

# 环形桁架可展天线抛物面索网的 预拉力优化

李 刚,关富玲

(浙江大学 空间结构研究中心,浙江 杭州 310027)

**摘 要:**针对环形桁架可展天线抛物面索网预拉力配置问题,提出了一种寻找预拉力最优配置的方法,该方法基于抛物面索网结构的平衡矩阵奇异值分解,采用含线性不等式约束及线性等式约束的线性规划方法,寻找抛物面索网最优预拉力配置,并对抛物面索网结构平衡矩阵的形成、奇异值分解、线性约束优化方法的数学模型、约束矩阵的集成等关键技术进行了详细的推导说明,同时,根据理论推导编写了相应的程序,对环形桁架可展天线的 3 种常用抛物面索网布置形式进行了算例分析,采用非线性有限元法对分析结果进行了验证,证明了该方法的正确性。

**关键词:** 环形桁架可展天线; 索网结构平衡矩阵; 奇异值分解; 线性约束优化; 约束矩阵

中图分类号: V443.4

文献标识码: A

文章编号: 1008-973X(2005)10-1557-04

## Pretension optimization in parabolic cable net of Astromesh deployable reflector

LI Gang, GUAN Fu-ling

(Space Structure Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** A new method to optimize the distribution of pretension of parabolic cable net, which was commonly used in Astromesh deployable reflector, was presented. This method was based on the method of singular value decomposition of the cable net's balance matrix, followed by the method of optimization under linear constraint condition. The pretension of cable was expressed as the linear combination of the modes of self-stress of balance matrix, then the optimized combination coefficient was found by the solution of linear constraint optimized model of the cable net. A computer program was developed based on this method. Three types of mesh in common use in parabolic cable net of Astromesh deployable reflector were analyzed by this method, and the analysis result was verified by the non-linear finite element method.

**Key words:** Astromesh deployable reflector; balance matrix of cable net; singular value decomposition; linear constrained optimization; constrained matrix

环形桁架可展天线<sup>[1,2]</sup>是由 TRW Astro Aerospace 公司于 1990 年开始研制的一种空间可展天线结构形式,在 2000 年 12 月 5 日发射的通讯卫星(Thuraya)上得到采用,与其他形式的网格状可展天线形式相比,环形桁架可展天线的应用范围比较大,天线口径可以满足 6~150 m 的需求,并且随着口径增大,天线重量不会成比例增加,因而是目前大型卫星天线的理想形式。

对于环形桁架可展天线条网的预拉力配置问题,本文在对现有方法进行充分研究的基础上,提出了一种更为高效、精确的解决办法。

### 1 基本原理

环形桁架可展天线的结构组成部分如图 1 所示,其原理为:可展环形桁架在驱动装置的作用下,展开

到位后,前索网、后索网、张力索在内部预拉力的作用下达到平衡位置,构成天线所需的抛物面型,金属反射网附着于前索网背部完成电波反射任务。

由环形可展桁架天线的基本原理可知,对其索网部分(由前索网、后索网、张力索组成)的分析可以理解为寻找索网中各索段的一组预拉力,该组预拉力能使整个索网在边界条件约束下(周边可展桁架的约束)处于平衡状态,并且该平衡状态应使前索网形成设计所要求的抛物面型面,同时,尽可能使前、后索网中的预拉力均匀,即网面上索段最大拉力与索段最小拉力的比值尽可能小,简言之,这是一个由“形”确定“力”的过程。对于该问题的求解,国内外宇航界学者一般是采用非线性有限元逐步迭代来完成的<sup>[3]</sup>,本文将从索网结构的平衡矩阵出发,采用奇异值分解,并结合线性优化理论来解决这一问题。

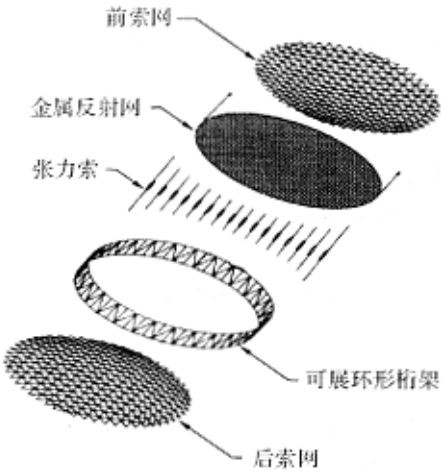


图 1 环形桁架可展开天线

Fig. 1 Astromesh depolyment reflector antenna

2 理论推导

环形可展桁架的索网部分可以认为是所有杆件(索段)均承受拉力的桁架体系,又称张力桁架体系,该桁架体系的计算模型如图 2 所示,其中空心节点表示索段与索段之间的联结点,实心节点表示被周边环形桁架约束的约束节点。

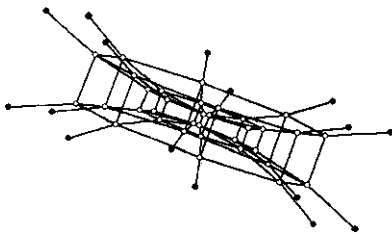


图 2 张力桁架模型

Model of tension truss

对于该张力桁架体系<sup>[4]</sup>,其中的每一非约束节点均可写出其节点平衡方程,如节点  $i$  的平衡图如图 3 所示,节点平衡方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_i-X_j}{L_a}T_a+\frac{X_i-X_k}{L_b}T_b+\frac{X_i-X_m}{L_c}T_c=0, \\ \frac{Y_i-Y_j}{L_a}T_a+\frac{Y_i-Y_k}{L_b}T_b+\frac{Y_i-Y_m}{L_c}T_c=0, \\ \frac{Z_i-Z_j}{L_a}T_a+\frac{Z_i-Z_k}{L_b}T_b+\frac{Z_i-Z_m}{L_c}T_c=0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $X_i、Y_i、Z_i$  表示节点坐标, $L_a、L_b、L_c$  表示索段长度, $T_a、T_b、T_c$  表示索段预拉力。

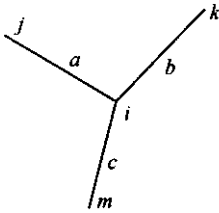


图 3 节点  $i$  的平衡示意图

Fig. 3 Sketch map of balance of node  $i$

对体系中的每一非约束节点列写上述方程,并集成为矩阵形式,可得如下的体系平衡方程:

$$\boldsymbol{B}_{3(N-C)\times M}\boldsymbol{T}_{M\times 1}=\boldsymbol{0}_{3(N-C)\times 1}. \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{B}_{3(N-C)\times M}$  为体系的平衡矩阵, $\boldsymbol{T}_{M\times 1}$  为索段的预拉力列向量, $N$  为体系节点总数, $C$  为体系约束节点总数, $M$  为体系索段总数。

对于环形可展桁架天线的索网部分来说,索网中各节点的位置是确定的,即平衡矩阵  $\boldsymbol{B}$  是确定的,因此,问题的实质就是通过方程(2)求解  $\boldsymbol{T}$ ,并且要求  $\boldsymbol{T}$  的各分量在设计所要求的最高和最低拉力值之间(因为索网结构只有在全张力的情况下,才具有刚度,形成所需要的形状),并且使属于前、后索网面索段的各分量尽量均匀。这一问题的解决可分两个步骤来完成:①求解平衡矩阵  $\boldsymbol{B}$  的零空间正交基,并将  $\boldsymbol{T}$  表示为  $\boldsymbol{B}$  的零空间正交基底向量的线性组合;②采用优化方法寻找最优的组合系数。

1) 奇异值分解法(SVD)求解平衡矩阵  $\boldsymbol{B}$  的零空间正交基。

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{U}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}\boldsymbol{V}^{\text{H}}. \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{U}$  为  $3(N-C)$  阶正交矩阵; $\boldsymbol{\Sigma}$  为  $\boldsymbol{B}$  矩阵的  $r$  个奇异值  $\sigma_{ii}(i=1,\cdots,r)$  组成的  $r$  阶对角阵,其中  $r$  为平衡矩阵  $\boldsymbol{B}$  的秩; $\boldsymbol{V}$  为  $M$  阶正交矩阵; $\text{H}$  表示矩阵转置。

设

$$\boldsymbol{S}=\boldsymbol{M}-r, \quad (4)$$

则, $\boldsymbol{S}$  为平衡矩阵  $\boldsymbol{B}$  的零空间基底维数,又称张力桁

架体系的预内力模态数,矩阵  $V$  的右  $S$  列构成平衡矩阵  $B$  的零空间正交基,记为  $V_{M \times S}^{\text{null}}$ :

$$V_{M \times S}^{\text{null}} = [V_{r+1} \quad V_{r+2} \quad \cdots \quad V_M]. \tag{5}$$

式中: $V_{r+1}$ 、 $V_{r+2}$ 、 $\cdots$ 、 $V_M$  为零空间基底向量,又称体系的预内力模态向量。

根据线性代数理论存在如下关系:

$$B_{3(N-C) \times M} V_{M \times S}^{\text{null}} = 0. \tag{6}$$

对照式(2)及式(6),可以将  $T$  表示为  $B$  矩阵零空间基底向量的线性组合:

$$T_{M \times 1} = V_{M \times S}^{\text{null}} a_{S \times 1}. \tag{7}$$

式中: $a_{S \times 1}$  为组合系数组成的列向量。

根据线性代数理论,平衡矩阵  $B$  的秩  $r$  应满足:

$$r \leq \min(3(N-C), M). \tag{8}$$

由式(4)及(8)可知,预内力模态数  $S$  存在如下 3 种情况:

①当  $S=0$  时,体系不存在预内力模态,不可能通过预拉力形成所需的形状。

②当  $S=1$  时,体系仅存在一种预内力模态:

$$T = \alpha_1 V_{r+1}. \tag{9}$$

如果式(9)能满足  $T$  的各分量均为拉力(均大于零)的要求,则体系仅仅存在一种预拉力模式,满足所需的形状要求,不需要优化,若式(9)不能满足这一要求,则体系不可能通过预拉力形成所需的形状。

③当  $S>1$  时,体系存在多种预内力模态, $T$  的表达式如式(7)所示,可以通过优化方法寻找一组  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\cdots,S$ )值,使  $T$  的各分量达到最优配置,即前、后索网中最大索段拉力与最小索段拉力的比值最小。

2)采用优化方法寻找最优组合系数,从而得到最优的预拉力配置  $T$ 。

对于③中所述  $S>1$  的情况,可以通过线性约束的优化方法<sup>[5]</sup>寻找一组  $\alpha_i$  ( $i=1,2,\cdots,S$ )值,使  $T$  的各分量达到最优配置,约束条件有两种:一种为索网中处于对称位置的索段预拉力相等,为线性等式约束条件;另一种为索网中索段的预拉力值位于设计所要求的范围内,为线性不等式约束。索网优化的数学模型如下:

优化变量: $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_S$ ,

最小化目标函数:

$$f = t_{\max} / t_{\min}, \tag{10}$$

不等式约束条件:

$$t_{\min}^d \leq t_i \leq t_{\max}^d, \tag{11}$$

等式约束条件:

$$C_{C \times S} \alpha_{S \times 1} = 0_{E \times 1}. \tag{12}$$

式中: $t_{\min}^d$ 、 $t_{\max}^d$  分别为预内力列向量  $T_{M \times 1}$  中属于前、

后索网索段分量中的最大值和最小值, $\alpha$  为  $S$  个组合系数( $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_S$ )组成的列向量, $t_i$  为预内力列向量  $T_{M \times 1}$  的  $i$  分量, $t_{\max}^d$ 、 $t_{\min}^d$  为设计所要求的最大拉力值和最小拉力值, $E$  为对称约束条件的方程数目, $C_{E \times S}$  为对称约束条件矩阵,可按如下方式进行组集。

设第  $i$  个对称约束条件为处于对称位置的索段  $a$  与索段  $b$  预拉力相等,根据式(7)存在如下关系:

$$T_a = \alpha_1 V_{r+1,a} + \alpha_2 V_{r+2,a} + \cdots + \alpha_S V_{M,a}, \tag{13}$$

$$T_b = \alpha_1 V_{r+1,b} + \alpha_2 V_{r+2,b} + \cdots + \alpha_S V_{M,b}. \tag{14}$$

式中: $V_{r+1,a}$ 、 $V_{r+1,b}$ 、 $V_{r+2,a}$ 、 $V_{r+2,b}$  等分别表示相应预拉力模态矢量  $V_{r+1}$ 、 $V_{r+2}$  的第  $a$ 、第  $b$  分量。

式(13)与(14)相减可得下式:

$$(V_{r+1,a} - V_{r+1,b})\alpha_1 + \cdots + (V_{M,a} - V_{M,b})\alpha_S = 0,$$

由此可知: $C_{E \times S}$  的第  $i$  行为

$$[(V_{r+1,a} - V_{r+1,b})(V_{r+2,a} - V_{r+2,b}) \cdots (V_{M,a} - V_{M,b})].$$

对所有  $E$  个对称性约束条件进行上述处理,可得出  $C_{E \times S}$ 。对优化模型进行求解可得出( $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_S$ ),通过式(7)可求出最优的  $T$ 。

### 3 算例分析与验证

采用 Fortran 语言编制了相应的程序,对环形桁架可展天线索网的 3 种常用索网布置形式(辐射状网格、三向网格、准测地线网格)进行了预拉力分析,并采用 Ansys 软件对三向网格索网分析结果进行了验证。

1)辐射状索网见图 4 所示,实心节点表示约束于周边可展桁架上的约束节点,前、后索网对称,口径  $D=10.0\text{ m}$ ,抛物面焦距  $F=6.0\text{ m}$ ,根据设计要求设最小拉力( $t_{\min}^d$ )应大于  $5\text{ N}$ ,通过预拉力分析,预内力模态数( $S$ )为 34,辐射形索网的预拉力分布如表 1 及图 5 所示。

表 1 辐射形索网的预拉力分布

Tab. 1 Distribution of pretension in radiation mesh cable net

编号	预拉力/N	编号	预拉力/N
1	5.28	8	5.64
2	5.13	9	5.01
3	5.00	10	52.96
4	5.00	11	58.01
5	78.98	12	59.80
6	28.19	13	61.89
7	5.64	14	64.41

注:前、后索网面中索段的拉力比(最大索段拉力与最小索段拉力之比)为 12.96。

2)准测地线网格索网见图 6 所示,各设计参数同 1),通过预拉力分析,可得索网的预内力模态数为 145,预拉力分布如表 2 及图 7 所示(前、后索网对称分布)。

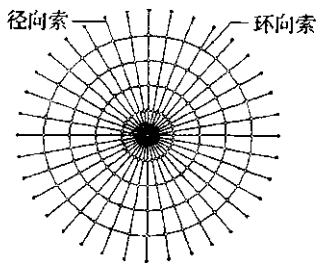


图 4 辐射形索网

Fig. 4 Cable-net of radiation mesh

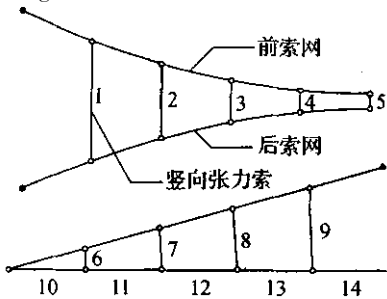


图 5 表 1 中的索段编号

Fig. 5 Cable number in Tab. 1

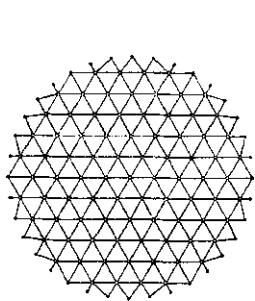


图 6 准测地线索网

Fig. 6 Cable net of geodesic line mesh

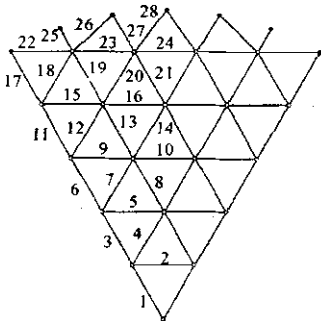


图 7 表 2 中的索段编号

Fig. 7 Cable number in Tab. 2

表 2 准测地线网格索网的预拉力分布

Tab. 2 Distribution of pretension in geodesic line mesh cable net

编号	预拉力/N	编号	预拉力/N
1	20.02	12	9.76
2	21.04	13	21.85
3	25.87	14	18.33
4	13.08	15	23.84
5	21.48	16	15.92
6	25.52	17	7.27
7	9.58	18	16.14
8	20.25	19	19.80
9	23.24	20	20.97
10	18.19	21	21.56
11	21.68	—	—

注:所有竖向张力索的预拉力均为 5.00 N,前、后索网面中索段的拉力比(最大索段拉力与最小索段拉力之比)为 3.56。

1),通过预拉力分析,可得索网的预内力模态数为 187,预拉力分布如表 3 及图 9 所示(前、后索网对称分布)。

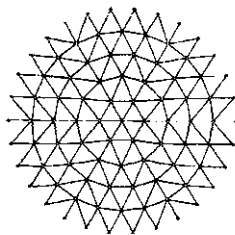


图 8 三向网格索网

Fig. 8 Cable net of tri-clinic mesh

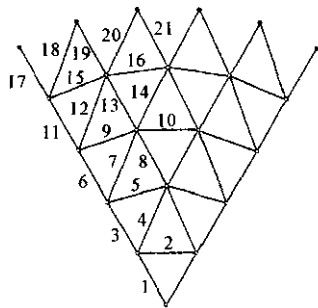


图 9 表 3 中的索段编号

Fig. 9 Cable number in Tab. 3

表 3 三向网格索网的预拉力分布

Tab. 3 Distribution of pretension in triclinic mesh cable net

编号	预拉力/N	编号	预拉力/N
1	20.02	15	20.01
2	20.00	16	19.77
3	20.15	17	19.43
4	20.08	18	21.67
5	20.00	19	20.90
6	20.35	20	20.99
7	20.21	21	20.96
8	20.28	22	26.82
9	20.04	23	24.03
10	19.90	24	23.08
11	20.45	25	26.20
12	20.53	26	21.37
13	20.55	27	23.03
14	20.56	28	21.66

注:所有竖向张力索的预拉力均为 5.00 N,前、后索网面中索段的拉力比(最大索段拉力与最小索段拉力之比)为 1.38。

为验证分析所得的预拉力的正确性,可以将预拉力作为初始力导入环形桁架可展天线索网部分的有限元模型,进行非线性有限元分析,若索网的各非约束节点的位移为零(在数值误差范围内),说明预拉力可以使索网处于平衡状态,且索网位于设计要求的抛物面型面上,预拉力分析结果正确。采用 Ansys 有限元分析软件作为工具,按上述思路对三向网格索网进行了非线性有限元分析,其中索网预拉力取自 3)中的分析结果,索网材料采用 Kevlar49 纤维,弹性模量 124 GPa,索段截面直径 0.503 mm,单元类型采用 Ansys 单元库中的 link180,分析结果的位移分布图如图 10 所示,由图 10 可见,节点位移

(下转第 1643 页)

3) 三向网格索网如图 8 所示,各设计参数同

流量可以起到很好的冷却效果,同时可以提高化学反应速度.

(3)对于 3 种流动形式的各组分质量浓度分布基本是一致的,都是随着反应不断地进行,浓度逐渐减小,燃料气体的浓度从入口到出口梯度变化较大,而氧化剂气体浓度变化比较平稳,这说明化学反应速度主要取决于阳极燃料气体的质量浓度.

参考文献(References):

[1] WILEMSKI G. Simple porous electrode models for molten carbonate fuel cells [J]. **Journal of Electrochemical Society**, 1983,130(1): 117 - 124.

[2] KUNG H R, BREGOLI L J, SZYMANSKI S T, *et al.* Agglomerate model for molten carbonate fuel cell cathodes [J]. **Journal of Electrochemical Society**, 1984, 131 (12): 2815 - 2823.

[3] 张小丹. 熔融碳酸盐燃料电池试验研究及模拟计算 [D]. 杭州:浙江大学,2003.

ZHANG Xiao-dan. Experimental research and mathe-

matical modeling of molten carbonate fuel cell [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2003.

[4] WOLF T L, WILEMSKI G. Molten carbonate fuel cell performance model [J]. **Journal of Electrochemical Society**, 1983,130(1): 48 - 55.

[5] 杨华,肖云汉,蔡睿贤,等. 熔融碳酸盐燃料电池单体传热传质数值模拟[J]. 中国电机工程学报,2001, 21(7): 22 - 25.

YANG Hua, XIAO Yun-han, CAI Rui-xian, *et al.* Numerical simulating heat and mass transfer in a molten carbonate fuel cell [J]. **Proceedings of the CSEE**, 2001, 21(7): 22 - 25.

[6] HE W, CHEN Q. Three-dimensional simulation of a molten carbonate fuel cell stacks using computational fluid dynamics technique [J]. **Journal of Power Source**, 1995, 55(1): 25 - 32.

[7] HE W, CHEN Q. Three-dimensional simulation of a molten carbonate fuel cell stack under transient conditions [J]. **Journal of Power Source**, 1998, 73: 182 - 192.

(上接第 1560 页)

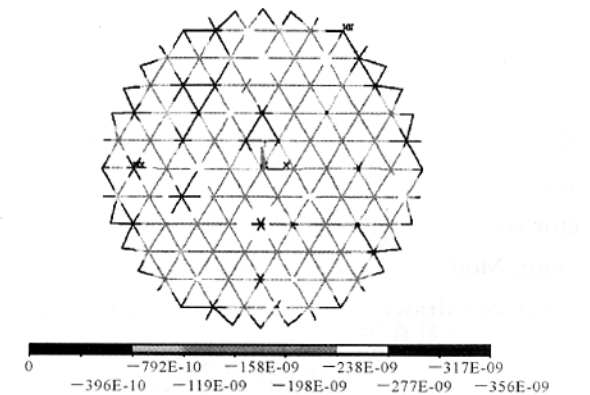


图 10 三向网格索网在预拉力分布下的位移分布图  
Fig. 10 Displacement of triclinic mesh cable net under pretension

于量级,从而说明初始预拉力已经使结构处于平衡状态,从而证明了本文分析方法的正确性.

4 结 语

通过对环形桁架可展天线抛物面索网 3 种常用网格形式的预拉力分布优化分析的结果表明,本文

提出的采用索网平衡矩阵奇异值分解,并结合优化理论,求解最优索网预拉力分布方法的正确性,与传统方法相比,本文方法具有概念明确、操作方便的特点,使得天线索网优化设计的速度得以很大提高,具有良好的工程应用前景.

参考文献:

[1] TIBERT G. Deployment tensegrity structure for space applications [D]. Stockholm, Sweden: Royal institute of Technology Department of Mechanics, 2002.

[2] PELLEGRINO S, KUKATHASAN S, TIBERT G. Small satellite deployment mechanisms [R]. Cambridge : British National Space Centre, University of Cambridge,2000.

[3] LAI C Y, PELLEGRINO S. Non-linear finite element analysis of CRTS reflector [R]. Cambridge : European Space Agency, University of Cambridge, 2001.

[4] LAI C Y, YOU Z, PELLEGRINO S. Shape and stress analysis of symmetric CRTS reflectors [R]. Cambridge : European Space Agency, University of Cambridge. 2001.

[5] 薛嘉庆. 最优化原理与方法[M]. 北京:冶金工业出版社,1983.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训：

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>