

# 基于混沌粒子群算法的阵列天线容差分析

周强锋<sup>1</sup>,赵书敏<sup>1</sup>,安 宁<sup>1</sup>,池程芝<sup>2</sup>

(1. 中国空空导弹研究院,河南 洛阳 471009;2. 西北工业大学自动化学院,陕西 西安 710072)

**摘要:**研究阵列天线性能优化设计,针对阵列天线幅相误差对天线性能的影响,传统的阵列天线容差分析采用统计理论方法,前提需要假设幅相误差服从某种概率分布,导致不同分布的幅相误差对应不同的结论形式,并且公式推导过程复杂。为了在建立阵列天线最坏情况容差分析的数学模型,提出了一种混沌粒子群算法简单实用的阵列天线最坏情况容差分析方法。通过在粒子群算法中利用混沌技术优化初始种群,并对位置更新时引入混沌扰动项和位置更新后进行边界约束,进行仿真,提高了粒子群算法的全局搜索能力。结果验证了算法在最坏情况分析时,可以得到在准确性和稳定性方面的优化结果。

**关键词:**粒子群算法;阵列天线;容差分析

**中图分类号:**TN955 **文献标识码:**B

## Tolerance Analysis of Array Antennas by Chaos-particle Swarm Optimization

ZHOU Qiang-feng<sup>1</sup>, ZHAO Shu-min<sup>1</sup>, An Ning<sup>1</sup>, CHI Cheng-zhi<sup>2</sup>

(1. China Airborne Missile Academy, Luoyang Henan 471009, China;

2. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shanxi 710072, China)

**ABSTRACT:** Traditional tolerance analysis of array antennas used statistical theory based on the assumption that amplitude-phase errors submitted to one probability distributing. The conclusions were different for the different assumption, and the work for obtaining formulae was hard. To analyse the sensitivity of antenna performance to amplitude-phase errors, the worst-case analysis based on Chaos-particle swarm optimization (CPSO) is presented. The new method makes it needless to consider distribution of array errors, and is very easy to understand and implement. The experimental results show the effectiveness of the method.

**KEYWORDS:** Particle swarm optimization (PSO); Array antennas; Tolerance analysis

### 1 引言

随着低/超低副瓣阵列天线技术的发展,使之在通信、雷达等众多领域中获得广泛应用,已成为当今雷达对抗综合电子干扰威胁的一种有效措施。理论上可设计出具有任意低/超低副瓣的天线,但是由于阵列天线系统设计中不可避免会引入误差,限制了理想方向图的形成。阵列天线误差的来源很多,其最终结果表现为对天线激励幅度和相位的影响。幅相误差引起了天线的指向精度降低,副瓣电平恶化,抗干扰能力下降,可使得设计的天线系统失去实用性,因此有必要对天线进行容差特性分析<sup>[1,2]</sup>。

传统的幅相误差分析是基于假设单元误差服从某种分布,利用统计理论方法进行研究。基于误差服从正态分布,Ruze<sup>[3]</sup>分析了辐射方向图与激励随机误差的关系。Allen<sup>[4]</sup>

研究了阵列单元幅相误差对天线波瓣的副瓣电平、增益和波束指向等性能的影响,获得了一些理论公式。Hsiao<sup>[5]</sup>从理论上分析了随机独立与相关幅相误差对副瓣电平的影响,获得了不同波瓣区域副瓣的统计规律。统计理论方法需要假设幅相误差服从某种分布,幅相误差分布不同得出的研究结果形式各异。然而,实际中幅相误差分布信息是未知的,这使得统计理论方法难以直接应用于工程设计中。

最坏情况分析<sup>[6-9]</sup>是容差分析中一种非概率统计方法,其思想是在给定的容差范围内,系统参数处于最坏情况或最坏组合情况,在这种最不利组合下,分析系统性能达到的最坏特性和偏差。对于幅相误差分布具体信息未知,仅知道幅相的标准值和容差范围时,最坏情况分析可对天线系统性能特性变化进行保守估计,这有利于增强天线系统设计的高性能高稳定性。

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)是由

Kennedy 和 Eberhart 等<sup>[10]</sup>于 1995 年提出的一种源于对鸟群捕食行为研究的演化计算技术。可以高效地解决非线性、多峰值的复杂优化问题,并已成功应用于最坏情况分析中<sup>[8,9]</sup>。但标准粒子群算法存在着初始粒子种群质量不高、易于陷入局部最优等缺点。混沌(Chaos)是一种自然界广泛存在的非线性现象,具有随机性、遍历性、规律性等优点,能在一定的范围内按其自身规律不重复地遍历所有状态。结合混沌运动和标准粒子群优化算法得到的混沌粒子群优化算法,既可以利用混沌运动的遍历性提高初始粒子种群的质量,又可以利用混沌扰动使当前粒子个体跳出局部极值区间从而避免结果陷入局部最优<sup>[11]</sup>。

为了分析阵列天线幅相误差对天线性能的影响,本文在给定幅相容差范围情况下,将影响天线性能变化的各阵元幅相误差均作为优化变量,以寻求性能的最坏情况为优化目标,构造了一个最坏情况分析的数学模型,并给出了一种可优化最坏情况分析的数学模型的混沌的 PSO 算法。

## 2 数学模型

考察如图 1 所示的  $N$  个单元等间距排成的一个线阵,假定单元方向图为各向同性,其天线方向图可表示为:

$$E_0(u) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \exp(jnu) \quad (1)$$

其中  $I_n$  是第  $n$  个天线单元对应的理想激励幅度,因子  $u$  为:

$$u = \frac{2\pi}{\lambda} d (\sin\theta - \sin\theta_0) \quad (2)$$

式中,  $\lambda$  是波长,  $d$  是单元间距,  $\theta$  是场空间角,  $\theta_0$  是波束扫描角。

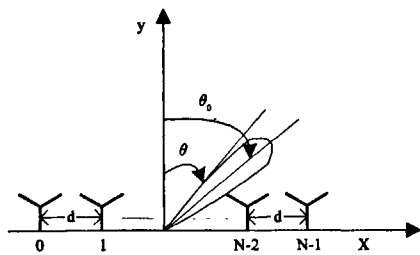


图 1 线阵排列

阵列天线系统设计中不可避免会引入误差,误差的来源很多,如天线单元的安装误差、天线单元的失效等,其最终结果表现为天线激励幅度和相位的误差。考虑误差时的辐射方向图可表示为<sup>[3]</sup>:

$$E(u) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n \exp(jnu) \quad (3)$$

其中

$$J_n = (1 + \delta_n) \exp(j\varphi_n) \cdot I_n \quad (4)$$

式中,  $\delta_n$ ,  $\varphi_n$  分别是第  $n$  个单元的幅度误差和相位误差。

幅相误差的存在使得天线的指向精度降低,副瓣电平恶

化,抗干扰能力下降。对于固定容差范围,幅相误差对天线性能的影响的最坏情况分析可以看作如下一个带约束条件的优化问题:

$$\max J = J(\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_{N-1}, \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}) \quad (5)$$

$$s. t. : a_n \leq \delta_n \leq b_n, n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$c_n \leq \varphi_n \leq d_n, n = 0, 1, \dots, N-1$$

式中,  $J$  是度量天线性能的函数。由于阵列天线性能(如指向精度、最高副瓣电平等)不是具体解析式,很难直接求解问题(5)。PSO 算法是一个可靠且具有潜力的优化方法,并且不要求目标函数具有可微性和光滑性,可以用来求解问题(5)。PSO 算法优化的变量是由  $N$  个阵元的幅度误差和  $N$  个阵元的相位误差组成的一个变量,定义如下:

$$X = (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_{N-1}, \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}) \quad (6)$$

## 3 最坏情况分析的混沌 PSO 算法

### 3.1 标准 PSO 算法

PSO 算法是一种模拟鸟群捕食行为的群智能优化算法,其基本思想是首先初始一组粒子,称之为“种群”,其中每个粒子代表着优化问题可能的解,以几何位置和速度向量表示,对应着一个由被优化函数决定的适应值,然后通过迭代来寻求最优解。在优化问题搜索求解中,每个粒子通过粒子本身找到的最优解即个体极值  $Pbest$  和整个粒子种群找到的最优解即全体极值  $Gbest$  来更新自身的速度和位置,以此来进行搜索寻优。

设种群中粒子个数为  $Popsiz$ , 搜索维数为  $D$ , 第  $i$  个粒子的位置表示为:  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 。第  $i$  个粒子所经历的最优位置为:  $Pbest = (Pbest_{i1}, Pbest_{i2}, \dots, Pbest_{iD})$ , 所有粒子经历的全局最优位置为:  $Gbest = (Gbest_{i1}, Gbest_{i2}, \dots, Gbest_{iD})$ 。第  $i$  个粒子的速度向量为:  $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 。对于第  $k$  次循环过程,第  $i$  个粒子的第  $j$  维更新可以描述如下:

$$v_{ij}^{k+1} = \omega v_{ij}^k + c_1 rand_1(\cdot) (Pbest_{ij} - x_{ij}^k) + \quad (7)$$

$$c_2 rand_2(\cdot) (Gbest_{ij} - x_{ij}^k)$$

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + v_{ij}^{k+1} \quad (8)$$

式中,  $\omega$  是惯性权因子,一般惯性权因子取  $\omega = \omega_{max} - k(\omega_{max} - \omega_{min})/k_{max}$ , 其中  $k$  是当前迭代次数,  $k_{max}$  是最大迭代次数,  $\omega_{max}$  和  $\omega_{min}$  分别是最大和最小惯性常数。  $c_1$  和  $c_2$  是加速度因子,通常取  $c_1 = c_2 = 2$ 。  $rand_1(\cdot)$  和  $rand_2(\cdot)$  是  $[0, 1]$  间的随机数。

### 3.2 混沌与 Logistic 映射

混沌是非线性系统中一种较为普遍的现象,具有遍历性、内在随机性等特点,能在一定范围内按其自身的“规律”不重复地遍历所有状态。

Logistic 映射是一个典型的离散混沌系统,其映射关系如下:

$$z_{i+1} = \mu z_i (1 - z_i), z_i \in [0, 1], \mu \in (2, 4] \quad (9)$$

式中,  $\mu$  为控制参量, 当  $\mu = 4$  时, Logistic 映射完全处于混沌的状态, 此时产生的混沌变量  $z_i$  具有较好的遍历性。将混沌变量引入 PSO 优化算法, 用映射到优化问题的变量取值范围内的混沌序列来产生 PSO 算法中微粒的初始位置, 可以利用混沌初始化改善初始粒子的质量, 使初始微粒的分布更加合理; 同时每次迭代时利用混沌序列来对更新微粒的位置进行扰动, 避免搜索陷入局部最优, 从而有利于找到所有极值点。

### 3.3 基于混沌 PSO 算法的最坏情况分析算法

对带约束条件的问题(5)的混沌 PSO 算法优化过程如下:

1) 算法参数初始化, 包括粒子个数 Popsiz、搜索维数  $D$  (搜索维数  $D = 2N$ ,  $N$  为阵列单元数)、加速度因子  $c_1$  和  $c_2$ 、最大惯性常数  $\omega_{\max}$ 、最小惯性常数  $\omega_{\min}$ 、最大迭代次数  $k_{\max}$ 、各粒子的初始速度向量为 0。

2) 利用混沌初始化算法种群

随机产生一个  $D$  维的且每个分量都在  $[0, 1]$  间的随机数向量  $Z_1 = (z_1, z_2, \dots, z_D)$ 。根据 Logistic 映射映射关系式(9), 由下式得到  $m \times D$  个混沌分量。

$$z_{ij} = 4z_{ij}(1 - z_{ij}) \quad (10)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, m-1, m \gg \text{Popsiz}, j = 1, 2, \dots, D$ 。

根据阵元幅度误差和相位误差范围, 由下式将各混沌分量载入到各优化变量的取值范围中。

$$x_{ij} = \begin{cases} a_j + (b_j - a_j) z_{ij}, j = 1, 2, \dots, D/2 \\ c_j + (d_j - c_j) z_{ij}, j = D/2 + 1, 2, \dots, D \end{cases} \quad (11)$$

计算每一个粒子的适应度函数, 并从中选取适应度最好的 Popsiz 个粒子的初始解。

3) 粒子位置的更新

计算经过混沌初始化后得到的 Popsiz 个粒子所对应的适应度值, 并从中选出个体极值  $Pbest$  和全体极值  $Gbest$ , 并利用式(7)和式(8)进行粒子位置的更新。

4) 混沌扰动与载入

根据 Logistic 映射映射关系, 第  $i$  个粒子的混沌分量由下式产生:

$$u_{ij} = 4u_{ij}(1 - u_{ij}), j = 1, 2, \dots, D \quad (12)$$

式中,  $u_{ij}$  为  $[0, 1]$  间的随机数。

将各个混沌分量分别载入到混沌扰动范围  $[\alpha a_j, \alpha b_j]$  和  $[\beta c_j, \beta d_j]$  内, 则第  $k$  次循环过程第  $i$  个粒子混沌扰动量为:

$$\Delta X_i^k = (\Delta x_{i1}^k, \Delta x_{i2}^k, \dots, \Delta x_{iD}^k) \quad (13)$$

其中

$$\Delta x_{ij}^k = \begin{cases} \alpha a_j + \alpha (b_j - a_j) u_{ij}, j = 1, 2, \dots, D/2 \\ \beta c_j + \beta (d_j - c_j) u_{ij}, j = D/2 + 1, 2, \dots, D \end{cases} \quad (14)$$

则混沌扰动位置更新如下:

$$x_{ij}^{k+1} = x_{ij}^k + \Delta x_{ij}^k \quad (15)$$

5) 边界约束

由于问题(5)是带约束条件的, 当粒子位置更新完成

后, 需要强加一个简单的边界约束。通过如下一个简单的步骤, 可以把粒子映射到规定的区域内:

$$x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} x_{ij}^{k+1} & a_j \leq x_{ij}^{k+1} \leq b_j \\ b_j & x_{ij}^{k+1} > b_j \\ a_j & x_{ij}^{k+1} < a_j \end{cases} \quad j = 1, \dots, D/2 \quad (16)$$

$$x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} x_{ij}^{k+1} & c_j \leq x_{ij}^{k+1} \leq d_j \\ d_j & x_{ij}^{k+1} > d_j \\ c_j & x_{ij}^{k+1} < c_j \end{cases} \quad j = D/2 + 1, \dots, D \quad (17)$$

6) 计算经过更新后种群所对应的适应度值, 并更新个体极值  $Pbest$  和全体极值  $Gbest$ 。

7) 判断当前迭代数  $k$  是否超出最大的迭代次数  $k_{\max}$  (停止准则)。若  $k < k_{\max}$ , 则返回到(3); 反之停止优化。

## 4 实验结果

以半波长等间距排列的 64 元线阵为例, 以最高副瓣电平作为最坏情况分析的天线性能, 选择线性 Taylor 综合方法来设计副瓣电平低于  $-30\text{dB}$  的理想方向图。令  $a_n = -0.1$ ,  $b_n = 0.1$ ,  $c_n = -5^\circ$ ,  $d_n = 5^\circ$ ,  $n = 0, 1, \dots, 63$ , 即所有单元幅度误差范围均为  $[-0.1, 0.1]$ , 相位误差范围均为  $[-5^\circ, 5^\circ]$ 。在 MATLAB 环境下分别运用标准 PSO 算法和混沌 PSO 算法进行最高副瓣电平的最坏情况分析。在算法中, 选取粒子个数为 Popsiz = 100, 搜索维数为  $D = 128$ , 最大迭代次数为  $k_{\max} = 200$ , 最大最小惯性常数分别为  $\omega_{\max} = 0.9$  和  $\omega_{\min} = 0.4$ , 加速度常数为  $c_1 = c_2 = 2$ 。在混沌扰动中, 设  $\alpha = 0.02$ ,  $\beta = 0.02$ 。

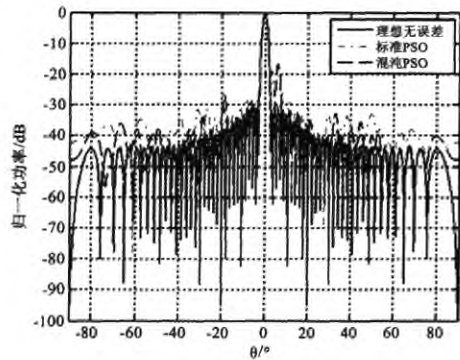


图2 1×64 线阵的实验结果

图2给出了理想无误差情况下的方向图, 以及存在幅相误差情况下分别采用标准 PSO 算法和混沌 PSO 算法对最高副瓣电平进行最坏情况分析的结果, 其中实线是理想无误差情况下的方向图, 点线和虚线分别是采用标准 PSO 算法和混沌 PSO 算法对最高副瓣电平进行最坏情况分析的方向图。两种 PSO 算法适应度收敛曲线见图3。由图2可知, 采用标准 PSO 算法进行最坏情况分析时对应的最高副瓣电平是  $-18.9383\text{dB}$ ; 而采用混沌 PSO 算法进行最坏情况对应的最高副瓣电平是  $-16.7816\text{dB}$ 。这表明采用混沌 PSO 算法进行最

坏情况分析更有效,结果更准确。

从图3的两种 PSO 算法适应度收敛曲线可知,标准 PSO 算法在迭代 13 次后陷入了局部最优,而混沌 PSO 算法很好地跳出了局部最优。

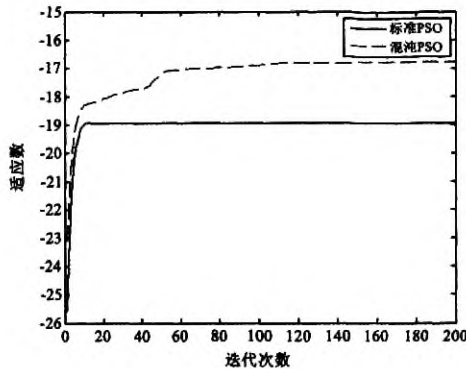


图3 两种 PSO 算法收敛曲线对比

为了进一步分析比较标准 PSO 算法和混沌 PSO 算法对最高副瓣电平进行最坏情况分析的收敛精度,对每种算法各进行 100 次独立实验,实验结果如表 1 所示。

表 1 两种 PSO 算法的优化实验结果

	标准 PSO	混沌 PSO
最优适应度	-18.2540	-16.7259
最差适应度	-20.4877	-17.2920
适应度平均值	-19.2680	-16.9125
适应度方差	0.17600	0.956475

通过表 1 可以看出,混沌 PSO 算法的优化性能最好,得到适应值最优,即获得的最高副瓣电平的值最大,因此,最坏情况分析是最准确的。另外,混沌 PSO 算法的收敛精度(体现在适应度方差上)明显优于标准 PSO 算法。因此,基于混沌 PSO 算法得到的最高副瓣电平最坏情况分析结果是稳定有效的。

## 5 结论

针对阵列天线幅相误差对天线性能的影响,对给定幅相容差范围内,本文建立了天线性能的最坏情况分析模型,提出了一种基于混沌 PSO 算法的最坏情况分析方法。与传统采用统计理论的阵列天线容差分析方法相比,该方法不需要考虑误差的分布形式,并且很容易理解和实现,便于工程应

用。以最高副瓣电平为例,实验结果验证了基于混沌 PSO 算法的最坏情况分析方法的准确性和有效性,说明基于混沌 PSO 算法的最坏情况分析方法是一种新的、简单有效的阵列天线幅相容差分析方法。

## 参考文献:

- [1] R C Hansen. Phased Array Antennas[M]. New York, 1998.
- [2] J Lee, Y Lee, H Kim. Decision of error tolerance in array element by the Monte-carlo method[J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 2005, 53: 1325-1331.
- [3] J Ruze. The effect of aperture errors on the antenna radiation pattern[J]. Nuovo Cimento (Suppl.), 1952, 9(3): 364 - 380.
- [4] L L Allen. The theory of array antennas[R]. Washington: MIT Lincoln Lab, 1963.
- [5] J K Hsiao. Effects of errors on the sidelobe level of a low sidelobe array antenna[R]. Washington: naval research laboratory, 1981.
- [6] 陈云霞,段朝阳. 飞控系统最坏情况分析研究方法[J]. 航空学报, 2005, 26(5): 647-651.
- [7] G Spagnuolo. Worst case tolerance design of magnetic devices by evolutionary algorithms[J]. IEEE Trans. Magn., 2003, 39(5): 2170-2178.
- [8] G Steiner, D Watzonig. Particle swarm optimization for worst case tolerance design[C]. Industrial Technology, 2003 IEEE International Conference on, 2003: 78-82.
- [9] G Steiner, H Zangl. Worst case circuit design of capacitive sensor electronics with steepest descent particle swarm optimization [C]. Industrial Technology, 2004. IEEE ICIT '04. 2004. 1198-1203.
- [10] J Kennedy, R Eberhart. Particle swarm optimization[C]. In Proc IEEE Int Conf. Neural Networks. Perth, Australia, 1995. 1942-1948.
- [11] 章萌,章卫国,孙勇,宁东方. 基于混沌粒子群优化算法的弹性飞机模型降阶[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(23): 7413-7417.

## 【作者简介】



周强锋(1982-),男(汉族),江西高安人,硕士,助理,研究方向为阵列天线设计,系统设计与仿真;

赵书敏(1977-),男(汉族),河南洛阳人,硕士,高级工程师,研究方向为雷达仿真与信息处理;

安宁(1985-),女(汉族),河南洛阳人,硕士,助理,研究方向为阵列信号处理与雷达仿真;

池程芝(1984-),男(汉族),浙江瑞安人,博士研究生,研究方向为智能故障诊断与容错控制。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>