

可展桁架天线形面精度理论分析^{*}

杨玉龙 关富玲

(浙江大学建筑工程学院 杭州 310058)

摘要 针对可展桁架天线杆件多和转动较多的特点,研究杆件加工公差和转动铰间隙对天线反射面精度和重复展开精度的影响。根据杆件加工公差和转动铰间隙发生的随机性,建立相应的随机数据模型和 Monte-Carlo 随机有限元模型,计算杆件加工公差和转动铰间隙所引起的天线反射面精度误差。研究表明,间隙所引起的反射面精度误差远大于杆件公差所引起的误差,并且天线重复展开精度差值不宜忽视。

关键词 展开桁架天线; 公差; 间隙; Monte-Carlo 法; 随机有限元; 形面精度误差

中图法分类号 V 414

Theoretical Analysis of Surface Error for Deployable Truss Antenna

YANG Yulong GUAN Fuling

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058)

Abstract Aimed at the characteristics of large deployable truss antenna with many trusses and joints, surface error and repetitive deployable precision of antenna with tolerances of trusses and joints clearances were studied. Considered the randomicity of tolerances of trusses and joints clearances, a stochastic finite element model of deployable truss antenna used Monte-Carlo method was developed to simulate the root mean square of surface error. It is shown that the value of root mean square of surface error caused by joints clearances is much larger than that from tolerances of trusses, and the repetitive deployable precision error of antenna can not be neglected.

Key words Deployable truss antenna, Tolerance, Clearance, Monte-Carlo method, Stochastic finite element, Surface error

1 引言

可展桁架天线主要是由桁架杆件形成反射面构形,上面铺设反射面,由驱动系统牵引从折叠状态变化到完全展开状态,反射面满足相应的设计精度。可

展桁架天线已有一定的研究和应用^[1-5],结构形式有所差异,常见的反射面形式为抛物面。

对于四面体单元桁架式抛物面天线,反射面精度是一个主要的设计指标。从设计阶段来讲,在不考虑荷载状态和应用工况的前提下,影响反射面形面精度

* 国家自然科学基金项目资助 (69982009)

2009-04-08 收到原稿, 2009-06-30 收到修定稿

E-mail: ranch2006@126.com

的误差主要有: 误差 1—抛物面拟合引起的形面误差, 误差 2—杆件尺寸制造公差引起的形面误差, 误差 3—转动铰间隙引起的形面误差.

对于误差 1, 由三角形单元模拟抛物面所引起的形面精度误差, 文献 [1-2] 进行了拟合与分析. 同时发现, 抛物面内三角形数目越多, 拟合精度就越高, 所以, 与一般圆面天线相比, 桁架式展开抛物面天线杆件非常多. 故误差 2 和误差 3 所引起的反射面精度误差必须给予关注, 不能忽视.

针对桁架式抛物面展开天线, 根据误差 2 和误差 3 的特性, 本文利用 Monte-Carlo 随机有限元法, 研究了桁架式展开天线反射面形面精度的误差特性. 由于天线其他各种荷载工况 (如重力、温度荷载等) 所引起的形面精度误差不具有随机性, 故本文未作考虑.

2 误差特性

误差 2 主要是指杆件加工制造过程中, 存在加工公差, 由加工公差所引起的反射面精度误差. 桁架式展开抛物面天线杆件众多, 例如 $5.0\text{ m} \times 2.6\text{ m}$ 的四面体展开天线, 天线杆件有 739 根, 所以引起误差 2 的因素, 即加工公差, 呈现出变量多, 并且具有随机性的特点.

误差 3 的来源主要与展开桁架天线的展开特性有关. 为了保证天线结构的展开特性, 各杆件之间通过转动铰相连, 由于转动铰存在一定的间隙, 对展开过程中的运动参数和完全展开态的形面精度均会产生一定的影响. 同时, 由于转动铰数量众多, 引起误差 3 的因素即间隙呈现出变量多, 且具有随机性的特点.

由于引起误差 2 和误差 3 的变量均呈现出数量多和随机性的特点, 所以采用 Monte-Carlo 随机有限元法进行分析计算.

同时可以看出, 误差 2 和误差 3 虽然都具有随机性, 但发生的阶段不同. 误差 2 的随机性发生在杆件加工阶段, 天线组装后, 误差 2 则变为未知的固定值, 而误差 3 的随机性发生在天线重复展开阶段.

3 Monte-Carlo 随机有限元法

设引起形面精度误差的原因仅为各杆件的加工

误差, 设 $l_{0i} = \{l_{0i}\} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为各杆件的杆长均值, $\sigma_i = \{\sigma_i\} (i = 1, 2, \dots, m)$ 为各杆件杆长误差的标准差, m 为杆件数量, 则随机杆长 $l_i = \{l_i\} (i = 1, \dots, m)$ 为一般正态分布 $l_i (l_{0i}, \sigma_i^2)$, 根据文献 [6], 则杆长

$$l_i = l_{0i} + \sqrt{\sigma_i(-2 \ln u_n)} \cos(2\pi u_{n+1}). \quad (1)$$

式中, u_n 和 u_{n+1} 为随机数, 此时, 杆长随机偏差为

$$d_i = \sqrt{\sigma_i(-2 \ln u_n)} \cos(2\pi u_{n+1}). \quad (2)$$

结构的力学平衡方程为

$$Ku = f. \quad (3)$$

式中, K 为刚度矩阵, u 为结点位移列阵, f 为结点荷载列阵.

将式 (3) 中的物理量分解成为随机变量的均值和偏差部分, 则平衡方程为 [7]

$$(K_0 + \Delta K)(u_0 + \Delta u) = f_0 + \Delta f. \quad (4)$$

式中, K_0 , u_0 和 f_0 分别表示由刚度、位移和荷载随机变量的均值形成的值, ΔK , Δu 和 Δf 分别表示由刚度、位移和荷载随机变量的偏差形成的值.

桁架式展开天线由许多杆件组成, 如果考虑将杆长偏差部分 d_i 引入结构刚度矩阵 K , 从物理意义上将可以形成 ΔK , 此时杆长为 l_i , 从拓扑上来讲, 各结点位置是按杆长 l_i 进行拓扑形成的, 结构无内力. 但设计方案是按杆长 l_{0i} 拓扑而成的, 结构在杆长 l_{0i} 状态下无内力, 杆长发生偏差 d_i 后, 超静定结构将产生内力. 故对于杆长产生偏差 d_i 后的力学模型中, 不考虑 ΔK , 而在结构变形中引入 d_i , 从而有

$$\begin{aligned} K_0(u_0 + \Delta u + d) &= f_0 + \Delta f, \\ K_0\Delta u &= \Delta f - K_0d, \\ \Delta u &= K_0^{-1}(\Delta f - K_0d). \end{aligned} \quad (5)$$

故结点位移

$$u_i = (u_{0i} + \Delta u_i). \quad (6)$$

形面精度误差 rms 值定义为

$$R = \Phi(u_i). \quad (7)$$

则其均值为

$$R_0 = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \Phi_j(u_i). \quad (8)$$

式中, s 为 Monte-Carlo 抽样次数.

4 杆件加工公差和间隙数值的随机数据模型

4.1 杆长加工公差

对于精密结构, 杆长加工等级取 8 级, 杆长均值取设计值。根据杆长, 确定相应的标准公差数值为 δ_i , 考虑公差的随机性, 按 3σ 原则, 各杆长的误差相互独立, 则杆长加工误差的标准值 σ_i 为

$$\sigma_i = \delta_i/3. \quad (9)$$

4.2 间隙

为满足天线展开的需要, 杆件和结点是通过销轴连接的, 如图 1(a) 所示, 以实现天线的展开与折叠。杆件轴线与销轴轴线本应垂直, 但考虑杆件和结点的实际尺寸与拓扑构造的关系, 较多杆件轴线与销轴轴线不垂直, 简化的间隙模型如图 1(b) 所示, 销轴轴线偏差为 α (图 1(b) 中, 为示意清晰, 销轴倾斜角度有所放大), D_1 为杆件直径, D_2 为销孔直径, e_1 为销轴轴线偏差造成的销孔扩大值。

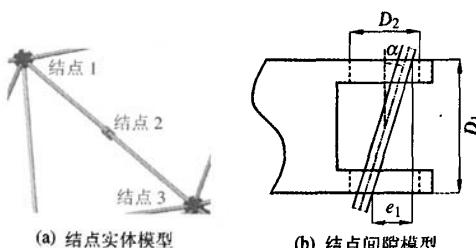


图 1 结点间隙示意图

Fig. 1 Diagram of joint clearance

由于杆件轴线和销轴轴线不垂直, 考虑天线的展开折叠性能以及加工特点, 销孔与销轴之间的间隙 δ_j 将由三部分组成, 有

$$\delta_j = e_1 + e_2 + e_3. \quad (10)$$

其中, e_1 为销轴倾斜造成的误差, $e_1 = D_1 \cdot \tan \alpha$, 最大 α 为 0.108° ; e_2 为防止杆件转动卡死, 孔径扩大的容裕尺寸, 取值参考杆件长度加工误差, 结构中长杆件长度约为 530cm , 8 级标准公差数值为 $110\mu\text{m}$, 故取 $e_2 = 100\mu\text{m}$; e_3 为杆件轴线与销轴轴线垂直的销孔和销轴的公差带, 采用 H_7/f_6 , 则最大间隙为 $54\mu\text{m}$ 。

上述三个间隙中, e_1 和 e_2 实际存在, e_3 为随机发生, 故对于每个转动铰的最大间隙值的标准值为

$$\sigma_j = e_1 + e_2 + e_3/6. \quad (11)$$

针对转动铰运动副中存在的间隙, 为分析运动副中径向间隙和销轴位置不确定性等因素对连杆长度的影响, 文献 [8] 提出有效长度模型, 认为转动铰运动副中, 销轴在套孔中运动, 销轴中心在误差圆范围内随机分布, 则有效长度 R 与实际长度 r 的关系为

$$R = \sqrt{(r+x)^2 + y^2}. \quad (12)$$

式中, x 和 y 为销轴中心局部坐标, 有效长度模型如图 2 所示。

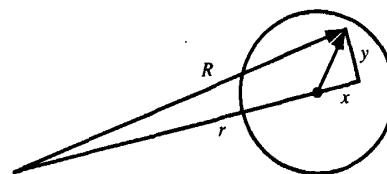


图 2 有效长度模型

Fig. 2 Effective link model for a tolerance link with clearance

式 (12) 可以分析计算整个转动过程中间隙的随机影响, 本文利用该模型模拟了天线展开状态下间隙的影响。在展开状态下, 假设间隙对杆长的影响仅沿杆件轴线方向, 即

$$l_i = \sqrt{(l_{0i} + x)^2 + 0^2} = l_{0i} + x. \quad (13)$$

式中, x 为间隙的随机分布。

5 精度分析

以图 1(a) 的构造关系, 拓扑出图 3 所示的桁架式展开天线, 以此为研究对象, 天线口径为 $5.0\text{m} \times 2.6\text{m}$, 共有杆件 739 根, 上弦杆 332 根, 长度约 $250\sim 260\text{cm}$; 下弦杆 254 根, 长度约 $270\sim 280\text{cm}$; 腹杆 153 根, 长度约 530cm 。材料为不锈钢, 杆件尺寸为 $\phi 9/8\text{mm}$ (圆管, 外径 9 mm, 内径 8 mm), 对下弦层中央三个结点固结约束, 采用 Monte-Carlo 随机有限元法, 抽样次数为 1000 次, 计算杆件加工误差 δ_i 和转动铰间隙 δ_j 所引起的形面精度误差的均方根值

为 $E_{\text{rms}1}$ 和 $E_{\text{rms}2}$ 。由于不同的抛物面取样点所形成的最佳吻合抛物面不一致, 为便于比较分析, 此处的 E_{rms} 定义为相对于原设计抛物面的形面精度误差。

由杆件加工误差和转动铰间隙所引起的形面精度误差 $E_{\text{rms}1}$ 和 $E_{\text{rms}2}$ 的概率密度分别如图 4 和图 5 所示, 拟合概率密度函数为

$$f(x, A, \mu, \sigma) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

相应的统计数字特征列于表 1, 累计概率分布列于表 2。

表 1 概率密度数字特征

Table 1 Statistical results of surface error

形面精度误差	$E_{\text{rms}1}$	$E_{\text{rms}2}$
A	0.0118	0.0916
均值 (μ)	0.205	1.650
标准差 (σ)	0.066	0.492
最大值	0.477	3.712
最小值	0.082	0.640

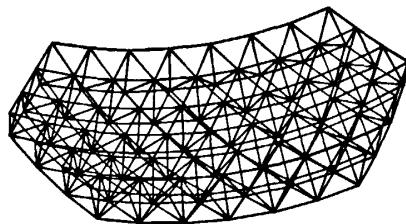


图 3 天线结构模型

Fig. 3 Antenna structural model

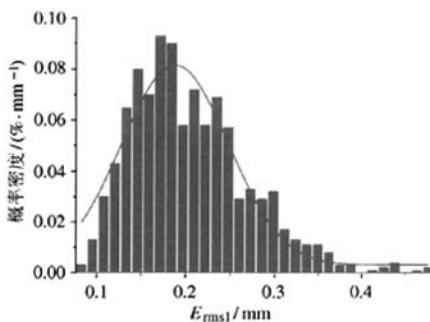


图 4 杆件加工误差引起的形面精度概率分布

Fig. 4 Histogram and derived probability distribution of surface error caused by tolerances of trusses

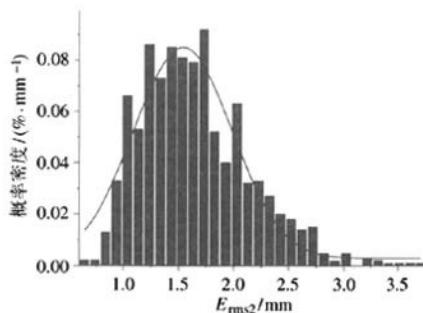


图 5 间隙引起的形面精度概率分布

Fig. 5 Histogram and derived probability distribution of surface error caused by joints clearances

表 2 累计概率分布

Table 2 Cumulative distribution of probability

累计概率	20%	30%	40%	50%	60%
$E_{\text{rms}1}$	0.147	0.164	0.178	0.194	0.213
$E_{\text{rms}2}$	1.219	1.350	1.469	1.589	1.713
累计概率	70%	80%	90%	95%	100%
$E_{\text{rms}1}$	0.232	0.254	0.294	0.325	0.477
$E_{\text{rms}2}$	1.846	2.035	2.312	2.565	3.712

通过分析可以得出以下两点。

(1) 由杆件加工误差和转动铰间隙所引起形面精度误差 $E_{\text{rms}1}$ 和 $E_{\text{rms}2}$ 的概率均呈正态分布, 但二者相差较大。在 95% 置信度下, 杆件加工误差引起的形面精度误差为 0.325 mm, 转动铰间隙引起的形面精度误差为 2.565 mm, 是杆件加工误差引起的形面精度误差的 7.9 倍。说明对于可展桁架天线, 加工精度引起的形面精度误差有限, 远小于转动铰间隙形成的形面精度误差。

(2) 对于可展桁架天线的重复展开精度, 最小形面误差为 0.640 mm, 最大为 3.712 mm, 二者相差 3.072 mm。说明相对于原设计抛物面, 重复展开精度差值大, 对最佳吻合抛物面的影响需要引起重视。

6 结论

利用 Monte-Carlo 随机有限元法, 分析了杆件加工误差和转动铰间隙所引起的相对于原设计抛物面的形面精度误差, 形成相应的正态分布概率密度函

数. 天线形面精度误差和重复展开精度误差特性的分析结果, 对可展桁架天线的设计和试验有重要的参考意义.

参考文献

- [1] Lai C Y, Pellegrino S. Feasibility Study of a Deployable Mesh Reflector [R]. Cambridge: Deployable Structure Laboratory Department of Engineering, University of Cambridge, 2000
- [2] Guan Fulong, et al. Program implementation of structure design for deployable truss antenna [J]. *Eng. Design*, 2006, 13(2):108-113. in Chinese (关富玲, 等. 构架式可展开天线结构设计的程序实现 [J]. 工程设计学报, 2006, 13(2):108-113)
- [3] Zhang Jingjie, et al. Design of large cutting parabolic deployable structure [J]. *Eng. Design*. 2000(1):46-48. in Chinese (张京街, 等. 大型切割旋转抛物面展开结构的设计 [J]. 工程设计学报, 2000(1):46-48)
- [4] Yang Yulong, et al. Thermal-structural analysis of deployable truss antenna [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2005, 25(3):235-240. in Chinese (杨玉龙, 等. 可展桁架天线温度场和热变形分析 [J]. 空间科学学报, 2005, 25 (3):235-240)
- [5] Yang Yulong, et al. Numerical analysis of thermally induced vibration for deployable truss antenna [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2009, 29(4):432-437. in Chinese (杨玉龙, 等. 展开桁架天线热致振动数值分析 [J]. 空间科学学报, 2009, 29(4):432-437)
- [6] Wu Qingxi. Structural Reliability Analysis and Stochastic Finite Element Method [M]. Beijing: China Machine Press, 2005. in Chinese (武清玺. 结构可靠性分析及随机有限元法 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2005)
- [7] Jin Weiya, et al. Reliability Engineering [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2005. in Chinese(金伟娅, 等. 可靠性工程 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2005)
- [8] Lee S J, et al. The determination of the probabilistic properties of velocities and accelerations in kinematic chains with uncertainty [J]. *J. Mech. Design*, 1991, (113):84-90

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>