



基于相控阵天线测试的波束指向角计算方法

赵永辉，方青 / 中国电子科技集团公司第38研究所

摘要：为验证相控阵天线的波束指向正确性，将地面坐标系和相控阵天线坐标系之间的转化建立为十二参数数学模型，为防止观测数据带来的误差，利用总体最小二乘算法求解该模型。外场试验结果表明本文的算法能够精确地计算出目标位置后获得波束指向角，适用于相控阵天线波束指向测试及验证。

关键词：相控阵天线；波束指向角；十二参数；总体最小二乘

相控阵天线^[1]可以实现独立控制的多个波束，通过调整波束间通信容量，根据需要改变波束形状抑制干扰，具有广阔的应用前景。为了验证相控阵天线波束指向的正确性，天线系统需要根据目标在天线坐标系中的方位角、俯仰角及阵元特性调整加权系数形成波束完成对目标的跟踪，即开环跟踪^[2]。目前的测量工具不可能准确获得目标在天线坐标系下的精确位置，而根据相对高度差及距离利用几何算法求出角度会产生较大误差。一般测量过程中会存在多个坐标系，需要将测量数据转换到同一坐标系进行分析，因此精确求取坐标系间转换参数十分重要。公共点转化法^[3]是求解这些参数的常用方法。对于相控阵天线来说，公共点即天线阵子分布在整个天线主面上且制造精度较高，有较好的代表性。本文主要研究基于十二参数模型的两种直角坐标系转换，考虑测量带来的误差，采用总体最小二乘法求解来防止测量值带来的误差扰动。

1 基于总体最小二乘的波束指向角算法

1.1 参数转换数学模型

这里涉及到两个空间直角坐标系，即地面坐标系和相控阵天线坐标系，包括两个坐标系之间的平移值 Δx_0 ， Δy_0 和 Δz_0 ，坐标轴间的三个旋转角度 ω_x 、 ω_y 和 ω_z （又称为欧拉角），尺度因子m，则数学模型为：

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \\ \Delta z_0 \end{bmatrix} + (1+m)G \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $[x_1 \ y_1 \ z_1]^T$ 为阵子在地面坐标系的位置， $[x_2 \ y_2 \ z_2]^T$ 为阵子在天线坐标系的位置， $G=G(\omega_x) G(\omega_y) G(\omega_z)$ 是按照X-Y-Z的先后顺序旋转相应的欧拉角形成的地面坐标系到天线坐标系的旋转矩阵。

$$G(\omega_x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_x & \sin\omega_x \\ 0 & -\sin\omega_x & \cos\omega_x \end{bmatrix}$$

$$G(\omega_y) = \begin{bmatrix} \cos\omega_y & 0 & -\sin\omega_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_y & 0 & \cos\omega_y \end{bmatrix}$$

$$G(\omega_z) = \begin{bmatrix} \cos\omega_z & \sin\omega_z & 0 \\ -\sin\omega_z & \cos\omega_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

中图分类号：TN957.2

如果将上述变量代入(1)式，会构成由13个变量参数组成的方程组，求解该方程组会造成复杂的正余弦函数计算，给求解过程带来一定的困难。为避免这种情况，可以对尺度因子m和旋转矩阵G的构成的矩阵元素统一处理，即令

$$H = (1+m)G = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

代入(1)式经过变换得：

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix} X \quad (2)$$

其中 $X=[\Delta x_0, \Delta y_0, \Delta z_0, h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{31}, h_{32}, h_{33}]^T$ (2)式是一个标准的 $Y=AX$ 方程，为求得X中这十二个参数，在两个坐标系中至少应有4个公共点，这时方程组可以求得唯一解，此时的解是不精确的；但是如果公共点数目越多，可以获得更高的高程测量精度，便于工作工程的检验和核实。因此可以采用多个公共点进行线性拟合，比如计算时可以将求得的初值重复进行线性化和最小二乘法^[4]处理，直至满足某一设定的阈值。这样可以保持测量精度并适用于已知点覆盖范围的任务区域。

1.2 基于总体最小二乘的参数求解算法

一般情况下，只是在Y向量的噪声或误差是零均值的高斯白噪声的少数情况下，才能保证误差的平方和最小，这时可以采用最小二乘法进行X的求解。但是矩阵A包含阵子在地面坐标系的测量值，也存在误差或扰动，最小二乘法从统计观点来就不再是最佳的，它将是有偏的，而且其偏差的协方差将由于噪声误差的作用而增加。所以我们采用总体最小二乘法^[5]来校正状态转移矩阵和偏差矩阵的误差。引入扰动向量W去干扰数据向量Y，扰动矩阵V去干扰数据矩阵A，以便校正A和Y两者存在的扰动，即考虑方程：

$$(A+V)X=Y+W \quad (3)$$

的求解。上式等价为：

$$([-Y, A]+[-W, V]) \begin{bmatrix} 1 \\ X \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow (C+D)Z = 0 \quad (4)$$

如果有n条测量数据，则增广矩阵 $C=[-Y, A]$ 和扰动矩阵 $D=[-W, V]$ 均为 $3n \times 13$ 维矩阵，而 $Z=\begin{bmatrix} 1 \\ X \end{bmatrix}$ 为 13×1 向量。求解(4)式的总体最小二乘法可以表示为约束最优化问



题： $\min_{D,Z} \|D\|_F^2, (C+D)Z = 0 \quad (5)$

其中 $\|D\|_F^2 = (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij}^2) = \text{tr}(D^T D)$ 是矩阵 D 的 Frobenius 范数。

对矩阵 C 进行奇异值分解，即 $C = U \Sigma V^T$, $U \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$, $V \in \mathbb{R}^{13 \times 13}$, $\Sigma \in \mathbb{R}^{3n \times 13}$ 。令 $V = \begin{bmatrix} V_{1,1} & V_{1,2} \\ V_{2,1} & V_{2,2} \end{bmatrix}$, $V_{1,1} \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$, $\Sigma = [\Sigma_1 \ O]^T$, $\Sigma_1 \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ 。

$\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8, \sigma_9, \sigma_{10}, \sigma_{11}, \sigma_{12})$, $\sigma_i \geq \sigma_j$ ($i < j$)，则总体最小二乘解：

$$X = -V_{1,2} / V_{2,1} \quad (6)$$

建立该模型下的条件方程，解算得到转换参数的矩阵，再使用计算出的转换参数可以将任意大地坐标系下的目标坐标转化为相控阵天线坐标系的坐标，以此作为波束指向角计算的输入。

1.3 波束指向角计算

通过总体最小二乘法确定好这十二个参数后，只要知道目标在大地坐标系下的坐标位置，就可以由 (1) 式计算出目标在天线坐标系下的位置。

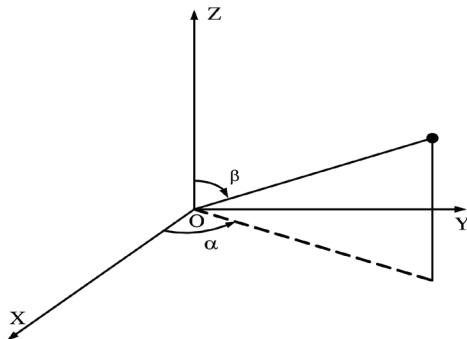


图1 目标在天线坐标系下方位角和俯仰角定义

目标在天线坐标系 O-XYZ 下的方位角 α 和俯仰角 β 如图 1 所示。 α 表示天线坐标系质心到目标质心的位置矢量在 XOY 面的投影和 X 轴的夹角 ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$)； β 表示天线坐标系质心到目标质心的位置矢量和 Z 轴的夹角 ($-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$)。令目标在天线坐标系下的坐标为 X_{auser} 、 Y_{auser} 和 Z_{auser} 。天线指向目标的方位角 α 和俯仰角 β 计算公式用 (7) ~ (8) 式计算：

$$\alpha = \arctan\left(\frac{Y_{\text{auser}}}{X_{\text{auser}}}\right) \quad (7)$$

参考文献：

- [1] 熊毅, 符伟, 钱林. 有源相控阵天线自动测试系统设计 [J]. 雷达科学与技术, 2012, 10(5): 561~564.
- [2] H. s. Ahn, D. Chung, K. H. Ko, et al. Satellite Antenna Control: Design and Performance Validation under Given TPF [C]. International Conference on Control Automation and System, 2010, Korea, 2010: 1527~1532.
- [3] 张皓琳, 林嘉睿, 郝继贵. 三维坐标转换精度及其影响因素的研究 [J]. 光电工程, 2012, 39(10): 26~31.
- [4] 刘国林, 姜岩, 陶华学. 非线性最小二乘平差 [J]. 测绘学报, 1998, 27(3): 224~230.
- [5] 读德方, 赵国荣, 周建军. 总体最小二乘法在惯性原位标定中的应用 [J]. 电光与控制, 2011, 18(4): 89~92.

作者简介：赵永辉（1981-），男，工程师，研究方向：测控通信、目标跟踪；方青（1971-），男，研究员，研究方向：雷达数据处理、信息融合。

作者单位：中国电子科技集团公司第38研究所，合肥 230088

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sqrt{X_{\text{auser}}^2 + Y_{\text{auser}}^2}}{\sqrt{X_{\text{auser}}^2 + Y_{\text{auser}}^2 + Z_{\text{auser}}^2}}\right) \quad (8)$$

2 试验验证

为了验证本文坐标转换算法的正确性，利用专业测量工具分别测得 10 个天线阵子在地面坐标系和天线坐标系下的坐标，利用其中 5 组坐标作为公共点参与参数求解，根据本文的转化模型求出十二个未知参数。再根据所求的参数和公式 (1) 求出剩下 5 个天线阵子在天线坐标系的坐标作为计算值。再将计算值和测量值进行比对，如图 2 所示可知本文坐标转换算法的三个坐标误差大概为 ±2cm 左右，完全满足转换精度要求。

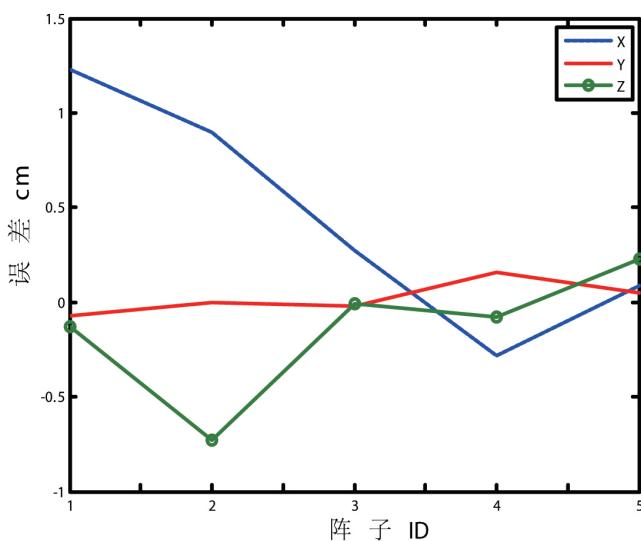


图2 测量值和计算值的比较

同时为验证相控阵天线波束指向的正确性和可靠性，利用计算出的天线坐标系值代入 (7) 式和 (8) 式，计算出的波束指向角进行外场试验验证，波束均能准确地指向目标。

3 结论

本文研究了相控阵天线测试时的波束指向角计算方法，将总体最小二乘法引入求解十二参数的坐标转换模型，能够准确地求出天线的波束指向角，避免了因为测量扰动带来的误差，能够很好地解决相控阵天线的测试问题。

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>