

共轴双锥天线的电场和电容特性

葛松华 稷远明 唐亚明

(青岛科技大学数理系, 山东 青岛 266042)

(收稿日期: 2005-08-20)

摘要 通过求解电势的拉普拉斯方程, 得到共轴双锥天线的电势分布, 从而求出其电场、电荷密度和电容。

关键词 共轴双锥天线; 电势; 电场; 电荷密度; 电容

THE ELECTRICAL FIELD AND CAPACITANCE OF A COAXIAL BI-CONICAL ANTENNA

Ge Songhua Ji Yuanming Tang Yaming

(Department of Mathematics and Physics, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao, Shandong, 266042)

Abstract The electric potential profile is obtained by solving the Laplace equation. Further, the electric field intensity, charging density and the capacitance of the antenna are calculated.

Key Words coaxial bi-conical antenna; electric potential; electric field; charging density; capacitance

共轴双锥天线是一个常用的物理模型, 文献 [1]用三维空间的保角变换方法计算了它的电容。本文通过求解电势的拉普拉斯方程, 得到共轴双锥天线的电势分布, 从而求出其电场、电荷密度和电容。

共轴双锥天线可简化成如图 1 所示的共轴两

圆锥面, 两圆锥面完全对称, 上圆锥面与 z 轴夹角为 θ_1 , 下圆锥面与 z 轴的夹角为 θ_2 , 母线长为 l , $r=0$ 处相互绝缘。设上圆锥面的电势为 u_1 , 下圆锥面的电势为 u_2 , 并且 $u_1 > u_2$ 。

选取球坐标系, 两圆锥面之间区域内的电势 u 满足拉普拉斯方程

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (1)$$

如果两圆锥面的母线较长, 可忽略边缘效应, 由对称性分析可知, 两圆锥面区域内的等势面是圆锥面, 即电势不随 r 和 φ 变化, 仅是 θ 的函数, 则式(1)变为

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2)$$

解式(2)得

$$\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} = c_1 \quad (3)$$

$$u = c_1 \ln [\tan(\theta/2)] + c_2 \quad (4)$$

式中 c_1 和 c_2 为待定常数, 可由边界条件定出:

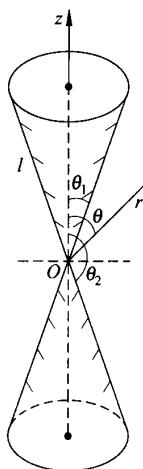


图 1

$\theta = \theta_1, u = u_1; \theta = \theta_2, u = u_2$. 代入式(4)得

$$c_1 = \frac{u_1 - u_2}{\ln[\tan(\theta_1/2)/\tan(\theta_2/2)]} \quad (5)$$

$$c_2 = u_1 - \frac{(u_1 - u_2) \ln[\tan(\theta_1/2)]}{\ln[\tan(\theta_1/2)\tan(\theta_2/2)]} \quad (6)$$

则两圆锥面之间区域内的电势分布为

$$u = \frac{u_1 - u_2}{\ln[\tan(\theta_1/2)/\tan(\theta_2/2)]} + \ln[\tan(\theta/2)/\tan(\theta_1/2)] \quad (7)$$

根据电场强度与电势的微分关系

$$\mathbf{E} = -\nabla u = -\left(\frac{\partial u}{\partial r}\mathbf{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}\mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \varphi}\mathbf{e}_\varphi\right) \quad (8)$$

将式(7)代入, 得到两圆锥面之间的电场强度分布

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{(u_1 - u_2)}{\ln[\tan(\theta_1/2)/\tan(\theta_2/2)]} \cdot \frac{1}{r\sin\theta} \quad (9)$$

由边界条件 $\sigma = \epsilon_0 E_n$ 可得上圆锥面的电荷密度分布, 其中 ϵ_0 为真空的电容率; E_n 是电场强度矢量在界面的法向分量, 则

$$\sigma = \epsilon_0 E_\theta|_{\theta=\theta_1} = \frac{\epsilon_0(u_1 - u_2)}{\ln[\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)]} \cdot \frac{1}{r\sin\theta_1} \quad (10)$$

由式(10)可见, 电荷密度分布按 $1/r$ 的规律变化, 这与文献[2]所得结论一致.

在圆锥面上取一小圆环, 面积 $dS = 2\pi r \sin\theta_1 dr$,

对式(10)积分得上圆锥面所带的电荷

$$Q = \iint \sigma dS = \frac{\epsilon_0(u_1 - u_2)}{\ln[\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)]} \cdot \int_0^l \frac{1}{r \sin\theta_1} 2\pi r \sin\theta_1 dr = \frac{2\pi\epsilon_0 l(u_1 - u_2)}{\ln[\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)]} \quad (11)$$

根据电容器电容的定义得到共轴双锥天线的电容

$$C = \frac{Q}{u_1 - u_2} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln[\tan(\theta_2/2)/\tan(\theta_1/2)]} \quad (12)$$

这与文献[1]的结果完全相同.

由于上下两圆锥完全对称, $\theta_2 = \pi - \theta_1$, 则式(12)可简化为

$$C = \frac{\pi\epsilon_0 l}{\ln[\coth(\theta_1/2)]} \quad (13)$$

容易看出, 当 l 一定时, θ_1 越小则 C 越小, 反之亦然.

实际上, 如果两圆锥面不是完全对称的, 上面的讨论也适用.

参 考 文 献

- [1] 梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979. 480~481
- [2] 游荣义. 锥形导体尖端的电场特性[J]. 大学物理, 2003, 23(9): 18~20

(上接第 20 页)

表示沿 z 轴负方向, 与电流方向成反右手螺旋关系; 在线圈内, 中心的磁场最弱, 越靠近线圈导线, 磁场越强; 在线圈之外, 离线圈越远磁场越弱.

4 结论

从一段直导线的磁场公式出发, 导出了方形载流线圈空间磁场的普遍分布, 方法简单、明了, 易于理解, 完全可以在普通物理教学中应用.

参 考 文 献

- [1] 彭中汉, 蔡领. 圆电流平面上的磁场分布[J]. 大学物理, 1983, 2(11): 11~16
- [2] 严仲强. 在圆电流平面上圆心处磁场有极小值[J]. 大学物理, 1990, 9(3): 6~3
- [3] 向裕民. 圆环电流磁场的普遍分布[J]. 大学物理, 1999, 18(1): 14~17
- [4] 李海, 张玉颖. 圆形线电流的磁感应强度[J]. 大学物理, 1999, 18(6): 20~22
- [5] 尹向军. 共轴圆形载流线圈间的相互作用力[J]. 南阳师范学院学报, 2005, 4(3): 31~33
- [6] 吴百诗. 大学物理(上册)[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 365, 430

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>