

## 利用互补天线原理求解孔缝的共振性能\*

朱占平, 钱宝良

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘 要:** 利用互补天线原理从理论上推导了真空、介质窄缝的共振频率公式, 在理想窄缝长度小于 5 倍波长、辐射角度偏离垂直方向小于  $30^\circ$  的情况下, 孔缝的共振频率点仍然可以用半波振子的辐射情况来解释, 共振点满足孔缝长度等于入射波的半个波长; 介质窄缝等效为半个孔缝深度的微带贴片天线, 不同介电常数介质填充时的共振频率理论公式推导值和数值模拟值基本一致, 相对误差在 5% 以内。进一步分析了窄缝阵列的耦合性能, 结果表明互补天线原理可以很好地应用于分析和求解孔缝的共振性能。

**关键词:** 对偶原则; 互补天线; 共振效应; 共振频率; 孔缝耦合

**中图分类号:** TN015

**文献标志码:** A

随着电子设备的快速发展及应用的不断拓展, 微波干扰与电子设备抗扰性的“矛与盾”问题的研究愈为重要, 国内外都开展了相关研究。微波干扰电子设备的窗口就是电子设备屏蔽设施上的各种孔缝, 尤其是长宽比较大的窄缝。孔缝耦合性能是研究微波效应的重要问题之一<sup>[1-5]</sup>。利用麦克斯韦方程组的电场和磁场的对偶关系<sup>[6]</sup>, 引入了互补天线的概念。本文利用互补天线原理从理论上求解了真空、介质窄缝的共振频率及矩形孔缝阵列的耦合性能, 为进一步开展微波效应提供了理论依据及指导。

### 1 理想真空窄缝

如图 1 所示, 利用对偶原则, 理想矩形缝隙天线与形状和尺寸均相同的带状振子天线视为互补天线。对于理想窄缝, 即孔缝的宽度  $W$  远远小于孔缝的长度  $L$ , 宽度  $W$  可以忽略不计, 这种板状振子可由理想的极子天线近似。

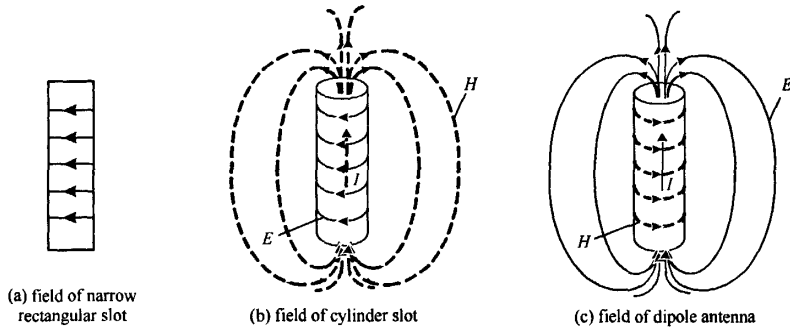


Fig. 1 Control relation between narrow rectangular slot and its complementary antenna

图 1 矩形窄缝的互补天线电磁场对偶关系

由于矩形孔缝的两端相当于短路, 从而所得到的板状振子可由连接匹配负载的对称振子天线近似, 孔缝长度  $L$  等于单个振子长度  $h$  的两倍, 即  $L=2h$ , 对称振子天线的远区辐射场为

$$E = \int_0^L \frac{I(z')}{\lambda r} \eta \sin\theta \cos(kz' \cos\theta) \exp(-jkr) dz' \quad (1)$$

式中:  $I(z')$  为振子上的电流分布;  $\eta$  为波阻抗;  $k$  为相移常数;  $\theta$  为辐射方向与振子的夹角。

对于矩形缝隙天线, 可认为电流分布满足

$$I(z) = I_0 \sin[k(L-z)] \quad (2)$$

从而可以得到远区方向图

\* 收稿日期: 2008-10-08; 修订日期: 2009-03-18

基金项目: 国家高技术发展计划项目

作者简介: 朱占平(1982—), 女, 博士生, 从事高功率微波技术研究; zzp452@sohu.com。

$$F(\theta) = [\cos(kL \cos\theta) - \cos(kL)]/\sin\theta \tag{3}$$

图 2 为不同尺寸对称振子在不同角度的方向系数分布，不同尺寸对称振子方向系数最大值的方向有所不同。对于直入射情况，入射方向在孔缝的中轴线位置，因此  $\theta=\pi/2$ ，从而方向图可以写成

$$F(\theta) = 1 - \cos(kL) \tag{4}$$

当  $kL = (2n+1)\pi$  时， $F(\theta)$  最大，对应于图 2，考虑到矩形孔缝中最可能存在的是最低模式，相当于电流在对称振子上只有一个半波分布，因此  $n$  取 0，从而得到孔缝的共振频率点

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{kc}{2\pi} = \frac{c}{2L} \tag{5}$$

当孔缝长度为几倍的微波波长时，如图 3 所示，方向系数最大值不再是垂直辐射方向。因此斜入射时，共振频率点频率发生在使得对称振子出现方向系数最大值时的缝隙尺寸的情况，图 4 给出了  $L/\lambda \leq 5$  情况下的最大辐射方向。可以看出在辐射角度偏离垂直方向小于  $30^\circ$  的情况下，孔缝的共振频率点仍然可以用半波振子的辐射情况来解释。当满足远场辐射条件时，一般射角度偏离垂直方向小于  $30^\circ$ 。这也就解释了孔缝阵列中的各孔缝耦合共振频率点基本一致的原因，以下分析只考虑垂直入射情况。

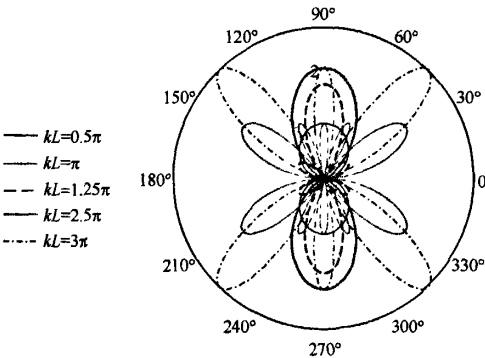


Fig. 3 Pattern of dipole antenna with different dimensions  
图 3 不同尺寸对称振子的方向图

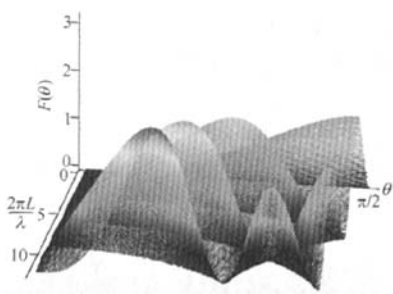


Fig. 2 Radiation function of dipole antenna with different dimensions

图 2 不同尺寸对称振子的辐射方向系数分布

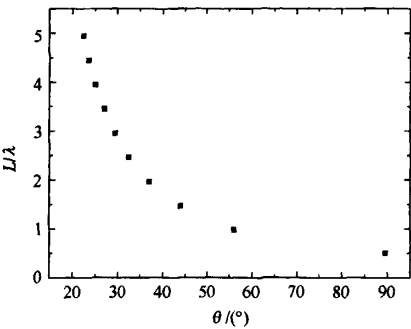


Fig. 4 Maximal radiation direction of dipole antenna with different dimensions

图 4 不同尺寸对称振子的最大辐射方向

在等效到接收天线时，应该注意到，归一化场值应该在辐射点，因此辐射方向图转化为接收方向图应该考虑传输损耗，以垂直入射点场值进行归一，不计偏入射引起的相位变化，则较为准确的方向图为

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\cos(kL \cos\theta) - \cos(kL)}{\sin\theta[1 - \cos(kL)]} (1 - \cos\theta) \tag{6}$$

2 介质填充窄缝

由于在金属导体中，相对于真空或绝缘介质来说，磁场远比电场重要，金属中电磁波的能量主要是磁场能量。满足对偶关系时，主要考虑孔缝空间电场与天线空间磁场的转换，因此可以等效为金属带状振子嵌入无限大介质板平面内。

当  $W \ll L$  时，带状振子可以近似为对称振子，合成场满足

$$E = \int_0^L \frac{I(z')}{2\lambda} \eta \sin\theta \left\{ \frac{\exp(-jkr)}{r} + \frac{\exp[-jk(r+t)]}{r+t} \right\} \cos(kz' \cos\theta) dz' \tag{7}$$

式中： $t$  为孔缝深度； $r$  为辐射距离；每个振子的电流为  $I/2$ 。当  $t \ll r$  时，式(7)可以简化为

$$E = \int_0^L \frac{I(z')}{\lambda} \eta \sin\theta \frac{\exp(-jkr)}{r} \left(1 - \frac{t}{2r}\right) \cos(kz' \cos\theta) dz' \tag{8}$$

与单个带状振子的场比较可以看出在  $d > r$  的情况下，单个带状振子的场与介质板上的双面贴片的双平行振子的电场几乎相同，在考虑对称关系的情况下，双面贴片可以用半个孔缝深度的微带贴片天线近似。

对于微带贴片天线,垂直方向的最大辐射系数同样由半波天线实现,即  $L = \lambda_g/2$ , 其中  $\lambda_g = \lambda/\sqrt{\epsilon_r}$ ,  $\epsilon_r$  与缝宽  $W$  和孔缝深度  $d$  有关<sup>[7]</sup>,即

$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{5d}{W} \right)^{-1/2} + 0.04 \left( 1 - \frac{2W}{d} \right) \right] \tag{9}$$

式中:  $\epsilon_r$  为介电常数。从而可以得到介质填充孔缝的共振频率为

$$f = \frac{c}{2L} \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{5d}{W} \right)^{-1/2} + 0.04 \left( 1 - \frac{2W}{d} \right) \right]}} \tag{10}$$

图 5 是孔缝尺寸为  $4.0\text{ cm} \times 0.1\text{ cm} \times 1.0\text{ cm}$  和  $6.0\text{ cm} \times 0.1\text{ cm} \times 1.0\text{ cm}$  的情况下,不同介电常数介质填充时的共振频率模拟值<sup>[8]</sup>和理论公式推导值,二者基本一致。注意公式应用范围必须满足  $t \ll r, W \ll L$ 。

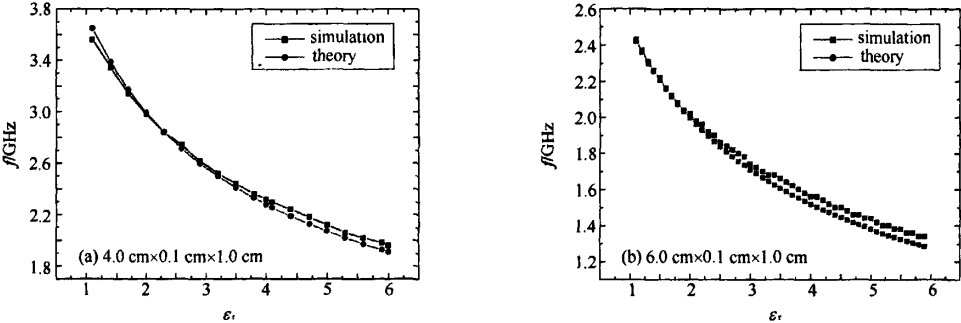


Fig. 5 Resonant frequency of narrow dielectric slot vs dielectric constant

图 5 介质填充窄缝的共振频率随介电常数的变化

3 窄缝阵列

当分析窄缝阵列时,需要在引入互补天线的情况下引入天线阵列概念。天线阵列阵函数与阵元是何种天线无关,以下以垂直设置的真空填充窄缝为例,求解线阵和面阵的方向图,依照此例也可以求解平行设置的孔缝或介质填充孔缝的方向图。

考虑到接收天线的归一化原则,引入中心振子归一化因子,则可以得到理想窄缝二元阵的方向图为

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\cos(kL \cos\theta) - \cos(kL)}{\sin\theta[1 - \cos(kL)]} \cos\left[\frac{1}{2}(kd \sin\theta \cos\varphi)(1 - \sin\varphi)\right] \tag{11}$$

如图 6 所示,其中  $d/L=1/6, kL=\pi$ ,窄缝阵元的偏移角对方向图影响较大。取最大方向即  $\theta=\pi/2$ ,得到半波振子水平二元阵最大方向系数随平行辐射角的变化,如图 7 所示。一般研究问题满足远场条件,水平偏移角变化在偏移垂直方向  $\pm 5^\circ$  之内,最大方向系数变化在 5% 以内,因此一般认为阵列中的天线元是等幅同相的。

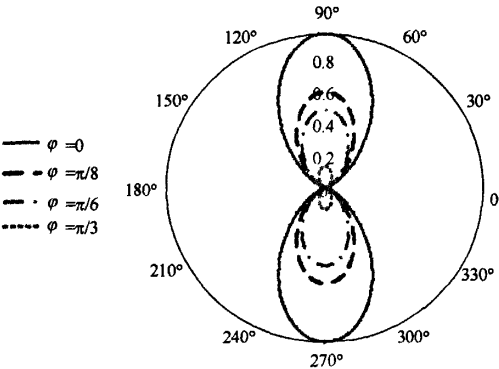


Fig. 6 Pattern of the binary array for element half-wave dipole antenna at different deviation angles

图 6 不同偏移角时半波振子二元阵方向图

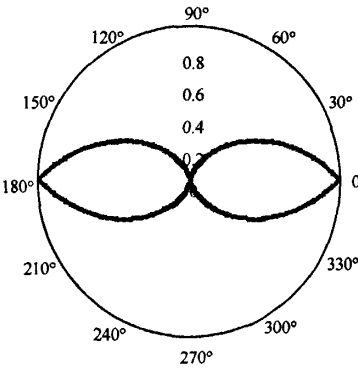


Fig. 7 Maximal radiation direction of the binary array for element half-wave dipole antenna at different deviation angles

图 7 半波振子二元阵最大方向系数变化随水平偏移角的变化

不考虑互耦效应,等幅同相  $N$  元直线阵列的阵函数为

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\cos(kL \cos\theta) - \cos(kL)}{\sin\theta[1 - \cos(kL)]} \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(Nkd \sin\theta \cos\varphi)\right]}{N \sin\left[\frac{1}{2}(kd \sin\theta \cos\varphi)\right]} \quad (12)$$

互耦是两个天线间的能量相互耦合效应或电磁感应。由于阵元具有较宽的方向图,故不可能将能量集中在某一方向辐射,或者只接收一个方向的人射波。阵元的互耦效应是通过阵元间互相传播的耦合波实现的,由于这种耦合波是在阵口径表面上传播的,故可将其视为一种表面波。当然此种表面波也可以看作是列阵天线之菲涅耳区内口径横向场,称为近场耦合。对于元间距为半个波长左右的半波振子阵。在沿振子臂方向上其互耦作用大约在左右侧 3 个振子内有效。

对一个阵元相同间距相等的无限面阵,在等幅激励的情况下,阵口径相位分布是线性时,其互耦效应可以视为阵元与阵元间的反射与反射问题。

对于任一元其人射波电压幅值为  $a$ , 反射波电压幅值为  $b$ , 它们间的关系可用散射矩阵来描述,即

$$[b] = [S][a] \quad (13)$$

式中:  $b_{mn} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{mn,pq} a_{pq}$ ;  $a_{pq} = a_{00} \exp[-j(p\phi_x + q\phi_y)]$ 。系数  $C_{mn,pq}$  称为第  $(m, n)$  元与第  $(p, q)$  元间的耦合系数,也称散射系数。

从而可以得到  $a_{00}$  元的反射系数为

$$\Gamma_a = \frac{b_{00}}{a_{00}} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{00,pq} \frac{a_{pq}}{a_{00}} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_{00,pq} \exp[-j(p\phi_x + q\phi_y)] \quad (14)$$

其中  $\phi_x = kd_x \sin\theta \cos\varphi$ ,  $\phi_y = kd_y \sin\theta \sin\varphi$ 。

辐射功率反射系数

$$\eta_p = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Gamma_a(\phi_x, \phi_y)|^2 d\phi_x d\phi_y = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |C_{00,pq}|^2 \quad (15)$$

考虑互耦条件,1 维天线阵列的辐射方向图为

$$\Gamma_{ai} = \sum_p C_{i,p} \exp(-jp\phi_x) \quad (16)$$

$$F(\theta, \varphi) = \frac{\cos(kL \cos\theta) - \cos(kL)}{\sin\theta[1 - \cos(kL)]} \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(Nkd \sin\theta \cos\varphi)\right]}{N \sin\left[\frac{1}{2}(kd \sin\theta \cos\varphi)\right]} \sum_i^N (1 - |\Gamma_{ai}|) \quad (17)$$

互耦系数的求解非常复杂,多年来的研究得到了部分变化趋势。对于 1 维阵列互耦系数的幅值将随阵元数或阵元个数间距增加单调下降。且对于远离激励元的阵元在 5 个以上时,耦合系数的幅值衰减将达到一渐近区。在渐近区内耦合系数幅值随阵元个数或间距的变化,如果用双对数坐标绘制其关系曲线,这条曲线在 5 阵元以后将接近斜率  $K = -3/2$  的直线。即正比于  $(nd)^{-3/2}$ ,  $d$  表示耦合阵元距离,  $n$  表示相应阵元数。对多个孔缝近似求积分,则耦合系数幅值之和与  $(nd)^{-1/2}$  成正比。孔缝阵列中心孔缝的耦合电场最小而越往边沿孔缝的电场增强的现象以及阵列中的每个孔缝则耦合电场都小于单个耦合孔缝的电场。图 8 为不同个数孔缝的中心孔缝耦合场强最大值随孔缝个数的变化双对数曲线,由线性拟合可得平均耦合场强与  $n^{-0.445}$  成正比,与理论推导较为接近,证明天线阵列的分析方法可以用来解释和指导孔缝阵列耦合性能的分析。

#### 4 结 论

根据麦克斯韦方程组的电场和磁场的对偶关系,引入了互补天线的概念。理想矩形缝隙天线与形状和尺

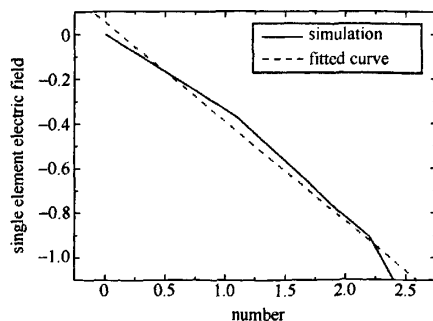


Fig. 8 Coupling field of narrow slot array center vs slot number

图 8 窄缝阵列中心孔缝耦合电场与孔缝个数的双对数图

根据麦克斯韦方程组的电场和磁场的对偶关系,引入了互补天线的概念。理想矩形缝隙天线与形状和尺

寸均相同的带状振子天线视为互补天线。通过对对称振子天线的远区辐射场及方向图进行分析,由于矩形孔缝的两端相当于短路,从而所得到的板状振子可由连接匹配负载的对称振子天线近似,理想窄缝的共振频率特性与半波振子天线的辐射特性呈对偶关系,共振点满足孔缝长度等于入射波的半个波长。在孔缝长度小于 5 倍波长、辐射角度偏离垂直方向小于  $30^\circ$  的情况下,孔缝的共振频率点仍然可以用半波振子的辐射情况来解释,从而决定了远区耦合孔缝阵列中的各孔缝耦合共振频率点基本一致。

金属中电磁波的能量主要是磁场能量,考虑孔缝空间电场与天线空间磁场的转换,介质窄缝等效为金属带状振子嵌入无限大介质板平面内。在孔缝厚度远远小于耦合距离时,单个带状振子的场与介质板上的双面贴片的双平行振子的电场几乎相同,在考虑对称关系的情况下,双面贴片可以用半个孔缝深度的微带贴片天线近似,进而得到介质填充孔缝的共振频率公式,不同介电常数介质填充时的共振频率理论公式推导值和数值模拟值的基本一致,相对误差在 5% 以内。文中进一步分析了窄缝阵列的耦合性能,结果表明互补天线原理可以很好地应用于分析和求解孔缝的共振性能。

其它形状的孔缝在  $t \ll r$  的情况下也可以用微带贴片天线近似,如果是真空孔缝,由有效介电常数的定义可以得到有效介电常数即为相对介电常数。

### 参考文献:

- [1] 王建国, 刘国治, 周金山. 微波孔缝线性耦合函数研究[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(11): 1093-1099. (Wang Jianguo, Liu Guozhi, Zhou Jinshan. Investigations on function for linear coupling of microwaves into slot. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, 15(11): 1093-1099)
- [2] 王建国, 刘国治, 陈雨声, 等. 微波脉冲孔缝线性耦合的数值与实验研究[J]. 微波学报, 1995, 12(4): 244-251. (Wang Jianguo, Liu Guozhi, Chen Yusheng, et al. Numerical and experimental investigations on linear couplings of microwave pulses into slots. *Journal of Microwaves*, 1995, 11(4): 244-251)
- [3] 周金山, 刘国治, 王建国, 等. 矩形孔缝耦合特性实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(12): 1228-1232. (Zhou Jinshan, Liu Guozhi, Wang Jianguo, et al. Experimental studies on coupling characteristics of rectangular slot. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, 15(12): 1228-1232)
- [4] 王建国. 高功率微波脉冲孔缝耦合的理论和数值模拟研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 1997. (Wang Jianguo. Theoretical and numerical studies on couplings of high-power microwave pulses into slots. Xi'an: Xidian University, 1997)
- [5] 周金山, 刘国治, 彭鹏, 等. 不同形状孔缝微波耦合的实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2004, 16(1): 88-90. (Zhou Jinshan, Liu Guozhi, Peng Peng, et al. Experimental studies on microwave coupling coefficient for different-shaped apertures. *High Power Laser and Particle Beams*, 2004, 16(1): 88-90)
- [6] Golio J M. The RF and microwave handbook[M]. Boca Raton: CRC Press LLC, 2001.
- [7] Franco D P. Networks and devices using planar transmission lines[M]. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000.
- [8] 李锐. 微波脉冲与带孔腔腔体、带介质窗口腔体耦合的研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007. (Li Rui. The study on the coupling of microwave pulses into the cavity with aperture arrays and the cavity with a dielectric slot. Changsha: National University of Defense Technology, 2007)

## Resonant performance of microwave-slot coupling derived using complementary antenna theory

Zhu Zhanping, Qian Baoliang

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** With the complementary antenna theory, this paper deduced the resonant frequencies of narrow slots. When the length of a vacuum slot is less than 5 times of the incident wavelength and the deviation angle of radiation relative to the perpendicular direction is less than  $30^\circ$ , the radiation of the slot can be explained by that of the dipole antenna, and resonances occurs when the slot length equals to half wavelength. The dielectric slot can be equivalent to a microstrip and printed antenna with a depth half that of the slot. The theory expression matches the simulation results well with relative deviation below 5%. A further analysis of the coupling performance of the microwave-slot array indicates that the complementary antenna theory applies well in the study of microwave-slot coupling.

**Key words:** control theory; complementary antenna; resonant effect; resonant frequency; microwave-slot coupling

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>