

阵列天线 DOA 估计中 MUSIC 算法性能综合分析

杨桂芹, 房琪, 胡滢

(兰州交通大学 电子与信息工程学院, 甘肃 兰州 730070)

摘 要:阵列信号处理是现代信号处理中的一个重要分支,而信源定位又是阵列信号处理中的重要应用.常规的子空间算法——MUSIC 算法可对到达角(DOA)实现超分辨率估计.然而,MUSIC 算法的超分辨率是在阵列信号模型精确条件下得到的,阵元数、阵元间距、信噪比、快拍数等因素对 MUSIC 算法的分辨率都会产生一定的影响.本文通过仿真,综合分析了阵元数、阵元间距、信噪比、快拍数等因素对 MUSIC 算法的分辨率产生的影响,同时表明了,快拍数相对其它参数对 MUSIC 算法分辨率的影响要小.

关键词:MUSIC 算法;综合仿真;DOA

中图分类号:TN912

文献标志码:A

0 引言

阵列信号处理是现代信号处理中的一个重要分支,作为空间谱的重要分支的波达方向(DOA)估计——阵列测向技术^[1],是阵列信号处理中的一个重要研究方向,该技术在雷达、声纳、移动通信等阵列信号处理领域中有着广泛的应用. R. O. Schmit 提出的 MUSIC 算法是超分辨率阵列测向技术中一种典型的算法^[2],其估计性能能够达到 Cramer-Rao 下界.然而,MUSIC 算法的超分辨率一般是在阵列信号模型精确条件下得到的,而阵列天线的阵元数、阵元间距,以及信噪比、快拍数等对 MUSIC 算法的分辨率都存在一定的影响.比如,阵元间距会导致 MUSIC 算法的空间谱 DOA 估计出现虚假谱峰^[3],使算法失效.因此针对以上原因,B. Porat 提出使用相对有效参数来对 MUSIC 算法进行分析^[4],H. Wang 提出使用根值均方误差来对 MUSIC 算法精度进行讨论^[5].本文通过仿真,针对 MUSIC 算法,综合分析了各个因素变化时对其分辨率产生的影响,为实际应用提供参考.

1 经典 MUSIC 算法^[6]

设天线阵列 L 为均匀线阵,阵元数为 M ,阵元间距为 d ,阵列如图 1 所示.

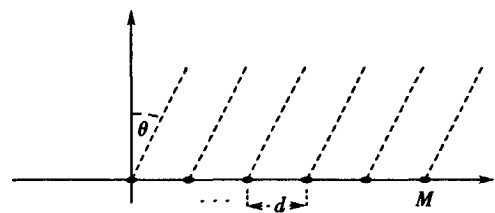


图1 等间距线性天线阵列

Fig. 1 Equally spaced linear antenna

假设有 N 个远场窄带信号入射到该阵列上,在理想情况下,阵列中各阵元是同向同性的且不存在通道不一致、互耦等因素影响.则第 l 个阵元接收信号为

$$x_l(t) = \sum_{i=1}^N g_{li} s_i(t - \tau_{li}) + n_l(t), \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

式中: g_{li} 为第 i 个信号的增益,在理想情况下,该增益可以省略; $n_l(t)$ 表示第 l 个阵元在 t 时刻的噪声; τ_{li} 表示第 i 个信号到达第 l 个阵元时相对于参考阵元的时延.将 M 个阵元在特定时刻接收的信号排成一个列矢量,可得

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-j\omega_0 \tau_{11}} & e^{-j\omega_0 \tau_{12}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{1N}} \\ e^{-j\omega_0 \tau_{21}} & e^{-j\omega_0 \tau_{22}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{2N}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ e^{-j\omega_0 \tau_{M1}} & e^{-j\omega_0 \tau_{M2}} & \dots & e^{-j\omega_0 \tau_{MN}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ \vdots \\ S_N(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \vdots \\ n_M(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

将其写成矢量形式为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (3)$$

其中: $\mathbf{X}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量; $\mathbf{N}(t)$ 为阵列的 $N \times 1$ 维噪声数据矢量; $\mathbf{S}(t)$ 为空间信号的 $N \times 1$ 维矢量; $\mathbf{A}$ 为空间阵列的 $M \times N$ 维流型矩阵(导向矢量阵), 且

$$\mathbf{A}(\theta) = [a_1(\omega_0), a_2(\omega_0), \dots, a_N(\omega_0)] \quad (4)$$

其中: 导向矢量

$$a_i(\omega_0) = (\exp(-j\omega_0\tau_{1i}), \exp(-j\omega_0\tau_{2i}), \dots, \exp(-j\omega_0\tau_{Ni}))^T, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

式中: ω_0 是入射信号角频率。

由以上可知窄带远场信号的 DOA 数学模型为式(3), 则列数据的协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}E[\mathbf{S}\mathbf{S}^H]\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (6)$$

由于信号与噪声互相相关, 数据协方差矩阵可分解为与信号、噪声相关的两部分, 其中: $\mathbf{R}_s$ 是信号的协方差矩阵; $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H$ 是信号部分。

进行特征分解有 $\mathbf{R} = \mathbf{U}_s\boldsymbol{\Sigma}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_N\boldsymbol{\Sigma}_N\mathbf{U}_N^H$ (7) 式中: $\mathbf{U}_s$ 是由大特征值对应的特征矢量张成的子空间也即信号子空间, 而 $\mathbf{U}_N$ 由小特征值对应的特征矢量张成的子空间也即噪声子空间。

在理想条件下数据空间的信号子空间与噪声子空间是相互正交的, 即信号子空间中的导向矢量也与噪声子空间正交, 即:

$$\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_N = 0 \quad (8)$$

经典的 MUSIC 算法正是基于上述这个性质提出的, 但考虑到实际矩阵是有限长的, 即数据协方差矩阵的最大似然估计为

$$\mathbf{R}' = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{X}\mathbf{X}^H \quad (9)$$

对 $\mathbf{R}'$ 进行特征分解可以计算得到噪声子空间特征矢量矩阵 $\mathbf{U}'_N$ 。由于噪声的存在, $\mathbf{a}(\theta)$ 与 $\mathbf{U}'_N$ 并不能完全正交。因此, 实际上求 DOA 是以最小优化搜索实现的, 即:

$$\theta_{\text{MUSIC}} = \arg \min_{\theta} \mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}'_N\mathbf{U}'_N^H\mathbf{a}(\theta) \quad (10)$$

所以, MUSIC 算法的谱估计公式为

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}'_N\mathbf{U}'_N^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (11)$$

MUSIC 算法的计算步骤:

- 1) 由阵列的接收数据得到数据协方差矩阵 $\mathbf{R}'$, 即式(6);
- 2) 对 $\mathbf{R}'$ 进行特征分解;
- 3) 对 $\mathbf{R}'$ 的特征值进行信号源数判断;

4) 确定信号子空间 $\mathbf{U}'$, 与噪声子空间 $\mathbf{U}'_N$;

5) 根据信号参数范围由式(11)进行谱峰搜索;

2 MUSIC 算法仿真及综合性能分析

2.1 入射角度对 MUSIC 算法分辨率的影响

仿真模型为 8 阵元均匀天线阵, 阵元间距为载波波长的 1/2。该实验采用 3 个相互独立的谐波信号源, 信号源到达角位置分别为 $0^\circ, 5^\circ, 60^\circ$ 快拍数为 200, 信噪比为 -15 dB, 得仿真图 2。将 3 个信号源到达角改为 $0^\circ, 2^\circ, 60^\circ$, 得到仿真图 3。

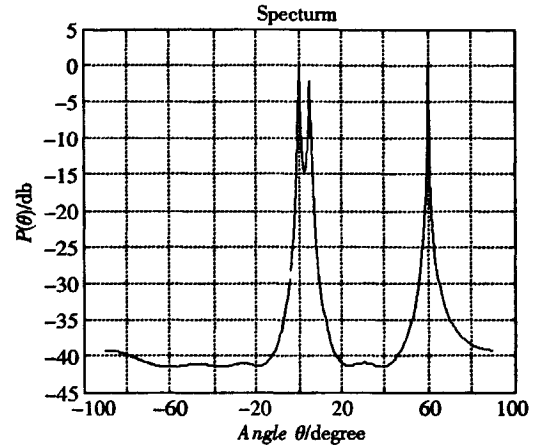


图2 入射角度对 MUSIC 谱的影响

Fig. 2 The influence caused by DOA

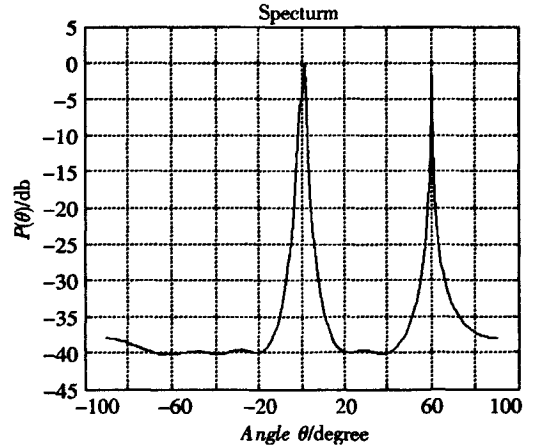


图3 入射角度对 MUSIC 谱的影响

Fig. 3 The influence caused by DOA

由图 3 可以看出, MUSIC 算法拥有可靠的准确性, 但当入射角过于接近时, MUSIC 算法比较难以区分入射角度。因此, 入射角度过于接近, 将严重影响 MUSIC 算法的分辨率。

2.2 信源相干性对 MUSIC 算法分辨率的影响

采用的仿真实验阵列模型同上。入射角度为 $0^\circ, 5^\circ, 60^\circ$, 将 3 个谐波信号源改为相干信号源。

从上图 4 可看出, 仿真图上的线谱峰值已经不

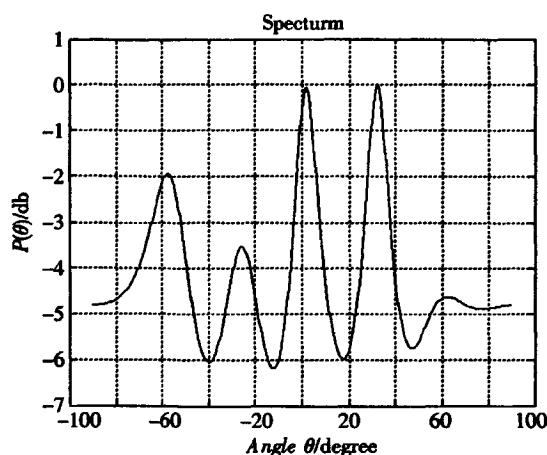


图4 相干信号源条件下的 MUSIC 谱

Fig. 4 The MUSIC spectrum under coherent sources case

再对应入射角度. 这是因为, 当信号源完全相干时, 阵列的数据协方差矩阵的秩降为 1, 显然这就会导致信号子空间的维数小于信号源数. 也就是说信号子空间“扩散”到了噪声子空间, 这会导致某些相干源的导向矢量与噪声子空间不完全正交, 从而无法正确估计信号方向. 因此, 当信源为相干信源时, 传统的 MUSIC 算法失效.

2.3 信噪比对 MUSIC 算法的影响

仿真模型为 8 阵元均匀天线阵, 阵元间距为载波波长的 1/2. 该实验采用 3 个相互独立的谐波信号源, 信号源到达角位置分别为 0° , 5° , 60° , 快拍数为 200. 信噪比由 -30 dB 到 30 dB.

由图 5、图 6 和图 7 可以看出, MUSIC 算法随着信噪比的增加分辨率相应提高. 在仿真过程中, 随着信噪比的降低分辨率不仅逐渐降低, 而且当信噪比降低到 -30 dB 时, 两信号谱峰出现叠加现象, 几乎不能分辨. 由此可见, 信噪比是影响 MUSIC 算法分辨率的一个重要因素.

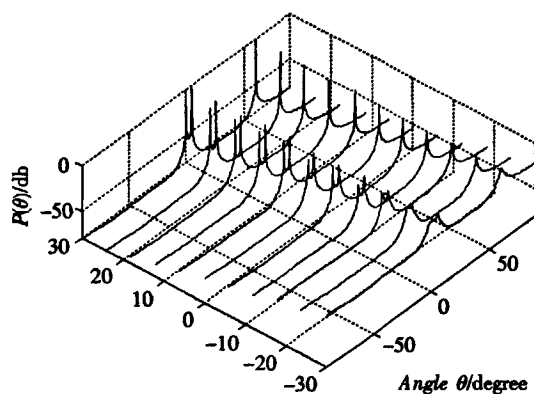


图5 信噪比对 MUSIC 谱的影响

Fig. 5 The influence caused by SNR

2.4 阵元间距对 MUSIC 算法分辨率的影响.

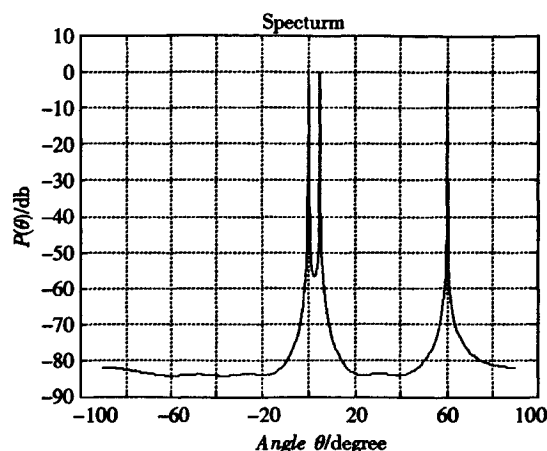


图6 SNR=30 时 MUSIC 谱情况

Fig. 6 The MUSIC spectrum when SNR=30

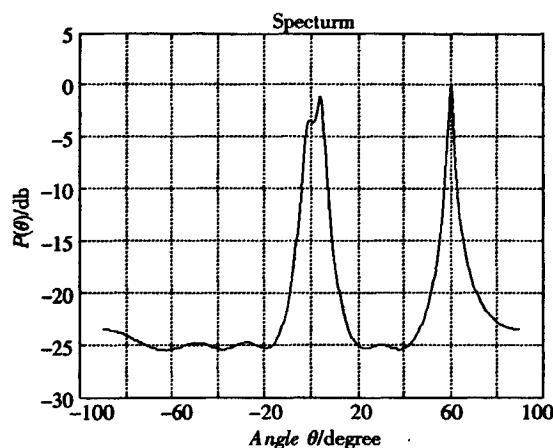


图7 SNR=-30 时 MUSIC 谱情况

Fig. 7 The MUSIC spectrum when SNR=-30

设信号信噪比为 -15 dB, 阵元间距与载波的比值为 μ , μ 取值由 0.1 到 1. 天线阵模型及其它参数如 2.3.

由图 8、图 9 和图 10 可以看出, 阵元间距也是影响 MUSIC 算法分辨率的一个重要因素. 当 μ (即阵元间距与载波的比值) 小于 0.5 时, 不会出现虚假谱峰, 并且 MUSIC 算法的性能也会随着阵元间距的增大而改善. 当 μ 大于 0.5 时, 在一定角度范围内, 会出现虚假谱峰. 因此在 μ 取值的问题上, 应以 $\mu=0.5$ 为最佳方案.

2.5 阵元数对 MUSIC 算法分辨率的影响

设信号信噪比为 -15 dB, 阵元数 M 由 3 到 21. 阵元模型及其它参数如 2.3.

由图 11、图 12 和图 13 可看出, 随着阵元数的增加, MUSIC 算法的分辨率也相应增加. 当阵元数小于或等于信号源个数时, MUSIC 算法所涉及的子空间将不存在, 故在图上无法正确表示出波达角

($M=3$ 所对应的平面无图形). 但是, 当阵元数增加时, 有很好的分辨率, 相对应的计算量也会增大. 故在保证算法分辨率的前提下, 应选取适当的天线阵元数.

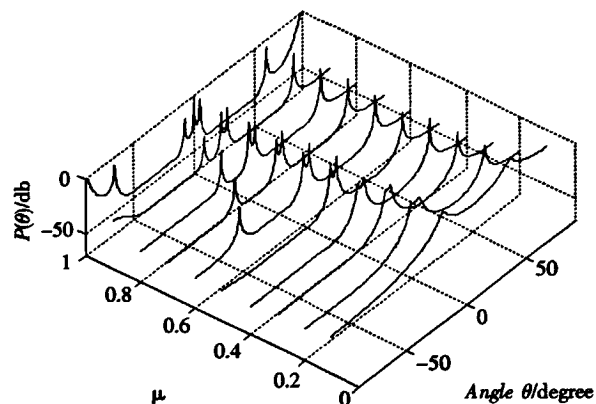


图 8 阵元间距对 MUSIC 谱的影响

Fig. 8 The influence caused by the array element spacing

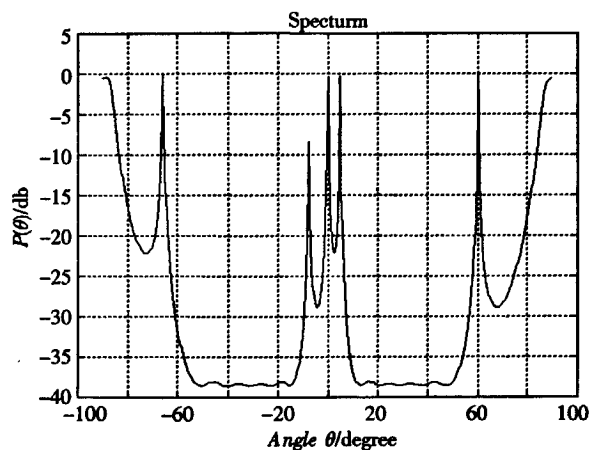


图 9 $\mu=1$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 9 The MUSIC spectrum when $\mu=1$

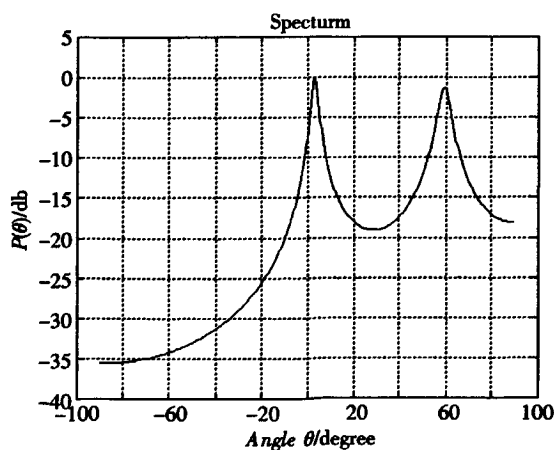


图 10 $\mu=0.1$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 10 The MUSIC spectrum when $\mu=0.1$

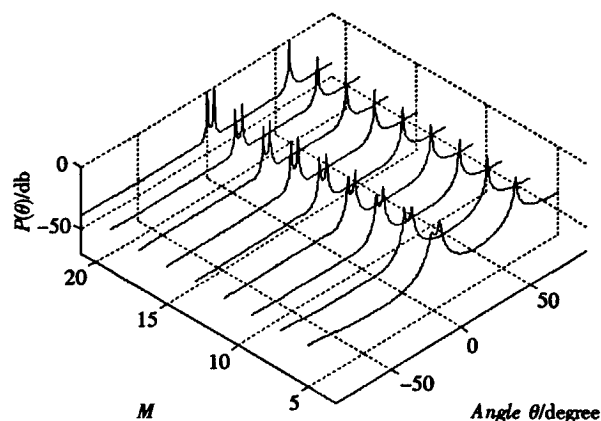


图 11 阵元数对 MUSIC 谱的影响

Fig. 11 The influence caused by the number of array element

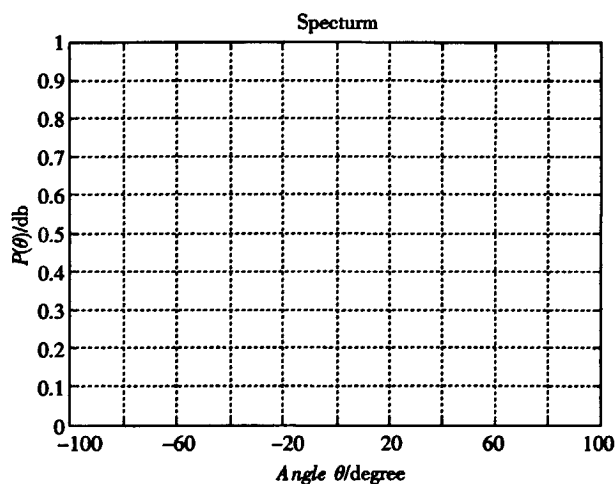


图 12 $M=3$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 12 The MUSIC spectrum when $M=3$

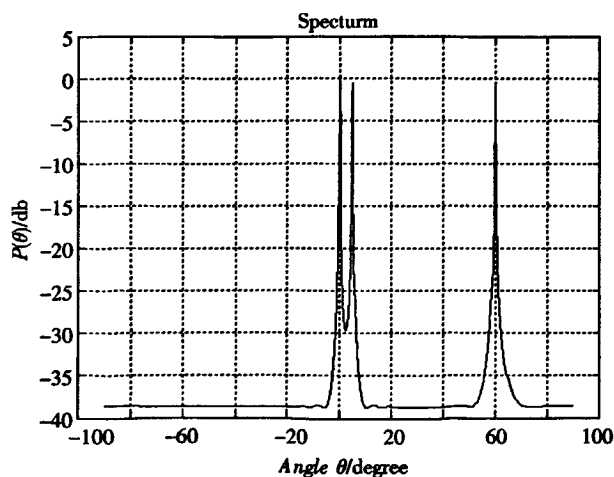


图 13 $M=21$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 13 The MUSIC spectrum when $M=21$

2.6 快拍数对 MUSIC 算法分辨率的影响

设信噪比为 -15 dB ,快拍数由10到550.阵列模型及其它参数如2.3.

由图14、图15和图16可看出,随着快拍数的增加,MUSIC算法的分辨率也相应地增加.当快拍数 N 由510降到10时,仿真图上的谱线峰值仍然对应入射角,再通过与前面仿真图对比,可以看出快拍数的变化对MUSIC算法分辨率的影响比其它参数相对要小.而且,快拍数增加时,相对应的计算量也会增大.因此在保证分辨率的情况下,应适当选取快拍数.

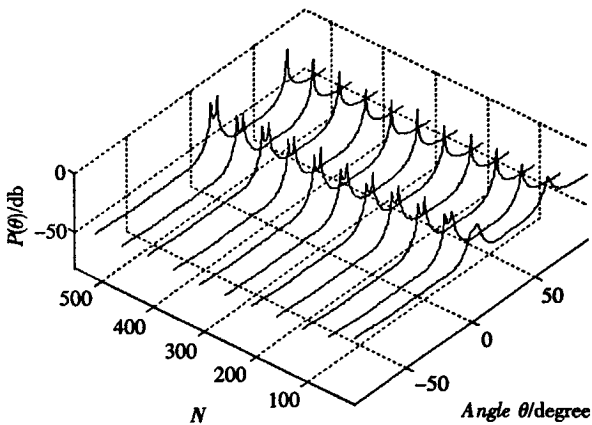


图14 快拍数对 MUSIC 谱的影响

Fig. 14 The influence caused by the number of snapshots

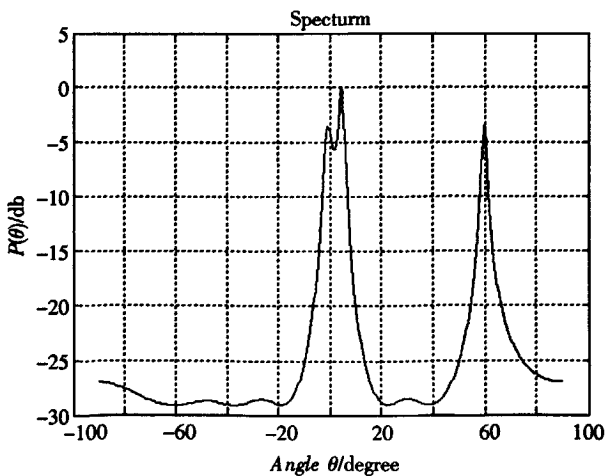


图15 $N=10$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 15 The MUSIC spectrum when $N=10$

2.7 综合分析

通过仿真可得到以下结论:

- 1) MUSIC 算法在理想情况下可对阵列天线 DOA 实现超分辨率测向.
- 2) 当信号源完全相干时,MUSIC 算法失效.

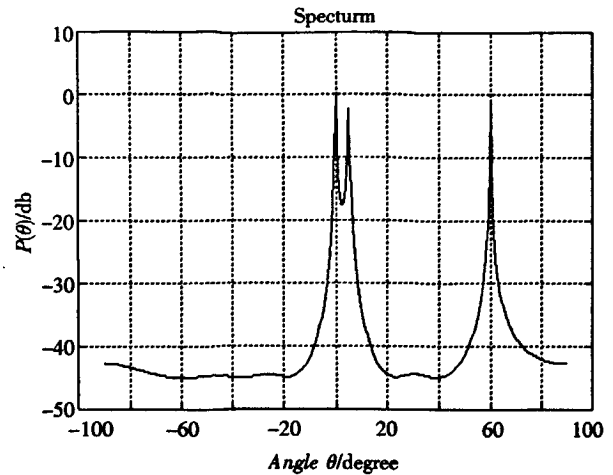


图16 $N=510$ 时的 MUSIC 谱情况

Fig. 16 The MUSIC spectrum when $N=510$

3) 当信源入射角过度接近时,对 MUSIC 算法产生严重影响,使其无法正确分辨出入射角.

4) MUSIC 算法的分辨率随着信噪比的增大也相应的增大.

5) MUSIC 算法的分辨率与阵元间距有着密切联系.当阵元间距大于载波波长的一半时,在一定范围内会出现虚假谱峰;当阵元间距小于载波波长一半时,随着间距的增大,MUSIC 算法的分辨率也会相应增大.

6) 当阵元数小于或等于信源个数时,MUSIC 算法所涉及的子空间将不存在;阵元数增大时 MUSIC 算法的分辨率也相应地增大.但是,当阵元数增加时,相对应的计算量也会增大.故在保证算法分辨率的前提下,应选取适当的天线阵元数.

7) MUSIC 算法的分辨率随着快拍数的增加而相应的增加.但是快拍数的变化对 MUSIC 算法分辨率的影响比其它参数相对要小.

3 结束语

本文通过对 MUSIC 算法进行仿真,综合分析各个因素变化对其分辨率产生的影响,得出了一般性的规律,旨在为实际空间谱估计时提供参考,具有一定的应用价值.

参考文献:

- [1] 王永良,陈辉,彭应宁,等.空间谱估计理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2005.
- [2] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans, 1986, AP-34(3):

- 276-280.
- [3] Zoltowski M D, Mathews C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatiotemporal sampling[J]. IEEE Trans, 1994, sp-42(10): 2781-2794.
- [4] Porat B, Friedlander B. Analysis of the asymptotic relative efficiency of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans, 1988, ASSP36(4): 532-544.
- [5] Wang H, Kaveh M. On the performance of signal-subspace processing—Part I: Narrow-band system[J]. IEEE Trans, 1986, ASSP-34(10): 1201-1209.
- [6] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京:清华大学出版社, 1994.

Comprehensive Performance Analysis of MUSIC Algorithm of Array Antenna DOA

YANG Gui-qin¹, FANG Qi², HU Ying³

(School of Electronic & Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: Array signal processing is an important branch of the modern signal processing, and the source orientation is an important application of array signal processing. The MUSIC algorithm, as a conventional subspace algorithm, can super distinguish the direction of arrival(DOA). However, the super-resolution of MUSIC algorithm can be got only in the condition of precise array signal model. The array element number, array element spacing, signal-noise ratio, number of snapshots and other factors can affect the resolution of MUSIC algorithm. Through the simulation, the influence of the array element number, array element spacing, SNR, number of snapshots and other factors on the resolution of MUSIC algorithm is comprehensively analyzed the impact of the resolution, and it is indicated that the number of snapshots on the resolution of MUSIC algorithm is smaller compared with other parameters.

Key words: MUSIC algorithm; comprehensive simulation; DOA

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训：

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>