

# 印刷环天线的谐振特性\*

## Resonance Characteristics of Printed Loop Antennas

李融林 张红岩 倪光正

(浙江大学电机系, 杭州 310027)

LI Ronglin, ZHANG Hongyan, NI Guangzheng

(Department of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**【摘要】**本文基于环形几何上的超二次曲线表示, 分析一组印刷环天线的谐振特性。首先给出求解天线电流分布和辐射场的统一数值计算公式, 然后通过改变超二次曲线的形状参数, 分析印刷在不同介质基片上环形天线的形状与其谐振电阻和谐振环周长的关系。结果表明, 可以通过调整环形天线的几何形状获得与馈线相匹配的谐振电阻。

**关键词:** 印刷天线, 环天线, 谐振特性

**Abstract:** The resonance characteristics of a set of printed loop antennas are analyzed by means of a superquadric representation for closed curves. A unified numerical formulation is presented for solving the current distribution and radiation fields. The dependence of the resonant resistance and resonant loop perimeters on the superquadric parameters is investigated for the loop antennas printed on various dielectric substrates. It is shown that one may obtain a perfect match to the feed by controlling the geometry of the printed loop antennas.

**Key terms:** Printed antennas, Loop antennas, Resonance characteristics

### 一、引言

环天线因其噪声免疫特性<sup>[1]</sup>而尤其适合于存在干扰或抖动的工作环境, 如移动通讯系统等。在实际应用中, 广泛使用的是谐振环, 因为它有适中的输入电阻, 对称的方向图和适当的方向性系数<sup>[2]</sup>。然而, 人们往往不希望双向的方向图。为此, 最直接的方法是采用反射器, 以实现所期望的单向性。这就要求采用介质基片来支撑环天线, 由此形成本文研究的印刷环天线。

已有许多学者对圆形<sup>[3~5]</sup>和正方形<sup>[6]</sup>印刷环天线进行了研究。本文利用环形几何上的超二次曲线表示, 分析几何形状更为一般的一组印刷环天线, 它包括圆形、椭圆形、矩形及菱形等。所有这些环天线在几何上可用一个统一的参数方程描述。基于统一的数值计算公式, 通过改变超二次曲线的几何参数, 本文分析具有不同形状并印刷在不同介质基片上环天线的谐振电阻和谐振周长等特征参数。

## 二、几何描述

如图 1 所示,设环天线  $L$  印刷在厚度为  $h$ ,相对介电常数为  $\epsilon_r$  的接地介质基片上。

该环天线的几何形状可由如下参数方程描述<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned}\vec{r} = & x(\varphi)\hat{x} + y(\varphi)\hat{y} = a\psi(\varphi)\cos\varphi\hat{x} \\ & + b\psi(\varphi)\sin\varphi\hat{y}, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\end{aligned}\quad (1)$$

式中

$$\psi(\varphi) = (\sqrt{|\sin\varphi|^v + |\cos\varphi|^v})^{-1/v} \quad (2)$$

这里,定义  $v$  为方圆系数;横半轴长  $a$  与纵半轴长  $b$  之比  $a/b$  为方长系数。不难看出,通过控制方圆系数和方长系数,可得不同几何形状的环。例如,当  $v=2$  时,可得圆环( $a=b$ )或椭圆环( $a \neq b$ );当  $v=10$  时,可近似得正方形或矩形;当  $v=1$  时,可得一菱形。

## 三、电流分布及辐射场计算

当导线半径  $a_0$  远小于自由空间波长  $\lambda_0$  时,沿印刷线天线的电流分布  $I(s)$  可由电场积分方程描述如下<sup>[8]</sup>(略去时谐因子  $e^{j\omega t}$ ):

$$\begin{aligned}-\hat{s} \cdot \vec{E}'(s) = & \int_L \left\{ k^2 \Pi_1 \hat{s}' \cdot \hat{s} I(s') \right. \\ & \left. + \frac{dI(s')}{ds'} \frac{\partial}{\partial s} (\Pi + \Pi_1) \right\} ds' \quad (3)\end{aligned}$$

式中  $k=2\pi/\lambda_0$  为自由空间波数,  $\vec{E}'$  为外加电场,  $\Pi$  和  $\Pi_1$  为索末菲尔德积分:

$$\Pi = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} 2K(1 - \epsilon_r) \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{-\mu\lambda} \frac{\lambda\mu}{D_e(\lambda)D_m(\lambda)} d\lambda \quad (4)$$

$$\Pi_1 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} 2K \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{-\mu\lambda} \frac{\lambda}{D_e(\lambda)} d\lambda \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned}D_e(\lambda) &= \mu + \mu_r \coth \mu_r h, \quad D_m(\lambda) = \mu \epsilon_r + \mu_r \tanh \mu_r h \\ \mu &= \sqrt{\lambda^2 - k^2}, \quad \mu_r = \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_r k^2}, \quad K = \frac{j}{4\pi\epsilon_0\omega}, \quad \rho = |\vec{r} - \vec{r}'|\end{aligned}$$

为简化分析,本文用一薄片源模拟馈源。设薄片源位于  $\varphi=\pi$  处,且其间隙长度为  $\Delta g$ ,则

$$\hat{s} \cdot \vec{E}'(s) = \begin{cases} V/\Delta g, & \pi - \Delta\varphi_g/2 \leq \varphi \leq \pi + \Delta\varphi_g/2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $V$  为馈源电压,  $\Delta\varphi_g$  为间隙长度  $\Delta g$  上参数  $\varphi$  的变化量。

为避免传统矩量法中用直线段逼近曲线天线所存在的形状模拟误差,本文应用参数矩量法求解上述积分方程<sup>[7,9]</sup>。将参数  $\varphi$  的变化区间  $[0, 2\pi]$  割分为形如下述的  $2N+1$  段:

$$\{0 = \varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}, \varphi_N = \pi - \Delta\varphi_g/2, \varphi_{N+1} = \pi + \Delta\varphi_g/2, \varphi_{2N}, \varphi_{2N+1} = 2\pi\} \quad (7)$$

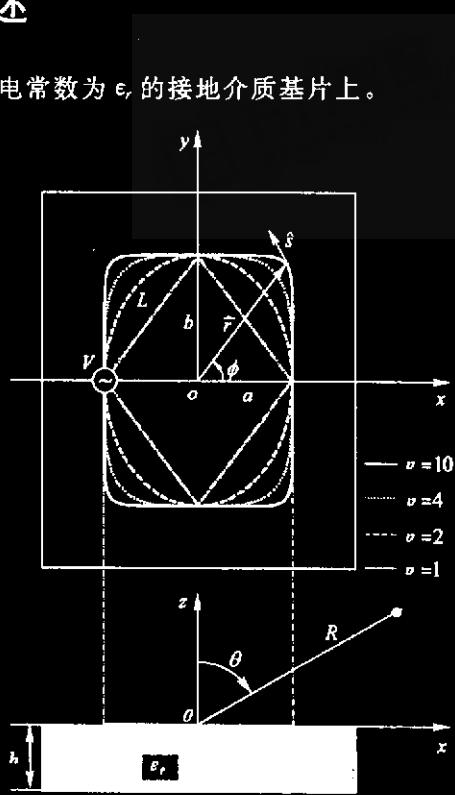


图 1 印刷环天线的超二次曲线表示

则电流分布  $I(s)$  可展成

$$I(s) = I(\varphi) = \sum_{n=0}^{2N+1} A_n B_n(\varphi) \quad (8)$$

式中  $A_n$  为待定系数,  $B_n(\varphi)$  ( $n=0, 1, \dots, 2N+1$ ) 为分段正弦函数:

$$B_n(\varphi) = \begin{cases} \sin(\varphi - \varphi_{n-1}) / \sin(\varphi_n - \varphi_{n-1}), & \varphi_{n-1} \leq \varphi \leq \varphi_n \\ \sin(\varphi_{n+1} - \varphi) / \sin(\varphi_{n+1} - \varphi_n), & \varphi_n \leq \varphi \leq \varphi_{n+1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

将式(8)代入式(3), 应用伽辽金矩量法, 得矩量方程:

$$\sum_{n=0}^{2N+1} Z_{mn} A_n = V_m, \quad m = 0, 1, \dots, 2N+1 \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_{mn} = & \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} [k^2 T(\varphi, \varphi') B_m(\varphi) B_n(\varphi') \Pi_1 - B_1 - B'_m(\varphi) B'_n(\varphi') (\Pi + \Pi_1)] d\varphi d\varphi' \\ & + \int_0^{2\pi} [B_m(2\pi) - B_m(0)] B'_n(\varphi') (\Pi + \Pi_1)|_{\varphi=0} d\varphi \\ V_m = & - \frac{V}{\Delta \varphi_x} \int_{\pi - \Delta \varphi_x/2}^{\pi + \Delta \varphi_x/2} B_m(\varphi) d\varphi \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$T(\varphi, \varphi') = x'(\varphi)x'(\varphi') + y'(\varphi)y'(\varphi') \quad (13)$$

$$x'(\varphi) = \psi^{\nu+1}(\varphi) [-a |\sin \varphi|^{\nu-1} \operatorname{sign}(\sin \varphi)] \quad (14)$$

$$y'(\varphi) = \psi^{\nu+1}(\varphi) [-b |\cos \varphi|^{\nu-1} \operatorname{sign}(\cos \varphi)] \quad (15)$$

为定解矩量方程(10), 还需引入电流的端点条件:

$$I(0) = I(2\pi) \quad (16)$$

这意味着  $A_0 = A_{2N+1}$

在解出电流分布后, 远区辐射电场 ( $\theta < 90^\circ$ ) 可利用驻相法计算得<sup>(10)</sup>:

$$E_\theta(\theta, \varphi) = -j30k \frac{e^{-jkR}}{R} [S_\theta(\theta, \varphi) P_\theta(\theta)] \quad (17)$$

$$E_\varphi(\theta, \varphi) = -j30k \frac{e^{-jkR}}{R} [S_\varphi(\theta, \varphi) P_\varphi(\theta)] \quad (18)$$

式中

$$S_\theta(\theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} [\cos \theta \cos \varphi x'(\varphi') + \cos \theta \sin \varphi y'(\varphi')] \cdot I(\varphi') e^{jk\theta(\varphi')} d\varphi' \quad (19)$$

$$S_\varphi(\theta, \varphi) = \int_0^{2\pi} [-\sin \varphi x'(\varphi') + \cos \varphi y'(\varphi')] \cdot I(\varphi') e^{jk\theta(\varphi')} d\varphi' \quad (20)$$

$$P_\theta(\theta) = \frac{2 \sin(kYh)}{\cos \theta \sin(kYh) - jY \cos(kYh)} \cdot \frac{Y[\gamma \cos(kYh) + j \cos \theta \sin(kYh)]}{\epsilon_r \cos(kYh) \cos \theta + jY \sin(kYh)} \quad (21)$$

$$P_\varphi(\theta) = \frac{2 \cos \theta \sin(kYh)}{\cos \theta \sin(kYh) - jY \cos(kYh)} \quad (22)$$

$$\Theta(\varphi) = x(\varphi) \sin \theta \cos \varphi + y(\varphi) \sin \theta \sin \varphi \quad (23)$$

$$\gamma = \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta} \quad (24)$$

值得指出, 呈现在式(11)、(12)和(19)、(20)中的积分均为定积分, 它们可用任何数值积分方法

计算。此外,上述计算公式均独立于某个具体的环天线。故通过改变超二次曲线的几何参数  $a$ ,  $b$  和  $v$ ,即可分析不同形状的印刷环天线。

#### 四、数值结果与分析

为验证理论公式与计算程序的正确性,首先分析  $v=20$  和  $a/b=1$  的印刷环天线,它可看成一正方形环天线。文献[6]给出了该正方形印刷环天线的输入阻抗( $Z_{in}=R_{in}+jX_{in}$ )和方向图的实验结果。由图 2 可见,本文的计算结果与文献[6]的实验数据相一致。

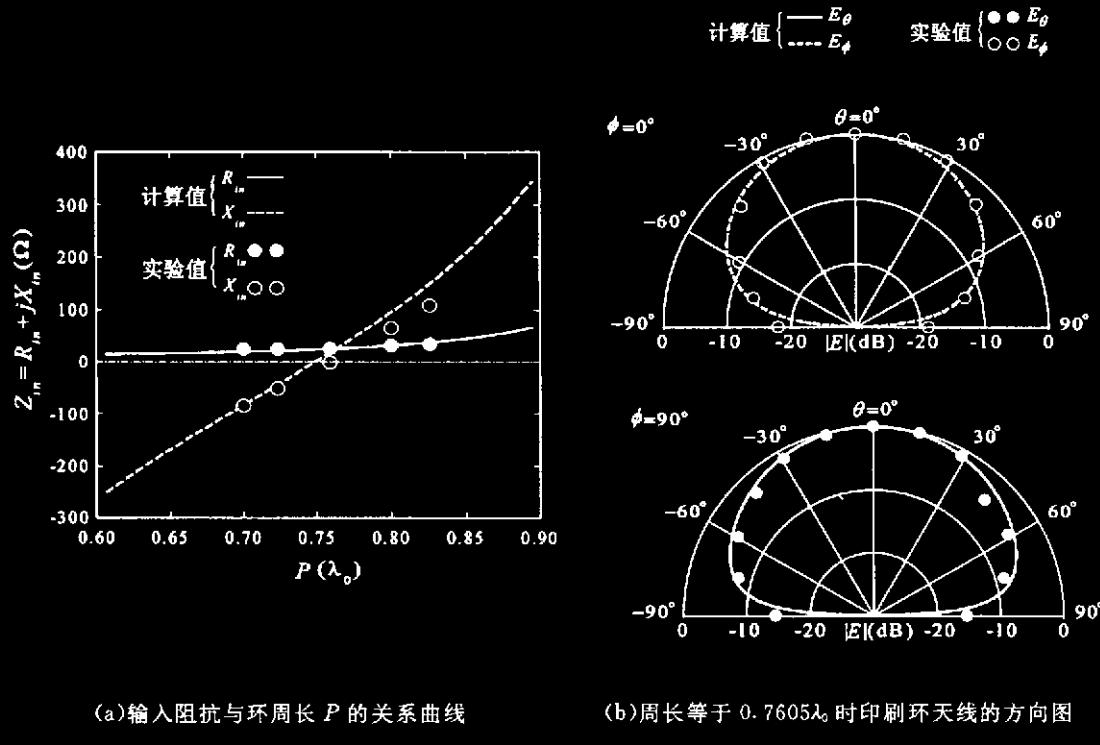
(a) 输入阻抗与环周长  $P$  的关系曲线(b) 周长等于  $0.7605\lambda_0$  时印刷环天线的方向图

图 2 正方形印刷环天线输入阻抗和方向图的计算与实验结果比较

 $(v=20, a/b=1, h=0.0628\lambda_0, \epsilon_r=2.5, \alpha_0=0.001\lambda_0)$ 

如前所述,有两个参数影响环天线几何形状:方圆系数  $v$  和方长系数  $a/b$ 。下面讨论它们对印刷环天线谐振特性的影响。

图 3 给出谐振电阻  $R$  和谐振周长  $P$ ,随方圆系数  $v$  的变化曲线,此时方长系数保持为  $a/b=1$ ,介质基片厚度  $h=0.1\lambda_0$ ,相对介电常数  $\epsilon_r=2.0$ ,导线半径  $\alpha_0=0.001\lambda_0$ 。由图可见,当  $v < 2$  时,随  $v$  增加,谐振电阻增大,谐振周长缩短;当  $v > 2$  时,情况正好相反。但值得指出的是,随着方圆系数  $v$  的变化,谐振电阻和谐振周长的变化幅度很小。当  $v$  从 1 变到 10 时,谐振电阻变化小于 10%,而谐振周长也只改变了约 5%,这表明印刷环天线的方圆度对谐振特性影响很小。

图 4 给出当  $v$  固定为 10 时,谐振电阻和谐振周长随方长系数  $a/b$  的变化曲线。不难看出,谐振周长随  $a/b$  增加而增加,但变化幅度也不大。然而对于谐振电阻,情况有所不同。当  $a/b$  从 0.5 变到 2 时,谐振电阻从  $75\Omega$  减少到  $25\Omega$ 。它表明,当馈源位于较长边时,印刷环天线可能有

较大的谐振电阻。因此,对谐振周长一定的印刷环天线,通过调节其长短半轴或者是馈源的位置,即可得到与传输线阻抗尽可能相匹配的谐振电阻。对于本特例,当  $a/b=1.21$  时,可获得恰好与常用同轴线相匹配的  $50\Omega$  谐振电阻。图 5 示出此时环天线的电流分布 ( $I=I_r+J_i$ )。可以看到,馈点处的电流为一幅值等于  $20\text{mA}$  ( $V=1\text{V}$ ) 的纯实部电流。

表 1 列出印刷在具有不同厚度和介电常数介质基片上环天线的谐振特性随  $v$  和  $a/b$  的变化情况。仔细比较表中数

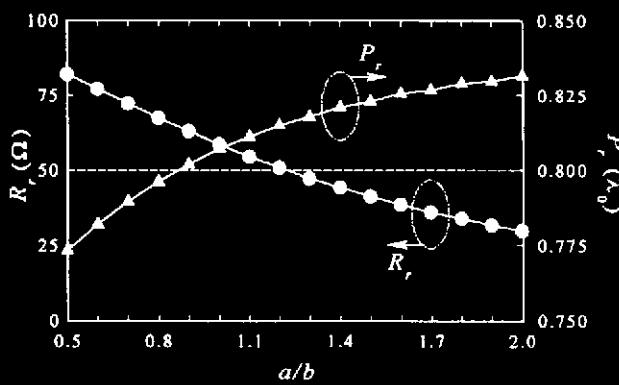


图 4 谐振电阻及谐振周长与方长系数  $a/b$  的关系

( $v=10$ ,  $h=0.1\lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.0$ ,  $a_0=0.001\lambda_0$ )

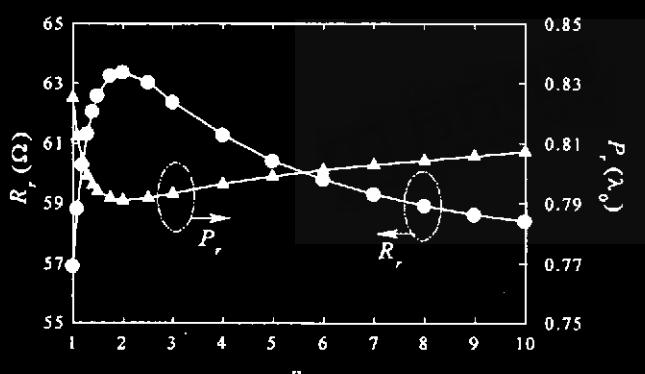


图 3 谐振电阻  $R_r$  及谐振周长  $P_r$  与方圆系数  $v$  的关系  
( $a/b=1$ ,  $h=0.1\lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.0$ ,  $a_0=0.001\lambda_0$ )

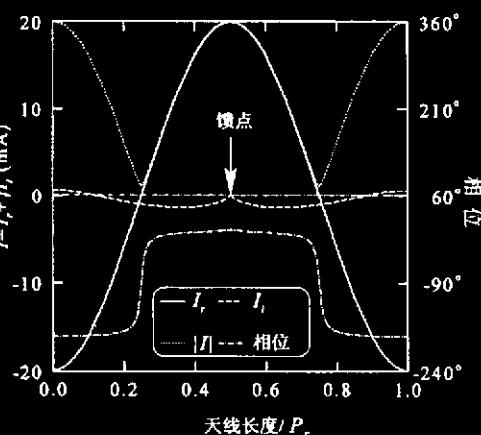


图 5 谐振电阻为  $50\Omega$  时印刷环天线的  
电流分布 ( $a/b=1.21$ ,  $v=10$ ,  $P_r=0.8145\lambda_0$ ,  $h=0.1\lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.0$ ,  $a_0=0.001\lambda_0$ )

据不难发现,对于不同介质基片上的环天线,其谐振特性呈现出与图 4 和图 5 相似的变化特征。

表 1 印刷在不同介质基片上环天线的谐振电阻  $R_r(\Omega)$  及  
谐振周长  $P_r(\lambda_0)$ , ( $a_0=0.0001\lambda_0$ )

$\epsilon_r$	$h$	$v=2, a/b=0.5$	$v=10, a/b=0.5$	$v=10, a/b=1$	
		$R_r$	$P_r$	$R_r$	$P_r$
2.0	0.1016	87.9	0.756	83.7	0.765
2.0	0.15	190.9	0.756	181.9	0.765
6.055	0.1016	211.7	0.472	201.5	0.479
8.5	0.15	155.6	0.476	149.4	0.477
				89.0	0.479

## 五、结 论

本文基于环形几何上的超二次曲线表示,以统一的矩量法公式分析了包括圆形、椭圆形、正方形、矩形以及菱形在内的一组印刷环天线的谐振特性。数值验证结果表明:(1)环形的方圆系数对谐振长度和谐振电阻影响很小,这意味着圆形与正方形印刷环天线有相近的谐振特性;(2)环形的方长系数对谐振电阻有较大影响,当馈源位于较长边时,谐振电阻较大。因此,可通过调整印刷环天线的长短轴来获得与传输线相匹配的谐振电阻。

### 参 考 文 献

- [1] C. A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*. 2nd ed., New York: Wiley, 1996.
- [2] 林昌禄, 陈海, 吴为公. 近代天线设计. 北京: 人民邮电出版社, 1990; 225~265.
- [3] H. Nakano, S. R. Kerner, N. G. Alexopoulos. The moment method solution for printed wire antennas of arbitrary configuration. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1988; 36(12): 1667~1674.
- [4] H. A. N. Hejase. Analysis of a printed wire loop antenna. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1994; 42(2): 227~233.
- [5] G. G. Cook, S. K. Khambas. Efficient moment method for analysing printed wire loop antennas. *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.*, 1997; 144(5): 364~366.
- [6] H. Nakano, K. Hirose, T. Suzuki, S. R. Kerner, N. G. Alexopoulos. Numerical analysis of printed line antennas. *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.*, 1989; 136(2): 98~104.
- [7] M. A. Jensen, Y. Rahmat-Samii. Electromagnetic characteristics of superquadric wire loop antennas. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1994; 42(2): 264~269.
- [8] R. Li, G. Ni. Numerical analysis of 4-arm Archimedian printed spiral antenna. *IEEE Trans. Magn.*, 1997; 33(2): 1512~1515.
- [9] R. Li, G. Ni, J. Yu, Z. Jiang. A new numerical technique for calculating current distributions on curved wire antennas-parametric B-spline finite element method. *IEEE Trans. Magn.*, 1996; 32(3): 906~909.
- [10] N. K. Uzunoglu, N. G. Alexopoulos, J. G. Fikioris. Radiation properties of microstrip dipoles. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 1988; 27(6): 853~858.

**李融林** 1963年生,1983年毕业于西安交通大学电气工程系,94年重庆大学获工学博士学位,94年至96年浙江大学电工博士后流动站从事电磁分析研究,97年至98年在日本法政大学从事卫星通讯天线研究。现为浙江大学电机系教授,主要从事电磁理论及应用研究。

**张红岩** 1965年生,1988年毕业于浙江大学电机系,93年获浙江大学理论电工专业硕士学位。现为讲师,在职博士生,主要研究方向为电网络理论和电磁场技术等。

**倪光正** 1938年生,1960年毕业于西安交通大学电机制造专业,64年研究生毕业于西安交通大学理论电工专业。现为浙江大学电机系教授,博士导师,从事电磁场理论及其应用研究。发表论文80余篇并合编多部专著和教材。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…

---



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

---

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>

---



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>