

# 利用时域积分方程求解天线瞬态响应

赵庆广 赵延文 毕海燕 聂在平

(电子科技大学电子工程学院, 四川 成都 610054)

**摘要** 本文利用时域积分方程方法求解天线瞬态响应, 并通过傅氏变换求天线不同频率下的辐射方向图和输入阻抗。时域积分方程后时稳定性通过采用隐式时间步进算法和精确的积分技术来改善。数值结果表明采用时域积分方程方法分析天线是精确的。

**关键词** 时域积分方程, 蝶形天线, MOT, 卷积

## 1 引言

时域积分方程(TDIE)是分析任意复杂瞬态电磁辐射问题的方法之一。和频域方法相比, 经过一次计算就可以得到天线的宽频响应; 和微分方程相比, 仅仅需要离散天线的表面, 减少了未知量, 自动满足吸收边界条件。然而后时不稳定限制了它在电磁辐射问题中的应用。许多的学者对此进行了广泛的研究, Rynne<sup>[1]</sup>和Vechinski<sup>[2]</sup>提出了电流空时平均方法。Rao和Sarkar提出了隐式时间步进算法<sup>[3]</sup>。由于采用TDIE分析线天线较多<sup>[4][5]</sup>。本文采用隐式步进算法, 同时采用精确的积分技术, 求解蝶形面天线的瞬态响应, 并通过傅氏变换求解该天线不同频域下的辐射方向图和输入阻抗。

## 2 时域电场积分方程及其数值求解

假设 $S$ 为位于均匀介质中开放或者封闭的理想导体天线表面, 根据理想导体表面边界条件, 可建立满足边界条件时域电场积分方程(TDEFIE)为

$$\mathbf{E}_{\text{tan}}^{\text{inc}}(\mathbf{r}, t) = \left[ \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \right]_{\text{tan}}, \mathbf{r} \in S \quad (1)$$

其中 $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ 和 $\Phi(\mathbf{r}, t)$ 分别为矢量位和标量位, 并可表示为

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t)}{R} * \delta(t - \frac{R}{c}) dS' \quad (2)$$

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \int_S \left[ \int_{-\infty}^t \frac{-\nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}', t')}{4\pi\epsilon R} dt' \right] * \delta(t - \frac{R}{c}) dS' \quad (3)$$

式中 $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ 表示场点 $\mathbf{r}$ 和源点 $\mathbf{r}'$ 之间的距离;  $\epsilon$ 和 $\mu$ 分别为天线周围介质的介电常数和磁导率, 而 $c$ 为电磁波在其中传播的速度。

天线表面电流 $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ 可以用RWG空间基函数 $\mathbf{f}_n(\mathbf{r})$ , 和三角型时间基函数 $T_l(t)$ 近似表达为

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_t} I_n^l T_l(t) \mathbf{f}_n(\mathbf{r}) \quad (4)$$

其中 $I_n^l$ 为与时空基函数 $\mathbf{f}_n(\mathbf{r})T_l(t)$ 相关的待求加权系数。将式(4)代入方程(1), 并且在空间上采用伽略金方法, 在时间上采用点匹配方法(时间匹配点为 $k\Delta t$ )可将方程(1)离散成矩阵方程:

$$\mathbf{M}_0 \cdot \mathbf{I}_k = \mathbf{V}_k^{\text{inc}} - \sum_{l'=1}^{k-1} \mathbf{M}_{l'} \cdot \mathbf{I}_{k-l'} \quad (5)$$

其中,

$$\mathbf{M}_l(m, n) = \int_{S_n} \frac{\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\mathbf{r})}{4\pi\epsilon} \left[ \int_0^t T(t') dt' * g_{s,n}(t, \mathbf{r}) \right]_{t=l\Delta t} dS + \frac{\mu}{4\pi} \int_{S_n} \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \left[ \frac{\partial T(t)}{\partial t} * g_{v,n}(t, \mathbf{r}) \right]_{t=l\Delta t} dS \quad (6)$$

$$g_{s,n}(t, \mathbf{r}) = \int_{S_n} \frac{\nabla' \cdot \mathbf{f}_n(\mathbf{r}')}{R} \delta(t - R/c) dS' \quad (7)$$

$$g_{v,n}(t, \mathbf{r}) = \int_{S_n} \frac{\mathbf{f}_n(\mathbf{r}')}{R} \delta(t - R/c) dS'$$

$$\mathbf{V}_k^{\text{inc}}(m) = \int_S \mathbf{f}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^i(\mathbf{r}, t_k) dS \quad (8)$$

对于天线问题, 在第 $m$ 个公共边采用 $\delta$ 源激励, 则

$$V_k^{inc}(m) = \int_S f_m(r) \cdot E^l(r, t_k) dS = I_m V(t_k) \quad (9)$$

若采用高斯脉冲源激励, 则

$$V(t) = V_0 \frac{4}{\sqrt{\pi} T} \exp(-\gamma^2) \quad (10)$$

其中  $\gamma = 4(ct - ct_0)/T$ ,  $T$  为高斯脉冲的宽度,  $t_0$  为延时。

由第  $(k-1)$  个时间步以前的电流和第  $k$  个时间步的激励电压, 通过解矩阵方程 (5) 就可以计算出第  $k$  个时间步上的电流。

### 3. 精确的积分技术

精确计算时域阻抗矩阵元素是稳定求解 TDIE 的关键。它需要计算场单元和源单元上的空时积分。通常通过在场单元和源单元多结点 2D 高斯积分法近似计算, 对于源单元上的空时积分, 由于时间基函数的分域性, 使得积分区域不再是整个源三角形单元, 而应是满足  $(l-1)c\Delta t \leq |R| \leq (l+1)c\Delta t$  的环形区域和源三角形单元的交集, 若在源三角形单元上采用 2D 高斯积分法, 将导致较大的积分误差, 且时间步长越小误差就越大。为精确计算式 (6), 外层场三角形单元上的面积分仍然采用高斯积分法, 而源三角形单元上的空时积分转变成成为 1D 时间卷积和具有解析结果的源三角单元上的空间积分。从 (7) 可以看出, 要计算其源三角单元上的空间面积分仅需要计算积分,

$$I_n(r, t) = \int_{T_n} \left( \frac{1}{(r' - r_n)} \right) \frac{\delta(t - R/c)}{R} dS' \quad (11)$$

上式中  $r_n$  为第  $n$  个基函数的自由节点,  $T_n$  为源三角单元。文献 [6] 推导出了 (11) 式的解析表达式。

源单元空时积分被转化成 1D 时间卷积积分和 1D 空间解析积分。由于解析积分总是精确的, 1D 时间卷积积分又可以足够精确的计算, 所以这种积分技术的计算精度很高, 不但适合非奇异性积分, 也适合奇异性和近奇异性积分; 还可以克服在较小时时间步长的条件下高斯积分精度不够的缺点。

### 4 数值结果

为了验证本文方法的正确性, 选择长宽均为 0.2m 的蝶形天线为计算模型, 该天线中心为馈电端口, 如图 1 所示

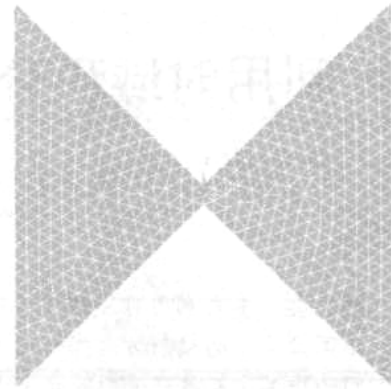


图1 蝶形天线

馈电电压选为高斯脉冲, 脉冲宽度  $T$  为 0.21m(光米), 延时为 0.31m, 为了计算, 将该天线被剖分为 874 个三角形单元, 1246 个未知电流, 由于天线的输入阻抗和馈电端口的细节关系很大, 馈电端口被剖分为两个基函数。时间步长为 0.01ns, 计算天线的时域响应。图(2)给出了计算 2000 个时间步得到的馈电端口处的电流。对天线的时域响应做傅氏变换可以得到天线的频域特性, 图(3)给出了计算得到的各频点下的天线 H 面 (YOZ 面) 归一化方向图。图(4)为该天线的输入阻抗。归一化方向图和输入阻抗均和矩量法(MoM)的计算结果相吻合。

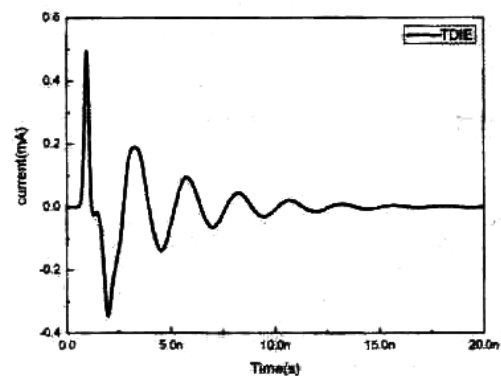
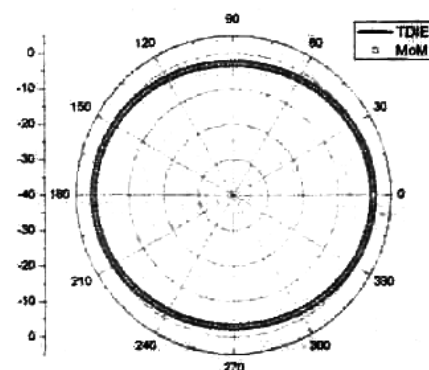
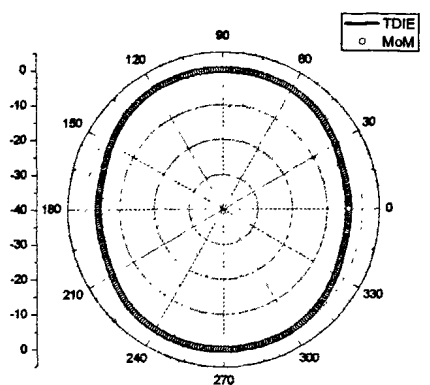


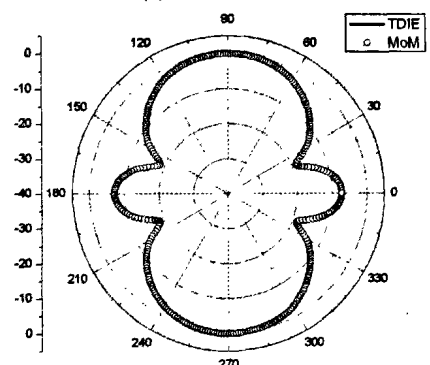
图2 馈电端口电流



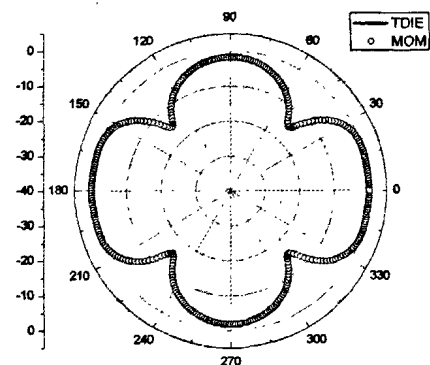
(a) 频率为 1GHz



(b)频率为 2GHz



(c)频率为 3GHz



(d)频率为 4GHz

图(3) H 面的归一化方向图

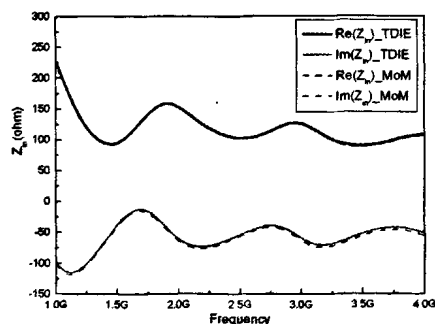


图 4 馈电端口的输入阻抗

## 4 结论

本文利用隐式时间步进算法和精确的积分技术, 稳定准确求解了蝶形天线的瞬态响应和不同频率下的方向图和输入阻抗, 因为本文方法是时域方法, 故适合准确分析任意形状的宽带金属天线。

## 参考文献

- [1] B P Rynne. Time domain scattering from arbitrary surfaces using the electric field integral equation[J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 1991, 5: 93-112
- [2] D A Vechinski, S M Rao. A stable procedure to calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans Antennas. Propagat, 1992, 40(6): 661-665
- [3] S M Rao, T K Sarkar. An alternative version of the time domain electric field integral equation for arbitrarily shaped conductors[J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 1993, 41(6): 831-837.
- [4] Z Ji, et al. A Stable Solution of Time Domain Electric Field Integral Equation for Thin-Wire Antennas Using the Laguerre Polynomials[J]. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2004, 52(10): 2641-2649.
- [5] B H Jung, T K Sarkar, Y S Chung, and Z Ji, An accurate and stable solution for transient scattering and radiation from wire structures[J]. Microwave Opt. Technol. Lett., 2002, 34: 354-359.
- [6] Abdulkadir C Yücel, A Arif Ergin. Exact evaluation of retarded-time potential integrals for the RWG bases [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2006, 54(5): 1496-1502

赵庆广 (1981-), 男, 山东人, 电子科技大学硕士研究生。主要从事计算电磁学、天线和瞬态电磁散射等的研究。

赵延文 (1965-), 男, 四川人, 副教授, 电子科技大学博士生导师。主要从事计算电磁学、非均匀介质中场与波研究及其应用等的研究。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>