

## 印刷螺旋天线的分析计算<sup>\*</sup>

### Analysis and Calculation of Printed Spiral Antenna

郭德淳 孟令琴 费元春

(北京理工大学电子工程系, 北京 100081)

GUO Dechun, MENG Lingqin, FEI Yuanchun

(Department of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

**【摘要】** 本文运用全波分析法对印刷螺旋天线进行了算法分析, 根据 Helmholtz 方程在边界处满足的边界条件系统推导了单层印刷螺旋天线在自由空间和媒质中赫兹矢量位形式的并矢格林函数。在其计算中采用了离散复镜像理论, 适当提取渐近项, 以加快积分的收敛速度, 并避免了数值计算中非常麻烦的极点处理问题。通过矩量法推导了阻抗矩阵和激励矩阵。并对一由绝缘材料支撑的印刷螺旋天线进行了计算, 为工程设计提供了理论依据。

**关键词:** 宽带天线, 矩量法, 并矢格林函数

**Abstract:** In this paper, The printed spiral antenna is analysed by full-wave analysis approach. According to boundary conditions of Helmholtz equation at the interface between layers, dyadic Green's function of monolayer printed spiral antenna in freedom space and medium is derived in terms of hertz vector. The discrete complex image theory is employed in the computation with the dyadic Green's function. Properly extracting the asymptotic terms to accelerate the convergence of integral in order to avoid the troublesome acnode problem in numerical calculation. The impedance matrix and excitation matrix are derived by moment method. A printed spiral antenna supported with insulated material is calculated. The research provides theoretical basis for practical design.

**Key terms:** Broadband antenna, Moment method, Dyadic Green's function

## 一、引 言

近年来, 随着微波集成程度的提高以及空间技术对低剖面天线的迫切需求, 微带天线的研究与应用得到了迅速发展, 而印刷螺旋天线是其中一种典型的应用。它具有许多独特的优点, 如便于实现圆极化、双频段和双极化多功能工作等<sup>[1]</sup>。但由于印刷螺旋天线结构上的复杂性, 且在实际应用中需要绝缘材料作为其支撑, 同时为实现单向辐射, 还需在线天线下加一导体平板反射器, 因此在分析设计时, 必须将绝缘材料支撑和导体反射器的影响考虑在内。本文在

Hisamatsu Nakano 提出的任意结构印刷天线全波分析法<sup>[2]</sup>的基础上,对单层印刷螺旋天线进行了严格的算法分析和计算,为工程设计提供了理论依据。

## 二、理论分析

全波分析法,即通过各界面上的边界条件和分层媒质中的并矢格林函数建立起关于微带电流的积分方程,然后根据矩量法导出阻抗矩阵和激励矩阵即可求得微带上的电流系数,从而可求出天线的输入阻抗与远区场。

### 2.1 单层媒质中并矢格林函数的推导

单层微带天线结构如图 1 所示,由图可以看出,天线由介质基片及其上微带贴片或微带线构成,源位于 0、1 界面上,1 背面为完纯导体,激励方式为同轴背馈,介质基片厚度为  $B$ 。

根据媒质中 Helmholtz 方程在边界处满足的边界条件可以推出单层媒质中的并矢格林函数,采用的是赫兹矢量位形式,现给出印刷螺旋线算法中牵涉到的各介质层中的格林函数<sup>[3]</sup>。

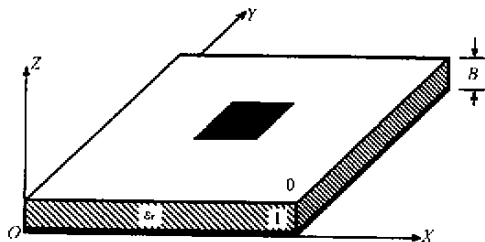


图 1 单层微带天线结构

#### 1) 介质层 0

$x$  向电偶极子在  $x$  向产生的赫兹矢量位及其二阶导数

$$\Pi^{0,x} = 2u \lim_{z \rightarrow B} \int_0^{\infty} J_0(\rho\lambda) e^{-u_0(z-B)} \frac{\lambda}{D_e(\lambda)} d\lambda \quad (1)$$

$x$  向电偶极子在  $z$  向产生的赫兹矢量位及其坐标变换和二阶导数

$$\Pi^{0,z} = 2u(1 - \epsilon_{r1}) \lim_{z \rightarrow B} \int_0^{\infty} \cos(\varphi) J_1(\rho\lambda) e^{-u_0(z-B)} \frac{\lambda^2}{D_e(\lambda) D_m(\lambda)} d\lambda \quad (2)$$

因为

$$\frac{\partial}{\partial x} J_0(\rho\lambda) = -\lambda \cos(\varphi) J_1(\rho\lambda) \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)可得

$$\frac{\partial \Pi^{0,z}}{\partial z} = \frac{\partial \Pi^0}{\partial x} \quad (4)$$

其中

$$\Pi^0 = 2u(1 - \epsilon_{r1}) \lim_{z \rightarrow B} \int_0^{\infty} J_0(\rho\lambda) e^{-u_0(z-B)} \frac{\lambda u_0}{D_e(\lambda) D_m(\lambda)} d\lambda \quad (5)$$

#### 2) 介质层 1

$$\Pi^{1,x} = 2u \int_0^{\infty} J_0(\rho\lambda) \sinh(u_1 z) \frac{\lambda}{\sinh(u_1 B) D_e(\lambda)} d\lambda \quad (6)$$

$$\text{万方数据} \quad 2u(1 - \epsilon_{r1}) \int_0^{\infty} \cos(\varphi) J_1(\rho\lambda) \cosh(u_1 z) \frac{\lambda^2}{\cosh(u_1 B) D_e(\lambda) D_m(\lambda)} d\lambda \quad (7)$$

式(1)~(7)中并矢格林函数  $\Pi^{(i,j)}$  上角标 ( $i=0,1$ ) 代表介质层 0 和 1, ( $j=x,z$ ) 分别代表水平电偶极子产生的并矢格林函数在  $x$  向或  $z$  向的分量,  $\rho$  为源点 ( $x', y', B$ ) 到场点 ( $x, y, z$ ) 的距离。其中

$$\cos(\varphi) = \frac{x - x'}{\rho} \quad u = \frac{-j}{4\pi\epsilon_i\omega}$$

$$u_0 = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2} \quad u_1 = \sqrt{\lambda^2 - \epsilon_{r1}k_0^2}$$

## 2.2 印刷螺旋天线的矩量解

矩量法求解印刷螺旋天线, 仍属于由已知激励场确定导体电特性的电磁理论基本问题, 关键在于阻抗矩阵和电压矩阵元素计算公式的推导。

印刷螺旋天线的部分结构如图 2 所示, 一段微带印刷导线置于一接地绝缘介质上, 其厚度为  $B$ , 相对介电常数为  $\epsilon_r$ , 现对此导线结构提出三点假设:

1) 线半径  $a$  要足够小, 才可将其等效为线结构, 即  $a \ll \lambda_0$  ( $\lambda_0$  为自由空间波长)。

2) 导线中仅考虑轴向分量对天线电特性的影响, 而非对称的圆周分量被忽略掉。

3) 天线臂被分为许多小部分, 其每一部分可被看作是线性分量。

根据矩量法, 选取一组适当的展开函数, 将导线表面电流沿轴向展开为

$$I(x) = \sum I_n J_n(x) \quad (8)$$

式中,  $I_n$  为待定系数,  $J_n(x)$  为展开函数,  $x$  为轴向距离。

考虑到解的收敛性和计算占用的时间, 选用分段正弦函数作为展开函数。

$$J_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin k(x - x_{n-1})}{\sin kd} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{\sin k(x_{n+1} - x)}{\sin kd} & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

其中  $x, x_{n-1}, x_n$  为沿天线臂端到测试点的距离。

### A. 阻抗矩阵

利用权函数与切向电场表达式取内积, 可得阻抗矩阵元素。其中权函数也选为分段正弦函数, 由式(9)给出。

阻抗矩阵元素由式(10)给出

$$Z_{m,n} = \int_0^d \frac{\sin kx_{m-1}}{\sin kd} \vec{e}_n \cdot \hat{x}_{m-1} dx_{m-1} + \int_0^d \frac{\sin k(d_m - x_m)}{\sin kd} \vec{e}_n \cdot \hat{x}_m dx_m \quad (10)$$

式中  $\vec{e}_n$  为第  $n$  个单元在观察点产生的场,  $\vec{e}_n \cdot \hat{x}_{m-1}$  与  $\vec{e}_n \cdot \hat{x}_m$  只需将  $\hat{t} = \hat{x}_{m-1}$  和  $\hat{t} = \hat{x}_m$  分别代入式(11)即可得出。

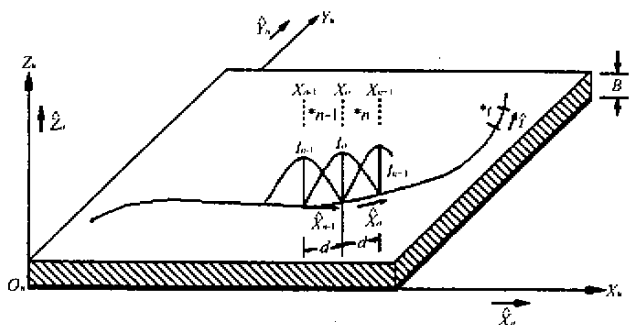


图 2 分段正弦展开函数

$$\begin{aligned} \vec{e}_n \cdot \hat{t} = \frac{1}{\sin kd} \left[ \int_0^d \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial G}{\partial x_{n-1}'} \right) \sin kx_{n-1}' dx_{n-1}' + (\hat{x}_{n-1} \cdot \hat{t}) \int_0^d k^2 \prod^{0,x} \sin kx_{n-1}' dx_{n-1}' + \right. \\ \left. \int_0^d \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial G}{\partial x_n'} \right) \sin k(d - x_n') dx_n' + (\hat{x}_n \cdot \hat{t}) \int_0^d k^2 \prod^{0,x} \sin k(d - x_n') dx' dx_n' \right] \quad (11) \end{aligned}$$

其中

$$G = -\Pi^{0,x} + \Pi^0 \quad (12)$$

## B. 激励矩阵

激励矩阵单元为馈线在微带螺旋线表面产生的激励场与权函数的内积,即

$$V_m = \langle \vec{z} \times \vec{E}^e, \vec{J}_m \rangle = \int_l \vec{E}^e \cdot \vec{J}_m dl \quad (13)$$

根据互易原理和感应定理<sup>[4]</sup>,可将激励矩阵单元表示为检验电流  $\vec{J}_m$  在馈线上产生的场  $\vec{E}_m$  与激励电流  $\vec{J}_\rho$  的内积。

$$V_m = \int_l \vec{E}_m \cdot \vec{J}_\rho dl \quad (14)$$

$$E_m = \int_0^d \left( \frac{\partial^2 \Pi^{1,x}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Pi^{1,z}}{\partial z^2} + k^2 \Pi^{1,z} \right) I(x') \hat{x} dx' \quad (15)$$

对于同轴电缆馈电方式,设探针无限细,馈电电流为 1A,  $\vec{J}_\rho$  可表示为  $\delta$  函数形式。

得出激励矩阵  $[V]$  后,再通过下式

$$[I] = [Z]^{-1} [V] \quad (16)$$

可得电流分布进而可分析天线电性能。

## 三、数值计算与实测结果

### 3.1 并矢格林函数的计算

在并矢格林函数的计算中采用了离散复镜像理论<sup>[5]</sup>,即利用 Sommerfeld 恒等式及其一、二阶导数式(17)~(19)。

$$SI_0(g) = \int_0^\infty J_0(\rho\lambda) \frac{\lambda}{u_i} g(u_i, z) d\lambda \quad (17)$$

$$SI_1(g) = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_i} J_1(\rho\lambda) g(u_i, z) d\lambda \quad (18)$$

$$SI_2(g) = \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{u_i} \left[ J_0(\rho\lambda) - \frac{J_1(\rho\lambda)}{\rho\lambda} \right] g(u_i, z) d\lambda \quad (19)$$

并采用 Prony 逼近法将式中  $g(u_i, z)$  展开为  $e$  的指数级数形式,可得 Sommerfeld 积分,如式(20)~(22)

$$SI_o(g) = \sum_{m=1}^M a_m \frac{e^{-jk_i R_m}}{R_m} \quad (20)$$

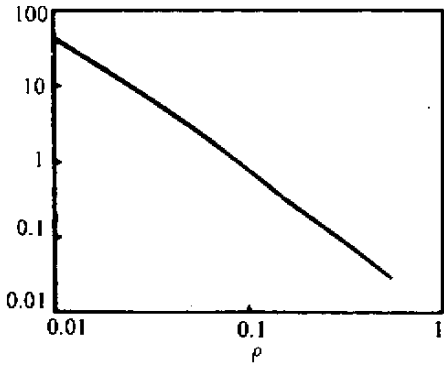
$$\text{万方数据} \quad SI_1(g) = \sum_{m=1}^M a_m \frac{\rho}{R_m^2} \left( jk_i + \frac{1}{R_m} \right) e^{-jk_i R_m} \quad (21)$$

$$SI_2(g) = \sum_{m=1}^M a_m \frac{1}{R_m^2} e^{-jk_i R_m} \left( jk_i + \frac{1}{R_m} - \frac{2jk_i \rho}{R_m^2} - \frac{3\rho^2}{R_m^3} + \frac{k_i \rho^2}{R_m} - \frac{jk_i \rho^2}{R_m^2} \right) \tag{22}$$

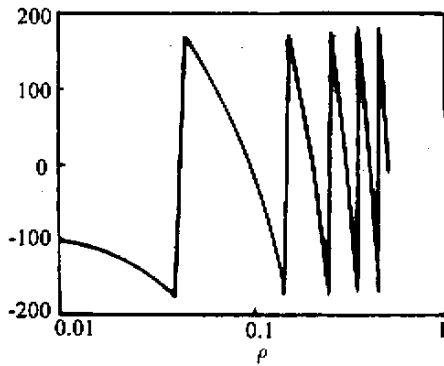
式中  $a_m$ 、 $b_m$  为复系数,  $R_m$  为复距离。

再通过适当提取渐近项,以加快积分的收敛速度,并避免了数值计算中非常麻烦的极点处理问题。

现对中心频率为 3GHz、介质厚度  $B$  取 0.01m、相对介电常数  $\epsilon_r$  为 2 的印刷螺旋天线的并矢格林函数进行计算,结果如图 3(a)、(b)所示。



(a)  $\Pi^{0,x}$  的模值随  $\rho$  的变化曲线



(b)  $\Pi^{0,x}$  的相位随  $\rho$  的变化曲线

图 3  $\Pi^{0,x}$  的模值与相位随  $\rho$  的变化曲线

3.2 印刷螺旋天线的计算

根据第二部分的理论分析结果编制了计算程序,对一 Archimedean 螺旋天线进行了计算。其结构如图 4 所示,以介电常数  $\epsilon_r$  的绝缘材料作为其支撑,背面为完纯导体平板。天线臂符合 Archimedean 螺旋函数,即  $r=A\varphi$ 。螺旋常数  $A=0.764\text{cm/rad}$ ,水平旋转角为  $\varphi_s$ ,馈源到天线臂的长度  $e_{st}=2\text{mm}$ ,外围周长  $C=2\pi r=1.4\lambda_0=7\text{cm}$ ,  $\lambda_0=5\text{cm}$  ( $f=6\text{GHz}$  时自由空间波长)。对图 4 所示的 Archimedean 螺旋天线计算了电流分布,并给出  $\varphi_s$  为  $90^\circ$  时  $E_\theta$  的方向图,如图 5、6 所示。

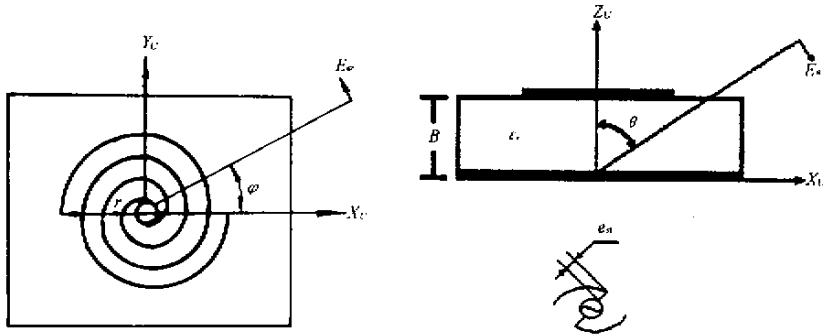
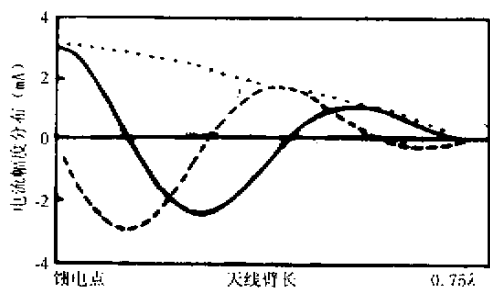
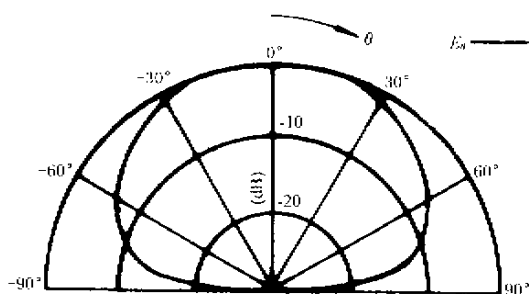


图 4 Archimedean 螺旋天线结构

由于 Archimedean 螺旋天线关于馈电点具有对称结构,两臂电流呈轴对称分布。所以图 5 仅给出单臂的电流分布,图中  $I_r$  为天线表面电流的实部,  $I_i$  为虚部,  $|I|$  为模值,横坐标为馈电点沿螺旋天线臂的长度。由图 5 可以看出电流从馈电点平滑衰减到 0,具有行波特性,

图 5 单臂的电流分布 ( $|I|$ .....,  $I_r$ ——,  $I_i$ ----)图 6 天线辐射方向图( $\varphi=90^\circ$ )

在轴向形成很好的圆极化辐射场,因此 Archimedean 螺旋天线具有很宽的频带。图 6 的方向图给出了其单向辐射特性。图中实曲线为  $E_\theta$  的幅值。

## 四、结 论

对于背面为完纯导体绝缘材料作为支撑的印刷螺旋天线,通过上述的理论推导和数值计算验证了此方法的有效性,同时也可看出其不仅适用于印刷螺旋天线,而且适用于任意形状的印刷线天线。

## 参 考 文 献

- [1] 康行健. 天线原理与设计, 北京: 国防工业出版社, 1995: 130~150.
- [2] H. Nakano, S. R. Kerner. The moment method solution for printed wire antennas of arbitrary configuration. IEEE Trans on Antennas Propagat., 1988, 36: 1667~1673.
- [3] Numerical Technique for Microwave and Millimeter-wave Passive Structures, New York: John Wiley & Sons, 1989: 221~247
- [4] 楼仁海, 符果行, 袁敬阔. 电磁理论, 成都: 电子科技大学出版社, 1996: 72~78.
- [5] 王建, 王石安. 离散复镜像理论对近地电偶极子的应用. 电子科技大学学报, 1990, 19(6), 564~571.

郭德淳 1967 年 1 月出生, 1998 年起在北京理工

大学电子工程系电磁场与微波技术专业攻读博士学位。主要研究方向是超宽带天线与微带天线的设计、宽带匹配和微波频率合成等。

孟令琴 1966 年 6 月生于扬州。1999 年起在北京理工大学电子工程系电磁场与微波技术专业攻读博士学位。主要研究方向是超宽带天线与微带天线的设计、宽带匹配和微波固态线性功率放大器、微波非线性电路等。

费元春 1938 年 3 月出生。现任北京理工大学电子工程系电磁场与微波技术专业首席教授、博士生导师、《兵工学报》常务编委、中国电子学会会士。曾获得国家级有突出贡献的专家及全国教育系统巾帼建功标兵等称号。主要研究方向为微波频率合成、雷达天线与接收技术、微波通信技术等方面。先后主持完成 30 余项研究课题, 曾获国家发明奖三项、国家科技进步奖一项、部级科技进步奖十项。主要学术专著有《微波固态频率原理、设计、应用》及《固态倍频》。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>