

# 宽角扫描天线激励下介质体电磁特性的快速分析

王文博 徐金平

(东南大学毫米波国家重点实验室, 南京210096)

wbwang@seu.edu.cn jpxu@seu.edu.cn

**摘要:** 本文提出了一种在宽角扫描天线激励下快速计算介质体电磁特性的方法。在介质区域内部建立以电通密度为未知量的体积分方程后, 推导了体积分方程矩量法(VIE-MoM)矩阵方程中电通密度展开系数与宽角相控阵天线波束扫描角的函数关系表达式。当激励波束以不同角度扫描时, 利用该表达式直接求未知系数, 避免了重复的大型矩阵的填充以及求解过程。计算实例表明, 采用本文方法来获得待求解未知数所需的时间远远小于直接求解 VIE-MoM 矩阵方程, 大大地提高了计算效率。

**关键词:** 体积分方程, 宽角扫描, 相控阵, 介质体,

## Fast Analysis the EM Characteristic of Dielectric Objects Excited by Wide-angle Scanning Array

Wang wenbo, Xu jinping

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, School of Southeast University of China, Nanjing 210096)

**Abstract:** In this paper, a fast method is presented to obtain the electromagnetic (EM) characteristics of the dielectric objects when excited by the wide-angle scanning phased array. Regarding the electric field vector flux density as unknown, a volume integral equation in the dielectric area is formed. The related expression between the expanding coefficients generated by VIE-MoM and the scanning angle is deduced. So the unknowns can be calculated by the expression directly when the dielectric objects are excited by the array antenna in many different scanning angles. And the repeating processes of solving the large matrix equation of VIE-MoM in wide angular range are avoided as long as the VIE-MoM matrix equation is solved at limited number of sampling angular points. It can be seen from the numerical example that the time needed to calculate the unknowns by the proposed method is much less than that consumed by the approach to solve the matrix equation directly. And the computational efficiency is enhanced greatly.

**Keywords:** Volume integral equation; wide-angle scanning; phased array; dielectric object

### 1 引言

由于体积分方程对介质材料以及介质形状的灵活性, 基于体积分方程的矩量法 (VIE-MoM)<sup>[1,3]</sup> 近年来逐渐被重视并应用于介质材料的电磁特性的分析中。虽然近年来一些快速的算法 (例如快速如多层快速多极子算法<sup>[3,4]</sup>、PreCorrected-FFT<sup>[6]</sup>和 AIM<sup>[5,7]</sup>等加速算法) 被结合应用到VIE - MoM中来提高矩阵方程的快速求解过程, 有效地提高计算效率。但是应用VIE - MoM分析相控阵激励的介质体的电磁特性时, 每一次扫描角度的变换, 都需要重新计算在介质区内的引起的不同的电场。当天线在很宽角度范围内进行扫描时, 要获得介质区域每一个角度状态下的电磁散射特性, 需要不断重复VIE-MoM求解过程, 计算量是十分

大的。观察由VIE-MoM导出的矩阵方程, 可以发现: 当激励天线的扫描角改变时, 仅造成电压矩阵的改变, 从而导致待求的电通量展开系数矩阵的变化。而阻抗矩阵是不变的, 它仅与介质的材料特性和两单元的相对位置以及工作频率有关。本文利用这一特性, 推导了波束扫描角度以及介质区域未知展开系数的关系表达式, 快速求解不同扫描角度下VIE - MoM方程的电密度展开系数。

### 2 方法原理

#### 2.1 体积分矩量法

设任意形状介质体围成的体积区域为 $V$ , 复介电常数 $\hat{\epsilon}(\mathbf{r})$ , 相对介电常数 $\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r})$ 。由等效原理可知, 介质体对入射场的散射可等效于自由空间内其相应的区域内的体极化电流 $\mathbf{J}_v$ 的散射。在时谐场中, 在空间任何一点的电场满足如下关系:

$$\mathbf{E}^{tot} = \mathbf{E}^{inc} + \mathbf{E}^{sca}$$

上式中  $\mathbf{E}^{tot}$  为总的电场,  $\mathbf{E}^{inc}$  为入射电场,  $\mathbf{E}^{sca}$  是散射场。

在介质体内部区域  $V$  内, 体极化电流  $\mathbf{J}_v$  与  $\mathbf{E}^{tot}$  满足下列关系:

$$\mathbf{J}_v = j\omega(\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r}) - 1)\epsilon_0\mathbf{E}^{tot}$$

根据线性媒质的本构关系有  $\mathbf{D} = \hat{\epsilon}_r(\mathbf{r})\epsilon_0\mathbf{E}$ , 在介质区域内, 建立以电通密度为未知元的体积分方程如下:

$$\mathbf{E}^{inc} = \frac{\mathbf{D}}{\epsilon_0\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r})} - \left[ \frac{k_0^2}{\epsilon_0} \int_V d\mathbf{r}' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{D} \frac{\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r}) - 1}{\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r})} + \frac{\nabla}{\epsilon_0} \int_V d\mathbf{r}' G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \cdot (\mathbf{D} \frac{\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r}) - 1}{\hat{\epsilon}_r(\mathbf{r})}) \right] \quad (1)$$

其中  $\mathbf{r} \in V$ , 将上式中的未知元中基函数展开:

$$\mathbf{D} = \sum_{n=1}^N D_n \mathbf{f}_n, \text{ 这里选用文献[1]中记录的SWG基函数,}$$

应用Galerkin法, 可以得到矩阵方程

$$\mathbf{Z}\mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (2)$$

其中  $Z_{mn}$  中的积分可以通过数值高斯积分求得。

本文中采用广义最小余量 (GMRES) 迭代算法求解该方程。

## 2.2 角度函数公式的推导

设阵列的波束扫描角为  $(\theta_B, \varphi_B)$ , 设单个孤立天线的单元的方向图为  $f_1(\theta, \varphi)$ 。对于平面阵其方向图为:

$$f(\theta, \varphi) = f_1(\theta, \varphi) \sum_{n=1}^N a_n e^{j\psi} \quad (3)$$

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} [x_n (\sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_B \cos \varphi_B) + y_n (\sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_B \sin \varphi_B)]$$

其中坐标  $(x_n, y_n)$  表示平面阵第  $n$  个单元在阵面中的位置,  $\{a_n\}$  为天线阵单元的激励电流幅度分布。

设相控阵的中心位于坐标原点处, 各单元的初始相位为  $\psi_0 = 0$ , 则每个阵元上的复振幅为

$$A_k = a_k e^{-jk_0(x_k \sin \theta_B \cos \varphi_B + y_k \sin \theta_B \sin \varphi_B)}$$

当天线进行宽角扫描时, 在不同的扫描角度下, 矩阵方程可写成波束扫描角  $\theta_B, \varphi_B$  的函数:

$$\mathbf{Z}\mathbf{I}(\theta_B, \varphi_B) = \mathbf{V}(\theta_B, \varphi_B) \quad (4)$$

设矩阵  $\mathbf{B}$  为  $\mathbf{Z}$  的逆阵, 有:

$$\mathbf{I}_i(\theta_B, \varphi_B) = \sum_{j=1}^N B_{ij} V_j(\theta_B, \varphi_B) \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

假设相控阵单元总数为  $m$  个, 则电压矩阵的元素:

$$V_j(\theta_B, \varphi_B) = \int_{V_j} f_j \mathbf{g} \mathbf{E}^{inc} dv = \sum_{k=1}^m \int_{V_j} f_j \mathbf{g} \mathbf{E}_k^{inc} dv$$

$f_j$  为权函数,  $\mathbf{E}_k^{inc}$  表示第  $k$  个单元在第  $j$  个介质单元内产生的入射场, 在相控阵激励下, 电压矩阵的表达式最终可写为:

$$V_j(\theta_B, \varphi_B) = \sum_{k=1}^m W_j(k) e^{-jk_0(x_k \sin \theta_B \cos \varphi_B + y_k \sin \theta_B \sin \varphi_B)} \quad (6)$$

将(6)带入(5), 对于给定介质体, 当频率固定时,  $Z_{ij}$  是不变的, 因此  $B_{ij}$  也是不变的常数, 因此可令:

$$\sum_{j=1}^N B_{ij} W_j(k) = C_i(k)$$

最后可整理得到:

$$\mathbf{I}_i(\theta_B, \varphi_B) = \sum_{k=1}^m C_i(k) e^{-jk_0(x_k \sin \theta_B \cos \varphi_B + y_k \sin \theta_B \sin \varphi_B)} \quad (7)$$

故当阵列单元数目较少时, 只要求出  $C_i(k)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , 即可通过式直接计算得到在扫描范围内任意扫描角度上的电流系数。

要确定  $C_i(k)$ , 需要首先采用VIE-MoM计算出  $m$  个扫描角度的电流系数  $I_i(\theta_{B1}, \varphi_{B1}), \dots, I_i(\theta_{Bm}, \varphi_{Bm})$ , 将其并带入式, 得到一个  $m$  阶的矩阵方程, 求解该矩阵即可得到  $C_i(k)$ 。

## 3 数值算例与分析

通过偶极子阵激励下的ogive形天线罩电磁特性的计算实例, 来验证本文所推导的公式的正确性和有效性。

ogive形天线罩的几何模型如图1所示, 纵向长度为  $6.67\lambda_0$ , 底部直径为  $5.53\lambda_0$ , 罩壁厚度  $0.008\lambda_0$ , 介电常数为  $2 - j_0$ 。在距离罩体底部  $1/8\lambda_0$  处为一个由9个沿  $x$  轴放置偶极子组成的线阵。在罩体底部有一个直径为  $5.53\lambda_0$  的圆形金属反射板。天线罩体采用四面体网格剖分后, 在计算时需要求解36192个未知数。



图1 Ogive 天线罩

首先, 采用传统的MLFMA/VIE-MoM计算了9个扫描角度上的电通展开系数。

$$(\theta_B = 0^\circ, 7.5^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 37.5^\circ, 45^\circ, 52.5^\circ, 60^\circ)$$

然后, 利用这些结果求解每个电通量展开系数对

应表达式(7)中的常系数。

最后,根据天线不同的扫描角度,由表达式(7)快速的计算出在该角度下罩体介质区域内电通展开系数的值。这个过程中不需要计算阻抗矩阵,也不需要求解36192阶的大型矩阵方程。而且利用表达式求出的解与直接VIE - MoM计算获得的解完全吻合。

比较一下两种方法计算时间(计算条件Inter(R) Core(TM) 2 CPU T7200, 2.0GHz):

应用VIE - MoM直接计算单个扫描点上的电通展开系数向量,所需要的时间约为1260s,其中矩阵的求解过程的时间为360s。而通过本文推导的表达式(7)计算出36192个展开系数的值仅需要不到1s的时间。

可以看到,两种方法的计算时间不在同一个数量级上,计算效率得到了十分大的提高。另外,计算36192个表达式中常系数也仅需要8s的时间,这些常系数只需计算一次即可。

图2中给出了计算得到扫描角度0 - 60范围内在+z方向上远区电场的变化情况。

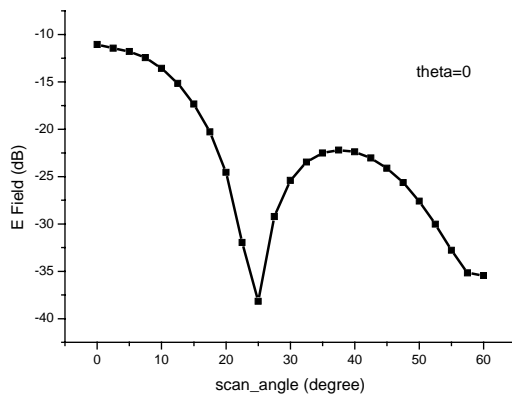


图2 0-60度范围内远区电场变化曲线

需要注意的是,但是当阵列单元 $m$ 比较多时,采用上述方法将会出现两个问题:一是求解常系数的矩阵方程的阶数增大,计算复杂度也大幅增加;二是要求解常系数首先要获得 $m$ 个采样点上的电流系数,计算量比较大,而且可能采样点的数目与需要计算的描角数目相当。在这种情况下,问题的解决思路与平面入射下的电磁目标的RCS宽角度响应的渐近波形估计技术相同,可以考虑采用插值的方法来计算 $I_i(\theta_B, \varphi_B)$ 。

作者简介:王文博,女,博士,主要研究领域为电磁散射、天线与电磁兼容;徐金平,男,教授、博士生导师,主要研究领域为计算电磁学、电磁散射、天线与电磁兼容、毫米波与亚毫米波理论与技术等

## 4 结论

本文针对相控阵天线宽角扫描激励情况,提出了一种求解介质目标电通量展开系数的快速方法,分析其角度域响应问题,避免了在不同入射角条件下重复求解VIE - MoM大型矩阵方程的过程,极大地提高了计算效率。

## 参考文献

- [1] D. H. Schaubert, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrary shaped inhomogeneous dielectric bodies," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 32, pp.77-85, Jan. 1984
- [2] Y.E. Erdemli, J.Gong, V.J.Reddy and J.L.Volakis, Fast RCS pattern fill using AWE technique, IEEE Trans.AP.1998,46 (11) pp1752-1753.
- [3] 王文博,徐金平:电大三非均匀介质体散射特性的快速分析,东南大学学报,2008, Vol38 (2):201-205
- [4] C. C. Lu, "A Fast Algorithm Based on Volume Integral Equation for Analysis of Arbitrarily Shaped Dielectric Radomes", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 3, pp. 606-612, March 2003.
- [5] J. L. Guo, J.Y. Li and Q. Z. Liu, "Analysis of Arbitrarily shaped Dielectric Radomes Using Adaptive Integral Method Based on Volume Integral Equation", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 54, pp.1910-1916, July, 2006.
- [6] X. C. Nie, L. W. Li, and N.Yuan etl, "Precorrected-FFT Solution of the Volume Integral Equation for 3-D Inhomogeneous Dielectric Objects", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 53, pp.313-320, Jan.2005
- [7] Z. Zhang and Q. Liu, "A Volume Adaptive Integral Method (VAIM) for 3-D inhomogeneous objects", IEEE Antennas. and Wireless Propagation Letters., vol. 1, pp. 102-105, 2002.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>