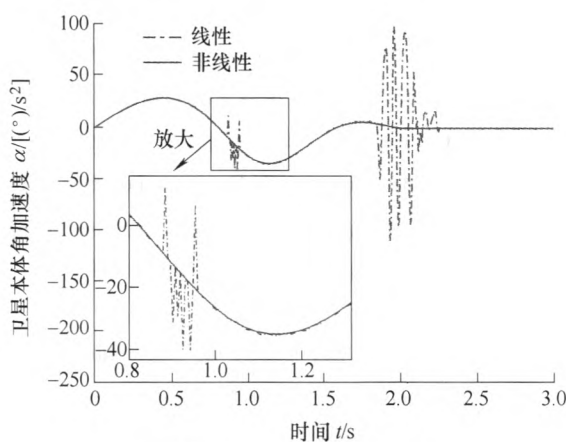


图 13 卫星本体振动历程

## 4 结论

(1) 针对完全几何非线性变形对星载天线大范围运动的影响, 采用壳单元结构精确描述了反射面几何非线性和多层层合间的结构特性, 表征了厚度方向变形、横向和侧向弯曲变形以及扭转变形的耦合效应。

(2) 构建了综合考虑反射面多层层合间结构特性的星载天线非线性动力学模型, 同时考虑了多层结构反射面的大范围运动与变形运动的耦合关系, 并研究了大范围运动与变形运动的动力学行为特性。

(3) 分别考虑线性模型和非线性模型对星载天线的扰动分析, 仿真结果表明, 线性模型忽略几何非线性和变形耦合项, 不适用于转速较高的大范围运动高精度天线指向动力学分析; 而非线性模型完善了大范围运动下几何非线性和变形耦合方程形式, 能够精确预测天线的指向位置, 并可为其他大



范围运动的多层复合材料柔性体航天器提供较完整的动力学模型。

### 参 考 文 献

- [1] 孙小松, 杨涤, 耿云海, 等. 中继卫星天线指向控制策略研究[J]. 航空学报, 2004, 25(4): 376-380.  
SUN Xiaosong, YANG Di, GENG Yunhai, et al. The antenna pointing control strategy study of tracking and data relay satellite[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25(4): 376-380.
- [2] 游斌弟, 赵阳, 赵志刚, 等. 柔性关节动态误差对星载天线扰动及控制[J]. 机械工程学报, 2011, 47(5): 85-92.  
YOU Bindi, ZHAO Yang, ZHAO Zhigang, et al. Disturbance on satellite antenna by dynamic error of flexible-joint and trajectory tracking control[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2011, 47(5): 85-92.
- [3] 孙京, 马兴瑞, 于登云. 星载天线双轴定位机构指向精度分析[J]. 宇航学报, 2007, 28(3): 545-550.  
SUN Jing, MA Xingrui, YU Dengyun. Pointing accuracy analyses of a satellitic two-axes antenna pointing mechanism[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(3): 545-550.
- [4] SILVERBERG L M, PARK S. Interactions between rigid-body and flexible-body motions in maneuvering spacecraft[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(1): 73-81.
- [5] RYAN R R. Simulation of actively controlled spacecraft with flexible appendages[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(4): 691-702.
- [6] 刘明治, 高桂芳. 空间可展开天线结构研究进展[J]. 宇航学报, 2003, 24(1): 82-87.  
LIU Mingzhi, GAO Guifang. Advances in the study on structure for space deployable antenna[J]. Journal of Astronautics, 2003, 24(1): 82-87.
- [7] 李婷, 潘存云, 李强, 等. 安装误差对球齿轮姿态调整机构指向精度的影响分析[J]. 兵工学报, 2009, 30(7): 962-966.  
LI Ting, PAN Cunyun, LI Qiang, et al. Analysis of assembly error affecting on directing precision of spherical gear attitude adjustment mechanism[J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(7): 962-966.
- [8] KISTONSTURIAN H G. On-orbit calibration of satellite antenna-pointing errors[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(1): 88-112.
- [9] 刘相秋, 王聪, 邹振祝. 失谐弱耦合卫星天线结构振动分析及预测控制[J]. 力学学报, 2009, 41(6): 967-973.  
LIU Xiangqiu, WANG Cong, ZOU Zhenzhu. Vibration restrain of disordered weak coupling antenna structure in satellite by applying predictive control method[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2009, 41(6): 967-973.
- [10] 刘相秋, 王聪, 邹振祝. 考虑失谐的星载天线结构振动预测控制[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2010, 31(4): 434-437.  
LIU Xiangqiu, WANG Cong, ZOU Zhenzhu. Predictive vibration control method for detuned satellite antenna structures[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(4): 434-437.
- [11] 金国光, 刘又午, 王树新. 有大范围运动的柔性矩形板系统动力学建模[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(1): 232-238.  
JIN Guoguang, LIU Youwu, WANG Shuxin. Dynamic modeling on flexible rectangular plates system with large overall motion[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2009, 41(1): 232-238.
- [12] 吴胜宝, 章定国. 大范围运动刚体-柔性梁刚柔耦合动力学分析[J]. 振动工程学报, 2011, 24(1): 1-7.  
WU Shengbao, ZHANG Dingguo. Rigid-flexible coupling dynamic analysis of hub-flexible beam with large overall motion[J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(1): 1-7.
- [13] 和兴锁, 邓峰岩, 吴根勇, 等. 对于具有大范围运动和非线性变形的柔性梁的有限元动力学建模[J]. 物理学报, 2010, 59(1): 25-29.  
HE Xingsuo, DENG Fengyan, WU Genyong, et al. Dynamic modeling of a flexible beam with large overall motion and nonlinear deformation using the finite element method[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 59(1): 25-29.
- [14] 和兴锁, 闫业毫, 邓峰岩. 具有大范围运动和非线性变形的空间柔性梁在非惯性坐标系下的动力学分析[J]. 物理学报, 2011, 61(2): 1-7.  
HE Xingsuo, YAN Yehao, DENG Fengyan. Analysis of dynamic properties of a spatial flexible beam with large overall motion and nonlinear deformation in non-inertial reference frame[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 61(2): 1-7.
- [15] YOO H H, CHUNG J. Dynamics of rectangular plates undergoing prescribed overall motion[J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 239(1): 123-137.
- [16] RICHARD M J, BOUAZARA M, THERIEN J N. Analysis of multibody systems with flexible plates using variational graph-theoretic methods[J]. Multibody System

Dynamics, 2011, 25(1): 43-63.

[17] MANABENDRA D, ATILA B, ERDOGAN M. Analysis of multibody systems experiencing large elastic deformations[J]. Multibody System Dynamics, 2010, 23(1): 1-31.

[18] MOITA J S, BARBOSA J I, SOARES C M M, et al. Sensitivity analysis and optimal design of geometrically non-linear laminated plates and shells[J]. Computers & Structures, 2000, 76(1-3): 407-420.

[19] ORAL S. A three-node shear-flexible hybrid-stress finite element for the analysis of laminated composite plates[J].

Journal of Thermoplastic Composite Materials, 1988, 1(4): 339-360.

作者简介：游斌弟(通信作者)，男，1981 年出生，博士，讲师。主要研究方向为机械动力学，飞行器动力学设计、控制与仿真。

E-mail: youbindi@163.com

张广玉，男，1962 年出生，博士，教授，博士研究生导师。主要研究方向为航天地面装备机电一体化技术，微纳机电系统与控制技术。

E-mail: zgyqx@hit.edu.cn

赵阳，男，1968 年出生，博士，教授，博士研究生导师。主要研究方向为飞行器动力学设计、控制与仿真，多体系统动力学。

E-mail: yangzhao@hit.edu.cn

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训：

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>