

· 天线系统 ·

中图分类号: TN820.12

文献标识码: A

文章编号: 1004-7859(2009)12-0066-04

# 基于矩阵特征值分解的 MIMO 天线选择算法

解培中, 郑宝玉, 许晓荣

(南京邮电大学通信与信息工程学院, 南京 210003)

**摘要:** 天线子集选择技术是一种有效的低代价且能够获得 MIMO 好处的技术。文中提出了一种基于矩阵特征值分解的天线选择算法以最大化信道容量, 它将大的搜索空间分成若干小区间, 在较小的搜索空间中采用穷举法。分析了所提算法及相关算法的计算复杂度。仿真实验表明, 该算法能够获得接近穷举法的中断容量性能而且具有较低的计算复杂度。

**关键词:** 多输入多输出; 天线选择; 矩阵特征值分解; 中断容量

## An Antenna Selection Algorithm Based on Matrix Eigenvalue Decomposition in MIMO System

XIE Pei-zhong, ZHENG Bao-yu, XU Xiao-rong

(College of Telecommunications and information Engineering, Nanjing 210003, China)

**Abstract:** The antenna subset selection is an efficient low-cost technique to obtain many advantages of MIMO systems. In this paper, an antenna selection algorithm to get maximum channel capacity based on matrix eigenvalue decomposition is proposed. Using exhausted algorithm it searches the small space which is the divided part of a large space. The computational complexity of the proposed method and related algorithm are given. Simulation results demonstrate that the presented algorithm achieves almost the same outage capacity as the optimal selection technique while having low computational complexity.

**Key words:** MIMO; antenna selection; matrix eigenvalue decomposition; outage capacity

## 0 引言

多输入多输出 (Multiple Input Multiple Output, MIMO) 能够在不增加带宽的前提下提高无线通信系统的容量和无线传输链路的可靠性, 改善系统的性能。然而, 要获得这些好处需要多个天线和多个基带处理单元, 与多天线联系的多个射频电路会增加系统的尺寸、功率和硬件开销。天线与射频电路相比具有较低的成本, 在系统中可以用少于天线数目的射频电路, 天线选择技术就是从全部天线中选择若干个天线与射频电路组成传输链路, 是一种能利用 MIMO 优势的低花费和低复杂度的技术, 可以在总的发射功率不变的情况下提高 MIMO 系统的容量<sup>[1-3]</sup>。

最早的天线选择表现在单输入多输出系统接收端一侧的选择合并上, 这个技术不久推广到多输入单输出系统的发射端一侧, 最后推广到多人多出系统中<sup>[4]</sup>。最优天线选择法是穷举法, 即计算每一个可能的天线组合, 其中性能最优的就是所求的结果。如果

设发送天线数和接收天线数分别为  $N_t$  和  $N_r$ , 而发送和接收端的射频电路只有  $L_t$  和  $L_r$ , 则最优选择法就要在  $C_{N_t}^{L_t} \times C_{N_r}^{L_r}$  搜索空间中求解<sup>[2-3]</sup>, 其计算量是相当大的。国内外学者为此提出了许多次优算法, 其中一些算法致力于最小化中断概率或误码率, 一些算法致力于提高系统容量<sup>[4]</sup>, 基于模的选择算法 (Norm-Based Selection, NBS) 根据接收信号的信噪比最大作选择。当接收天线只有一个时, 该算法最优, 当接收天线大于 1 时, 该算法不再最优, 但由于基于模的算法运算简单, 算法复杂度低而普遍使用<sup>[3]</sup>。文献[4]分析了这一类算法的功率尺度。文献[3]将天线一个个加入或删除, 计算系统容量的增加或减少, 利用数学公式, 将天线选择的过程转化为类似于施密特正交化的运算, 分别提出了递增和递减算法, 这 2 种算法大大降低了计算复杂度, 只是运算过程缺乏明确的物理意义<sup>[2]</sup>, 文献[2]对信道矩阵引入特征分解, 提出了基于特征空间的算法。本文根据信道容量是信道矩阵特征值的函数, 通过求矩阵的特征值, 寻求特征值函数最大的行矢量, 从而得到较大的容量增益。

## 1 多输入多输出系统信号模型

MIMO 系统中接收天线收到的信号可以表示为<sup>[3]</sup>

**基金项目:** 国家自然科学基金 (60972039), 江苏省高校研究生科研创新计划 (CX09B\_147Z) 资助课题。

**通信作者:** 解培中

**Email:** cas@njupt.edu.cn

**收稿日期:** 2009-07-12

**修订日期:** 2009-10-16

$$\mathbf{r}(t) = \sqrt{\frac{\rho}{N_t}} \mathbf{H} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{s} \in C^{N_t \times 1}$ ,  $\mathbf{r} \in C^{N_r \times 1}$  分别是发射信号和接收信号矢量;  $\mathbf{n}$  是加性白高斯噪声(AWGN)矢量,其均值为零,方差为  $N_0$ ,不失一般性,假设  $N_0 = 1$ ,  $\mathbf{H}$  是  $N_r \times N_t$  维信道矩阵,它的元素  $h_{ij}$  表示第  $j$  个发射天线和第  $i$  个接收天线之间的信道增益;  $\rho$  是接受支路的平均信噪比(SNR)。

假设接收端已知信道  $\mathbf{H}$  的信息而发射端完全未知,那么对于任意  $\mathbf{H}$ ,式(1)中 MIMO 信道的容量由式(2)或式(3)给出

$$C(\mathbf{H}) = \text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{H}^H \mathbf{H}) \quad (2)$$

$$C(\mathbf{H}) = \text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H) \quad (3)$$

式中:  $\text{det}(\cdot)$  表示矩阵行列式;  $(\cdot)^H$  表示共轭转置。

## 2 基于矩阵特征值分解的算法

设在接收端进行天线选择。对信道矩阵作 SVD 分解,设

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^H \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{A}$  是  $N_r \times N_t$  维的对角阵,  $\mathbf{A} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_m}, 0, \dots, 0)$ ;  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\}$  是  $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$  的特征值;  $m = \min\{N_t, N_r\}$ ;  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  分别是  $N_r$  和  $N_t$  阶的西矩阵,考虑到  $\mathbf{H}^H \mathbf{H} = (\mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^H)^H (\mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^H) = \mathbf{A}^H \mathbf{A}$ ,有

$$\begin{aligned} C(\mathbf{H}) &= \text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{H} \mathbf{H}^H) = \\ &\text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{A} \mathbf{A}^H) = \\ &\sum_{i=1}^m \text{lb}(1 + \frac{\rho}{N_t} \lambda_i) \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)说明, MIMO 系统的信道容量由信道矩阵的特征值确定,是特征值的函数。穷举法就是在  $N_r$  个天线中选择  $L_r$  个,计算出它们对应的特征值,从而得到最大的信道容量。

如果选择的接收天线数  $L_r$  与  $N_r$  比较小许多,所提的算法就从选择的的天线集合为空集开始,每一步往该集合中增加一个天线。那么,算法的第  $n$  步由选择的的天线集合对应的信道矩阵为  $n \times N_t$  维,记为  $\mathbf{H}_n$ ,到第  $n+1$  步时,集合中增加了所有天线构成的信道矩阵  $\mathbf{H}$  的第  $j$  行,  $h_j$  插到  $\mathbf{H}_n$  中构成  $\mathbf{H}_{n+1}$ ,即

$$\mathbf{H}_{n+1} = [\mathbf{H}_n \mathbf{h}_j]^T \quad (6)$$

文献[2-3]的选择准则是要使选择的的天线集合对应的信道矩阵容量最大,应当每增加一根天线,使其容量增益最大,从中我们得出结论,从  $\mathbf{H}$  中选择的行矢量插到  $\mathbf{H}_n$  中应能使  $\mathbf{H}_{n+1}$  对应的容量最大。用式(3), MIMO 系统信道矩阵  $\mathbf{H}_{n+1}$  对应的容量为

$$C(\mathbf{H}_{n+1}) = \text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{H}_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^H) \quad (7)$$

对  $\mathbf{H}_{n+1}$  作 SVD 分解,可以写成

$$\mathbf{H}_{n+1} = \mathbf{U}_{n+1} \mathbf{A}_{n+1} \mathbf{V}_{n+1}^H \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{A}_{n+1}$  是  $(n+1) \times N_t$  维的对角阵,包含了  $\mathbf{H}_{n+1}$  的  $s$  个特征值  $\tau_i, i=1, 2, \dots, s$ 。将式(8)代入式(7),有

$$\begin{aligned} C(\mathbf{H}_{n+1}) &= \text{lb det}(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{\rho}{N_t} \mathbf{A}_{n+1} \mathbf{A}_{n+1}^H) = \\ &\sum_{i=1}^s \text{lb}(1 + \frac{\rho}{N_t} \tau_i) \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)表示在  $(n+1)$  步选择第  $j$  个接收天线时由选择天线集合组成的信道矩阵对应的容量,显然它是矩阵  $\mathbf{H}_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^H$  的特征值的函数,要使式(9)中的  $C(\mathbf{H}_{n+1})$  最大,等价于寻找行矢量使得对应的  $\mathbf{H}_{n+1} \mathbf{H}_{n+1}^H$  特征值的函数值最大,此时信道容量最大。

矩阵在增加一行后,会扩大矩阵的特征值的范围,使得最大的特征值更大,最小的特征值更小<sup>[5]</sup>,我们的目的是使得增加的天线构成的信道矩阵的特征值函数最大。由于整个算法是在对信道矩阵作特征分解后得到的,我们将该算法称为基于特征值分解的算法。

如果天线选择是在发射端,就需要将接收端估计的信道信息通过反馈回路送到发送端,然后对信道矩阵的列矢量进行如上的运算。

如果选择的接收天线数  $L_r$  与装备的接收天线  $N_r$  相比差别不大,所提的算法就从选择的的天线集合为整个接收天线开始,删除一根天线对应于删除信道矩阵的一行,使得删除后对应的信道容量最大。于是,可分别得到基于特征值分解的渐增和渐减算法。由于渐减算法与渐增算法类似,下面只说明渐增算法。

### 2.1 基于特征值的渐增算法

当接收天线只有一根时,基于模的选择法是最优的,所以渐增算法中第一个天线就取天线中拥有最大的 F-范数的行矩阵。算法框图如图 1 所示。

### 2.2 算法讨论

通过对信道矩阵进行特征分解,得到了 MIMO 系统的信道容量主要由信道矩阵的特征值确定的结论,如果要获得最优的选择结果,就要在较大的搜索空间中计

算,此时我们采用次优算法,每次增加一根天线,这增加的天线就在最多  $N_r$  个天线中搜索,使得增加后的天线对应的信道容量最大。也就是说,我们是通过将大的搜索空间划分为一个个子空间,在每个子空间内使用最优选择法,从而使得整个选择的结果较优。第 1 个天线的搜索空间是  $N_r$  个,随着天线选择的进行,搜索的子空间在减小,这样就缩小了整个搜索的空间。

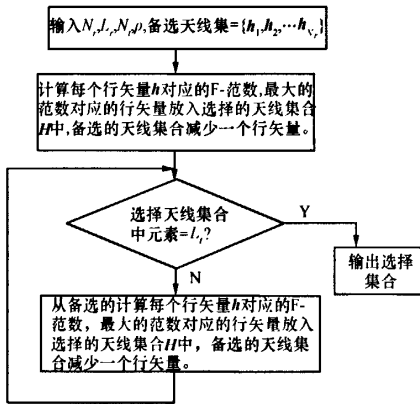


图 1 算法框图

文献[2]基于特征空间的天线选择算法,考虑使删除的天线对信道容量的影响最小,它需要计算特征向量,计算复杂度大约是  $O(N_r N_t^3)$ , 文献[3]提出的算法是考虑使增加的天线对信道容量的贡献最大,其计算复杂度大约是  $O(N_r N_t L_r^2)$ , 本文提出的算法,主要的计算是求取矩阵的特征值,由于每一步运算,求取特征值的矩阵维数在增加,到第  $L_r$  步时,矩阵维数为  $L_r$ , 所以总的计算复杂度大约是  $O(1 + 2^3 + \dots + L_r^3)$ , 当  $L_r$  小于  $N_t$  和  $N_r$ , 计算复杂度小于文献[3], 由于只计算特征值可比既要求特征值又要求特征向量计算量要少,本算法的计算复杂度低于文献[2]的算法,并且本文的算法直接求取最大的信道矩阵容量,比较直观。

渐增算法所需的最外层循环次数是  $L_r$ , 渐减算法所需要最外层循环次数是  $N_r - L_r$ , 显然,当  $L_r \ll N_r$  时,用渐增算法可降低计算时间,而当  $N_r - L_r$  较小时,用渐减算法可较快实现。

该算法容易推广到解决多用户 MIMO 系统当每个用户只有一根接收天线时用户的选择问题,而当用户装备多个接收天线时,  $h_i$  不再是行矢量,上述的推导过程不再适用。此情况下的用户选择问题的求解还缺乏成熟的数学基础。

3 算法仿真

本文的算法是基于容量最优提出的,因此,我们比

较了最优选择算法即穷究法、NBS 算法、所提算法的容量性能。假设对接收端进行天线选择,  $N_t = 3, N_r = 8$ , 信道是独立的频率非选择性瑞利衰落的,所有实验结果都是信道实现 1 000 次后的平均,容量是指 10% 的中断容量。

图 1 表示了  $SNR = 20$  dB, 最优选择算法、NBS 算法、所提算法的 10% 中断容量与  $L_r$  之间的关系,图 2 显示出 3 种算法的容量开始随  $L_r$  线性增加,直到  $L_r = N_t = 3$ , 然后随  $L_r$  增加缓慢。这 3 种算法中,所提算法与最优算法的性能非常接近,只是在  $L_r = 2 - 4$  之间有细微的差别,其性能损失可以忽略不计。为了与文献[3]的快速算法比较,图 3 增加了快速算法在同场景下的性能,可以看到,所提算法与快速算法的性能一致。说明这 2 种算法是走 2 种不同的路径达到了同样的结果。

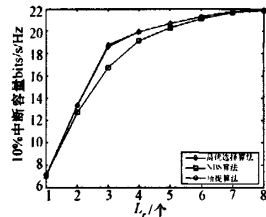


图 2 SNR = 20 dB, 3 种算法的 10% 中断容量与  $L_r$  之间的关系

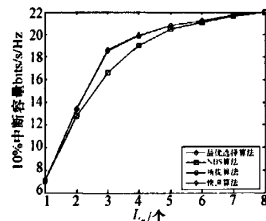


图 3 SNR = 20 dB, 4 种算法的 10% 中断容量与  $L_r$  之间的关系

图 4 表示的是  $SNR = 3$  dB, 4 种算法的 10% 中断容量与  $L_r$  之间的关系。当信噪比较小时,最优选择算法、快速算法、所提算法三种算法的性能非常接近,但是与图 3 比较,NBS 算法与最优算法的性能差距在减小,说明了 NBS 算法适用于信噪比小的场景。

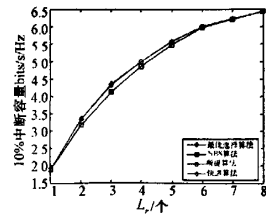


图 4 SNR = 3 dB, 4 种算法的 10% 中断容量与  $L_r$  之间的关系

图 5 表示了  $L_r = 4$ , 4 种算法的 10% 中断容量与信噪

比之间的关系,从图上可以看到随着信噪比的增加,最优选择算法、快速算法、所提算法与 NBS 算法的性能差距拉开,说明了所提算法与最优选择法一样可以用于不同的信噪比场景。而 NBS 算法只适用于低信噪比情况下。

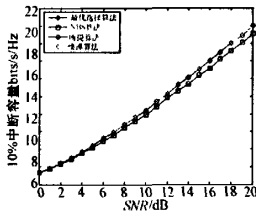


图5  $L_t=4$ , 4种算法的10%中断容量与SNR之间的关系

#### 4 结束语

本文研究了无线通信中 MIMO 系统的天线选择技术,根据 MIMO 系统的信道容量主要由信道矩阵的特征值确定提出了基于特征分解的天线算法。这种算法可以解决多用户 MIMO 系统当每个用户只有一根接收天线时用户的选择问题,而当用户装备多个接收天线时,如何进行天线选择是可以深入研究的内容。

#### 参考文献

- [1] Sanayei S, Nosratinia A. Antenna selection in MIMO systems[J]. IEEE Commun Lett, 2004, 42(10): 68-73.
- [2] 王子磊, 奚宏生, 盛延敏. 基于特征空间的 MIMO 天线选择算法[J]. 电波科学学报, 2006(8): 518-524.

(上接第65页)

了一种能量非相参积累的方式。文中获得的分布目标 CFAR 检测器的虚警与检测概率公式不依赖于具体谱信号形式,既适用于尾流,又适用于所有多普勒展宽目标的检测。尾流是微弱目标,结合其时频特性研究获得高的信噪比或信杂比是将来需要努力的方向。

#### 参考文献

- [1] Robert E Marshall, Ashok Mudukutore, Vicki L H. Wissel. Radar reflectivity in wingtip-generated wake vortices[R]. NASA/CR-97-206259, 1997.
- [2] Thomas Gerz, Frank Holzapfel, Denis Darracq. Commercial aircraft wake vortices[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2002(38): 181-208.
- [3] Anne I Mackenzie. Measured changes in C-band radar reflectivity of clear air caused by aircraft wake vortices[R]. NASA Technical Paper 3671, 1997.
- [4] Barbaresco F, Jeantet A, Meier U. Wake vortex detection & monitoring by X-band doppler radar: Paris Orly radar campaign results[C]// IET international conference on radar systems. Edinburgh, UK, 2007: 1-5.
- [5] Shephard D J, Kyte A P, Segura C A. Radar wake vortex

- Wang Zilei, Xi Hongsheng, Sheng Yanmin. Antenna selection algorithm in MIMO systems based on main eigenvectors[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2006(8): 518-524.
- [3] Gharavi-Alkhanisari M, Gershman A B. Fast antenna subset selection in MIMO systems[J]. IEEE Trans. on Signal Process, 2004, 52(2): 339-347.
- [4] Smith P J, Kong T W, Garth L M, et al. A power scaling analysis of norm-based antenna selection techniques[J]. IEEE Trans. on wireless communication, 2008, 7(8): 3140-3149.
- [5] 戈罗布 G H, 范洛恩 C F. 矩阵计算[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- Golub G H, Van Loan C F. Matrix computations[M]. Beijing: Science Press, 2002.
- [6] Dua A, Medepalli K, Paulraj A J. Receive antenna selection in MIMO systems using convex optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(9): 2353-2357.
- [7] Bayesteh A, Khandani A K. On the user selection for MIMO broadcast channels[C]// [S. I.]: IEEE Press, 2005: 2325-2329.
- [8] Ghayeb A. A survey on antenna selection for MIMO communication systems[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(3): 1086-1107.

解培中 女, 1968年生, 博士生, 副教授。研究方向为无线通信与网络信号处理。

郑宝玉 男, 1945年生, 教授, 博士生导师。研究方向为现代通信中的信号与信息处理。

许晓荣 男, 1982年生, 博士生。研究方向为多用户协作通信中的空时编码与资源分配、认知无线电频谱感知等。

measurements at F and I band[C]// IEE Colloquium on Radar and Microwave Imaging. London, UK: IEE Press, 1994.

- [6] 何友, 关键, 彭应宁, 等. 雷达自动检测与恒虚警处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998, 257-263.
- He You, Guan Jian, Peng Yingning, et al. Adaptive radar detection and CFAR processing[M]. Beijing: Tsinghua University Publishing Company, 1998, 257-263.
- [7] Tang Jinsong, Zhu Zhaoda. Analysis of extended target detectors[C]// IEEE Aerospace and Electronics Conference. Dayton, OH, USA: IEEE Press, 1996.
- [8] Eric W. Weisstein. Concise encyclopedia of mathematics CD-ROM (CD-ROM edition 1.0)[M]. CRC Press, USA, 1999.

刘俊凯 男, 1979年出, 博士研究生。研究方向为新体制雷达探测技术。

王雪松 男, 1972年生, 博士, 教授, 博导, 中国电子学会高级会员。研究方向为雷达极化信息处理, 信号处理, 目标检测及识别, 弹道导弹攻防对抗, 综合电子战等。

王涛 男, 1976年生, 博士, 讲师。研究方向为雷达目标特征提取与识别、极化信息处理等。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>