

# 基于双位积分方程的弯曲八木天线矩量法分析

陈方亮, 张旭翔, 曹伟

(南京邮电大学 通信工程系, 江苏 南京, 210003)

**摘要:** 本文介绍使用矩量法分析八木天线、弯曲八木天线的基本概念、基本思想。文中采用双位积分方程对八木天线进行矩量法的分析, 并与解析结果比较。对弯曲八木天线的分析主要使用三种曲线拟合弯曲的天线, 并比较最终结果。

**关键词:** 矩量法; 双位积分方程; 八木-宇田天线; 弯曲八木天线

## Method-of-Moments Analysis of Curve Yagi-Uda Antennas Based on Two-potential equation

CHEN Fang-liang; ZHANG Xu-xiang; CAO WEI

(Department of Communication Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** In this paper, some general concepts and basic ideas for analyzing Yagi-Uda antennas and Curve Yagi-Uda antennas by employing the Method of Moments are briefly presented. Based on this theory, Two-potential integral equation is used to analyze the Yagi-Uda antennas and used three different curves to simulate Curve Yagi-Uda antennas. At last, some results compared with the corresponding analytical solutions.

**Key Words:** Method-of-Moments; Two-potential integral equation; Yagi-Uda antennas; Curve Yagi-Uda antennas

### 1 引言

八木天线结构与馈电简单, 制作与维修方便, 体积不大, 质量轻, 转动灵活; 具有高效率和高增益等诸多优点, 经过不断的改进, 已经广泛的应用于超短波段的通信、电视和雷达系统中。而且还可以用它作阵元组成引向天线阵以获得更高的增益。但是由于八木天线存在有源振子和无源振子以及无源振子之间的互耦, 因此进行严格的理论分析比较困难。八木天线的分析、设计一般采用数值计算和实验相结合的方法进行。矩量法则是求解微分方程、积分方程的一种重要的数值分析方法, 它从函数空间和线性算子的观点来处理问题, 具有计算效率高、处理灵活、快速准确、不限定物体的几何形状、理论基础健壮等优点, 因此在电磁场的数值计算方面得到了广泛的应用。在矩量法的分析过程中, 有许多不同的积分方程可以选择如双位积分方程、Hallen积分方程、Pocklington积分方程、Schelkunoff积分方程等等。在本文的计算中是采用双位积分方程, 应用矩量法分别对八木天线、弯曲八木天线进行分析、比较。

### 2 基本理论分析

任意形状天线的长度为 $L$ , 半径为 $a$ , 波长为 $\lambda$ 。由于是线天线, 所以 $a \ll L$ ,  $a \ll \lambda$ 。在已知馈电点的场强为 $\vec{E}^i$ 的作用下, 可以用双位积分方程来求解此线天线上的电流分布 $i(l')$

以及在远区场点 $P(x, y, z)$ 处产生的辐射场强 $\vec{E}$ 。

根据理想导体表面的边界条件: 切向电场为零, 即:

$$\hat{n} \times (\vec{E}^i + \vec{E}) = 0$$

也就是说沿着线轴方向 $\hat{l}$ , 有

$$\hat{l} \cdot (\vec{E}^i + \vec{E}) = 0$$

对于线天线, 磁矢位和标量电位公式如下:

$$\vec{A} = \mu \int_L i(l') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{l}'$$

$$\Phi = \frac{1}{\epsilon} \int_L \frac{-1}{j\omega} \frac{di(l')}{dl'} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} dl'$$

那么根据边界条件和连续性方程以及磁矢位、标量电位可得:

$$\hat{l} \cdot \vec{E}^i = -\hat{l} \cdot \vec{E}$$

$$= ja\mu \int_L i(l') \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{l}' + \frac{-1}{ja\epsilon} \left[ \int_L \frac{di(l')}{dl'} \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{l}' \right] \quad \text{上}$$

述公式推导中,  $\hat{n}$  为天线表面的法向量;

$\hat{l}$  为场点沿线轴方向的切向矢量;

$l$  为场点沿线轴方向的长度变量;

$\hat{l}'$  为源点沿线轴方向的切向矢量;

$l'$  为源点沿线轴方向的长度变量;

$\bar{r}$  为场点矢径;

$\bar{r}'$  为源点矢径。

将天线分为  $N$  段,  $\Delta l_1, \Delta l_2, \dots, \Delta l_N$ , 并在天线的两端留半段分别满足电流条件。选择冲激函数作为展开函数, 采用点配法, 选择  $\delta$  函数作为加权函数, 得出阻抗矩阵元素为:

$$z_{mn} = j\omega\mu\Delta\bar{l}_m \cdot \Delta\bar{l}_n \Psi(m, n) + \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \Psi\left(m, n\right)^+ - \Psi\left(m, n\right)^- - \Psi\left(m, n\right)^+ + \Psi\left(m, n\right)^- \right]$$

其中  $m, m, m$  代表第  $m$  段起始  $l_-$ , 中点  $l_m$ , 第  $m$  段结尾  $l_+$ ;  $n, n, n$  代表第  $n$  段起始  $l_-$ , 中点  $l_n$ , 第  $n$  段结尾  $l_+$ 。 $\Psi(m, n)$  函数定义如下:

$$\Psi(m, n) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} G(\bar{r}_m, \bar{r}') dl' \\ = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_n} \frac{\exp(-jk|\bar{r}_m - \bar{r}'|)}{4\pi|\bar{r}_m - \bar{r}'|} dl' \\ = \frac{1}{4\pi\Delta l_n R_m} \left[ 1 + (-jkR_m) + \frac{1}{2!}(-jkR_m)^2 + \frac{1}{3!}(-jkR_m)^3 + \dots \right] dl'$$

$$R_m = |\bar{r}_m - \bar{r}'| = \sqrt{(x_m - x')^2 + (y_m - y')^2 + (z_m - z')^2}$$

$$\Psi(m, n) \approx \begin{cases} \frac{1}{2\pi\Delta l_n} \ln\left(\frac{\Delta l_n}{a}\right) - \frac{jk}{4\pi}, & m = n \\ \frac{\exp(-jk|\bar{r}_m - \bar{r}_n|)}{4\pi|\bar{r}_m - \bar{r}_n|}, & m \neq n \end{cases}$$

如果天线的馈电点位于  $l_i$  则天线的输入阻抗为:

$$Z_{in} = \frac{\bar{E}^i \cdot \hat{l}(l_i) \Delta l_i}{I_i} = \frac{V_i}{I_i} = R_{in} + jX_{in}$$

其中  $I_i$  和  $V_i$  分别表示馈电点的电流和电压。

天线的辐射场强的第  $n$  个元素  $\bar{E}_n$  为:

$$\bar{E}_n = \frac{j\omega\mu\exp(-jkr)}{4\pi} \int u_n(l') \exp(jk\bar{r}' \cdot \bar{r}) d\bar{l}' \cdot (\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\phi}\hat{\phi}) \\ = \frac{j\omega\mu\exp(-jkr)}{4\pi} \exp(jk\bar{r}_n \cdot \bar{r}) \Delta l_n \hat{l}(l_n) \cdot (\hat{\theta}\hat{\theta} + \hat{\phi}\hat{\phi})$$

$$\bar{r}_n = \hat{x}x_n + \hat{y}y_n + \hat{z}z_n$$

天线的增益为:

$$G(\theta, \phi) = \frac{P_{in0}}{P_{in}} \\ = \frac{4\pi r^2 |\bar{E}(\bar{r})|^2 / \eta}{R_{in} |I_i|^2} \\ = \left( \frac{4\pi r^2}{\eta} \right) \frac{|E_\theta(\bar{r})|^2 + |E_\phi(\bar{r})|^2}{R_{in} |I_i|^2}$$

### 3 数值计算结果

首先计算四根八木一字田天线情况, 将所得结果与参考文献、解析结果对比, 然后分别使用二次曲线、正态分布曲线、高斯窄带白噪声自相关函数曲线拟合弯曲八木曲线进行分析计算。

#### 3.1 八木天线的分析计算

八木天线的各个参数: 反射天线  $l_r$  长为 0.39 米, 馈电天线  $l_1$  长为 0.356 米, 引导天线  $l_2$  长为 0.3 米, 引导天线  $l_3$  长为 0.3 米; 馈电天线  $l_1$  到反射天线  $l_r$  的距离  $d_r$  为 0.165 米, 馈电天线  $l_1$  到引向天线  $l_2$  的距离  $d_1$  为 0.1575 米, 引向天线  $l_2$  到引向天线  $l_3$  的距离  $d_2$  为 0.225 米; 频率为 400MHz; 天线半径均为 0.005 米; 每根均分为 13 段。

计算结果:

	天线分为 13× 4 段	天线分为 23×4 段	参考文 献 (1)	解析结 果
增益 (db)	7.8135	8.3965	8.7715	8.9265
输入 阻抗 (Ω)	59.3673 +8.782i	54.5321 +11.1956i	60.4381 +8.218i	55.48 +14.76i

表 3.1 八木天线计算结果对比

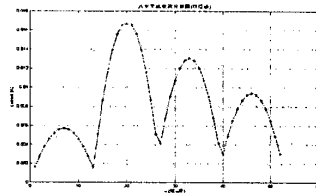


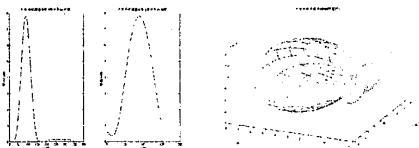
图 3.1 电流分布图



图 3.2 E 面方向图



图 3.3 H 面方向图

图 3.4 增益与  $\theta$ 、 $\varphi$  关系 图 3.5 3D 方向图

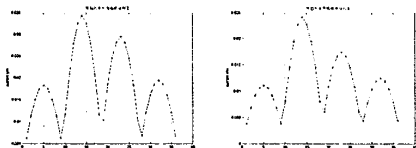
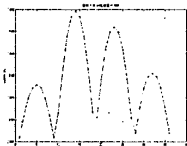
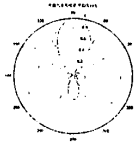
通过以上的对比结果可以看出矩量法能够比较准确的求出八木天线的各项特性参数,而且分得的段数适当的增加求解的精度也就越高。

### 3.2 弯曲八木天线的分析计算

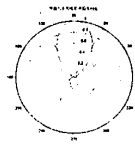
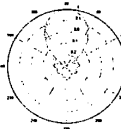
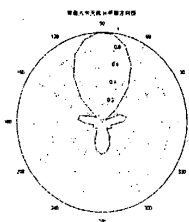
计算结果:

天线参数 拟合曲线	输入 阻抗 ( $\Omega$ )	E 面 半功 率角 ( $^{\circ}$ )	H 面 半功 率角 ( $^{\circ}$ )	最大 增益 (db)	主射 线方 向角 ( $^{\circ}$ )
二次曲线拟合	24.2 - 16i	47.2	56.3	12.8	90
正态分布曲线拟合	31.7 - 27i	51.3	64.3	11.2	90
高斯窄带白噪声自相关函数曲线拟合	28.8 - 1.9i	47.3	58.3	12.0	90
直八木天线	32.5 - 28i	56.5	61.7	10.8 2	90

表 3.2 弯曲八木天线计算结果对比

图 3.6 二次曲线拟合  
电流分布图 3.7 正态分布曲线  
拟合电流分布图 3.8 高斯白噪声自相关  
函数曲线拟合电流分布图 3.9 二次曲线拟合  
E 面方向图

用的曲线参数都是比较固定的,可以通过天线的优化来进一步调整天线的各参数。进一步的工作

图 3.10 正态分布曲线  
拟合 E 面方向图图 3.11 高斯白噪声自相关  
函数曲线拟合 E 面方向图图 3.12 二次曲线拟合  
H 面方向图图 3.13 正态分布曲线拟  
合 H 面方向图图 3.17 高斯白噪声自相关函数曲线  
拟合 H 面方向图

弯曲八木天线的各参数: 反射天线  $l_r$  在 Z 轴投影长为 0.475 米, 馈电天线  $l_1$  在 Z 轴投影长为 0.456 米, 引导天线 Z 轴投影  $l_2$ 、 $l_3$  长为 0.446 米; 各天线的间距相同为 0.3 米; 频率为 300MHz; 天线半径均为 0.001 米; 每根天线均分为 9 段。

通过以上结果的对比,我们可以看出,当天线适当的弯曲时,可以对天线的增益有比较明显的提高,大约提高的 1~2 个 db。在这三种曲线拟合天线的情况下,使用二次曲线拟合时,增益的提高最大,但是相应 E 面、H 面半功率角的度数也降低的比较大,相对直八木天线降低了 5~9° 左右。这是因为对二次曲线曲率的微小改变,也会对天线的弯曲程度带来比较大的影响。波束的方向性越强,增益也就更高。在实际的应用中,应该根据要求,调整天线的长度、间距、选择最适宜的天线形状,已达到更好的发射或接收效果。

### 4 结束语

本文尝试使用三种曲线拟合八木天线,以提高天线的前向增益。通过以上的计算结果我们可以看到选择适当的曲线可以使天线的增益得到明显的提高,但是半功率角有所减小。因为本文中就是选择适合的优化算法,对弯曲的八木天线进行优化,已达到相对较好的效果。

**参考文献:**

- 姜光兴, 曹伟, 朱洪波. 《基于不同积分方程的线天线矩  
量法分析》[J]. 南京邮电学院学报, 2005, 25 (1): 46-49.  
曹伟. 《电磁场数据计算方法》(硕士生) [M]. 南京: 南  
京邮电学院无线通信与电磁兼容实验室, 2004.  
WARREN L. STUTZMAN, GARY A. THIELE 《ANTENNA THEORY  
AND DESIGN》[M]. Published Simultaneously in Canada.  
1981.  
曹伟, 徐立勤. 《地磁场与微波技术》[M]. 北京: 北京邮  
电大学出版社, 1999.  
MEI K K. On the integral equation of thin wire

- antennas[J]. IEEE Trans on AP; 1966, 13: 374-378.  
GARY A. THIELE, Analysis of Yagi-Uda Type  
Antennas[J]. IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND  
PROPAGATION VOL. AP-17 NO. 1 JANUARY 1969.  
陈方亮 (1980-), 男, 山东人, 硕士。  
Email: fangliang.chen@gmail.com  
张旭翔 (1958-), 男, 江苏无锡人, 博士。  
Email: Zxx58@sohu.com  
曹伟 (1939-), 男, 湖南长沙人, 博士。  
Email

# 基于特征基函数的二维多导体目标宽带 RCS 的 快速计算

杜燕 孙玉发 朱挺挺

(安徽大学电子科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

**摘要** 特征基函数法是近年来提出的一种求解电磁散射问题的有效方法, 特征基函数法的使用不受传统矩量法离散尺寸的限制, 因而可以大大减小要求解的矩阵方程。本文用特征基函数法计算出目标的表面电流, 然后再结合渐近波形估计技术计算出二维多导体目标的宽带雷达散射截面。数值计算表明: 计算结果与矩量法逐点计算结果相吻合, 计算效率大大提高。

**关键词** 多体散射, 矩量法, 特征基函数法, 渐近波形估计, 雷达散射截面  
中图分类号

## Fast solution of wide-band scattering of two-dimensional electrically large conducting objects based on characteristic basis function method

DU Yan SUN Yu-fa ZHU Ting-ting

(School of Electronic science and technology, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract** The characteristic basis function (CBF) method is a novel approach for efficient solution of electromagnetic scattering problems. Since the characteristic basis functions are not restricted by the conventional domain discrimination, the matrix size can be reduced dramatically. In this paper, the surface currents are calculated with the CBF method, and wide-band RCS is obtained by asymptotic waveform evaluation (AWE) technique. The numerical results presented in this paper are in good agreement with that achieved by the method of moments (MOM), and the proposed scheme exceeds considerably MOM in the computational efficiency.

**Key words** scattering from multi-objects, method of moments, characteristic basis function method, asymptotic waveform evaluation, radar cross section.

## 1 引言

研究复杂多目标电磁散射特性一直是电磁场领域最活跃最富有挑战性的课题之一。导体目标的电磁散射特性通常采用积分方程进行分析, 当散射体很多或者为电大尺寸时, 用传统矩量法<sup>[1]</sup>求解积分方程, 要求解的未知变量数会变得很

大。为了克服这个困难, 人们提出了一些快速有效的方法, 如: 共轭梯度快速傅立叶变换 (CG-FFT) 法<sup>[2]</sup>、快速多极子法<sup>[3-4]</sup> (FMM)、稀疏矩阵规则网格 (SMCG) 法<sup>[5]</sup> 和自适应积分法<sup>[6]</sup> (AIM), 来降低计算机内存和计算量的需求, 提高矩量法的效率。近年来, 人们又相继开

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>