

基于空间算子代数的星载天线机构动力学计算

游斌弟，赵志刚，魏承，赵阳

(哈尔滨工业大学 航天学院，黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要：针对星载天线双轴定位机构的空间漂浮基无根树多体系统动力学实时仿真及控制系统设计的需要,应用空间算子代数(SOA)理论进行多体系统动力学建模和仿真;提出了SOA描述的动力学递推及求解算法,并面向对象思想定义多体系统数据结构,进行了动力学计算流程设计。所提方法形式直观、便于推导、物理意义明确及达到了 $O(n)$ 计算效率。通过与Simpack仿真结果进行比较,结果表明SOA的多体系统动力学算法求解速度更快、仿真结果精度更高。

关键词：机械学；双轴定位机构；空间算子代数；多体系统动力学；递推计算

中图分类号：V412.4 **文献标志码：**A **文章编号：**1000-1093(2011)01-0085-06

Mechanism Dynamics for Satellite Antennas Based on Spatial Operator Algebra Theory

YOU Bin-di, ZHAO Zhi-gang, WEI Cheng, ZHAO Yang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: The two-axes position mechanism of a satellite antenna is a free-floating space rootless and multi-body system. Based on the need of dynamics real-time simulation and control system design, spatial operator algebra (SOA) theory is applied to the multi-body systems modeling and simulation. The dynamics recursion and solution algorithm of SOA is proposed, and the object-oriented idea is utilized to define the data structure of the multi-body system, and to design the flow-chart of the dynamical calculation. This method is heuristic, easy to derive, and has clear physical sense and $O(n)$ computational efficiency. Through comparison with Simpack simulation results, it shows that, the multi-body dynamic algorithm of SOA has higher simulation accuracy and faster computation speed.

Key words: mechanics; two-axes pointing mechanism; spatial operator algebra; multi-body system dynamics; recursive computation

0 引言

星载天线双轴定位机构可以实现卫星天线对目标的实时跟踪、定位等功能,从而满足星地与星间通信与数据传输,各类雷达与观测器等对于两自由度运动的需求。作为空间驱动装置的典型应用,双轴定位机构在国外通信卫星和数据中继卫星上已经有

了较多应用。中国航天科技集团在中星22上首次采用了自主研发研制的偏馈双反射面Ka可移点波束天线,该天线系统中就应用双轴定位机构来实现天线面的空间运动^[1-2]。

该机构是发送到太空中作业的无根树系统,其多体动力学是复杂的时变非线性动力系统,为了快速实现对天线沿2个转动轴的双自由度运动并获得

收稿日期：2009-06-19

基金项目：国家自然科学基金资助项目(50975056)

作者简介：游斌弟(1981—),男,博士研究生。E-mail: youbindi@163.com;

赵阳(1968—),男,教授,博士生导师

精确的空间位置,满足实时仿真甚至加速仿真的计算需求,以便捕获地面指定区域的信号,如何提高多体动力学算法效率成为了研究重点及热点。而目前基于矢量力学的牛顿欧拉方法和基于分析力学的拉格朗日方法的计算效率分别为 $O(n^3)$ 和 $O(n^2)$,难以满足实时仿真要求。

20世纪80年代初,Featherstone提出了计算效率为 $O(n)$ 铰接体算法,随后改进为更快且通用的拓扑结构算法^[3],1987年,Rodriguez改进了Featherstone铰接体算法,并结合了Kalman滤波及平滑方法,提出了空间算子代数方法^[4],使得多体系统动力学建模求解方法具有实际物理意义并可进行快速递推求解的效果,随后应用于机械臂系统的动力学建模和递推求解,并用算子理论验证了拉格朗日法与牛顿欧拉法理论的内在统一,进一步应用于控制及特性参数计算中^[5]。1992年,Rodriguez进一步改进空间算子代数(SOA)理论,建立了空间多刚体动力学算子模型理论及递推计算方法^[6],同年又建立了基于假设模态方法的空间柔性多体系统动力学的算子建模理论及递推计算方法^[7]。

我国在SOA理论的研究应用方面尚处于起步的阶段,文献[8~10]整理并总结了完整的SOA理论体系,并应用SOA描述了工业机器人雅可比矩阵的特点;文献[11]基于空间算子理论进一步推导了适用于航天器实时仿真的无根、树状拓扑、开环多体动力学递推算法。文献[12~14]应用SOA理论,对计算多体系统正、反向动力学进行设计与实现,并在机器人雅可比矩阵的递推求解中进行了应用。但目前国内还缺乏公开的基于SOA理论的多体动力学计算商业软件。

基于此,本文针对星载天线双轴机构推导并建立了基于SOA的多体动力学模型,应用面向对象技术对该多体系统动力学算法进行数据结构定义和计算流程设计,开发了多体系统动力学仿真程序,并通过实时仿真结果与Simpack分析结果进行对比,验证了算法的正确性。

1 基于SOA的多体系统动力学建模

SOA是计算铰链接多体系统动力学的一种新方法。该方法借鉴了信号处理和数字滤波中常用的卡尔曼滤波递推思想,使十分复杂的多体系统动力学物理量只用几个空间算子来表达。每一个算子都包含一系列数学运算,消除了动力学建模时的数学复杂性,但同时保留了系统的完整信息。每一个空

间算子由空间递推运算法则完成计算,从系统的一端开始到另一端结束,此间经过一系列循环步骤。常用的计算法则为相加和相乘,以及伴随变换。对于线性实数算子 A ,其伴随矩阵 A^* 可用简单的转置 A^T 等效代替。基于以上性质,算子便可投影到合适坐标系下完成向外或向内的递推求解。

对于铰链接的 n 体系统如图1所示,定义连杆标号为 k ,其中基座 $n+1$,末端连杆1,末端端点为0。连杆 k 的空间速度 $V(k)=\text{col}[w(k),v(k)]$,空间加速度 $\alpha(k)=\text{col}[\dot{w}(k),\dot{v}(k)]$,空间广义力 $f(k)=\text{col}[N(k),F(k)]$,关节位置 θ 。

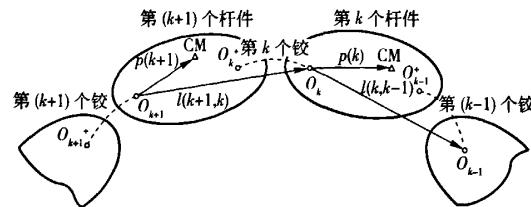


图1 多体系统结构示意图

Fig. 1 Structure of multibody system

SOA基本算子有多个,每个算子采用空间递推方式实现,这些算子有明确的物理意义,并可以实现对运动和力进行递推,以下对各个算子分别进行定义^[8,12~15]。

1.1 3种移位算子

定义移位算子之前需要定义如下概念:定义 $I(k+1,k)$ 为关节 $k+1$ 到关节 k 的向量在惯性系下的描述, $\tilde{I}(k+1,k)$ 是 $I(k+1,k)$ 的叉乘矩阵。

1) 刚性力移位算子

$$\phi(k+1,k) \in \mathbb{R}^{6 \times 6},$$

可实现力与速度在相邻两体之间的递推,

$$\phi(k+1,k) = \begin{pmatrix} I & \tilde{I}(k+1,k) \\ 0 & I \end{pmatrix}.$$

刚性力移位算子 $\phi(i,j)$ 具有如下性质:

$$\phi(i,j) \cdot \phi(j,i) = I,$$

即

$$\phi(k,k+1) = \phi^*(k+1,k) = \phi^T(k+1,k) = \begin{pmatrix} I & 0 \\ -\tilde{I}(k+1,k) & I \end{pmatrix}. \quad (2)$$

2) 局部递推移位算子

$$\epsilon_\phi \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}$$

次对角矩阵,反应多体系统中物体之间的力和速度的传递过程。 ϵ_ϕ 是幂零的,即 $\epsilon_\phi^n = 0$,则

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{\phi}(2,1) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\phi}(3,2) & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & \boldsymbol{\phi}(n,n-1) & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}. \quad (3)$$

3) 全局整体移位算子

$$\boldsymbol{\phi} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n},$$

进一步反映了多体系统力和速度计算中所需要的所有物体之间的力和速度递推关系。

$$\boldsymbol{\phi} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\varepsilon}_\phi)^{-1} = \mathbf{I} + \boldsymbol{\varepsilon}_\phi + \cdots + \boldsymbol{\varepsilon}_\phi^{n-1} =$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \boldsymbol{\phi}(2,1) & \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\phi}(n,1) & \boldsymbol{\phi}(n,2) & \cdots & \cdots & \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (4)$$

1.2 广义惯量矩阵

$$\mathbf{M} = \text{diag}[\mathbf{M}(1) \cdots \mathbf{M}(n)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n},$$

$$\mathbf{M}(k) = \begin{pmatrix} \mathcal{J}(k) & m(k)\tilde{\mathbf{p}}(k) \\ -m(k)\tilde{\mathbf{p}}(k) & m(k)\mathbf{I} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}.$$

式中: $\mathbf{p}(k)$ 为矢量从第 k 号刚体参考点指向质心的向量在惯性系下的描述; $\tilde{\mathbf{p}}(k)$ 为 $\mathbf{p}(k)$ 的叉乘矩阵; $\mathcal{J}(k)$ 为第 k 号刚体相对于其参考点的惯量矩阵在惯性系下的描述; $m(k)$ 为第 k 号刚体的质量。

1.3 映射矩阵

$$\mathbf{H} = \text{diag}[\mathbf{H}(1) \cdots \mathbf{H}(n)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}.$$

从状态到关节空间的投影算子, 其功用是把关节处的六维空间力投影到关节轴线。定义关节 k 的状态转换矩阵为 $\mathbf{H}(k) = [\mathbf{h}^*(k), 0 \ 0 \ 0]$, $\mathbf{h}(k)$ 为关节 k 的转动轴向量。则 $\mathbf{H}(k) = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 表示 Z 旋转铰, $\mathbf{H}(k) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ 表示 Z 平移铰, $\mathbf{H}(k) = [\mathbf{I} \ \mathbf{0}]^T$ 表示球铰, $\mathbf{H}(k) = [\mathbf{I} \ \mathbf{I}]^T$ 表示六自由度虚铰。空间自由漂浮系统的基体与惯性系通过虚铰连接。

1.4 其他递推算子

1) 状态空间中的无记忆质量算子 $\mathbf{P} = \text{diag}[\mathbf{P}(1), \mathbf{P}(2), \cdots, \mathbf{P}(k)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}$, 即零力时系统的关节质量(状态空间)。对链式刚体系统而言, \mathbf{P} 算子计算如下

$$\mathbf{P}(1) = \mathbf{M}(1)$$

for $k = 2, \dots, n$,

$$\mathbf{P}(k) = \psi(k, k-1)\mathbf{P}(k-1)\psi^*(k, k-1) + \mathbf{M}(k),$$

End loop

其中, ψ 为驱动移位算子。

2) 关节空间中的关节无记忆质量算子 $\mathbf{D} = \text{diag}[\mathbf{D}(1), \mathbf{D}(2), \cdots, \mathbf{D}(k)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}$, $\mathbf{D} = \mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{H}^*$, 即零力时系统的关节无记忆质量

$$\mathbf{D}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{H}^*(k). \quad (5)$$

3) Kalman 增益算子

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \text{diag}[\mathbf{G}(1), \mathbf{G}(2), \cdots, \mathbf{G}(k)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ \mathbf{G} = \mathbf{P}\mathbf{H}^*\mathbf{D}^{-1}, \\ \mathbf{G}(k) = \mathbf{P}(k)\mathbf{H}^*(k)\mathbf{D}^{-1}(k). \end{cases} \quad (6)$$

4) 移位 Kalman 增益算子

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \text{diag}[\mathbf{K}(1), \mathbf{K}(2), \cdots, \mathbf{K}(k)] \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ \mathbf{K} = \boldsymbol{\varepsilon}_\phi \mathbf{G}, \\ \mathbf{K}(k+1, k) = \boldsymbol{\phi}(k+1, k)\mathbf{G}(k). \end{cases} \quad (7)$$

5) 零力关节驱动算子

$$\begin{cases} \bar{\boldsymbol{\tau}} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ \bar{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{H}. \end{cases} \quad (8)$$

6) 零力关节驱动力递推移位算子

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_\phi \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_\phi = \boldsymbol{\varepsilon}_\phi(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{H}) = \boldsymbol{\varepsilon}_\phi - \mathbf{K}\mathbf{H}. \end{cases} \quad (9)$$

7) 驱动移位算子

$$\psi = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\varepsilon}_\phi)^{-1} \in \mathbb{R}^{6n \times 6n}.$$

8) 空间力拾取算子

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}^*(1, 0), 0, \cdots, 0]^T \in \mathbb{R}^{6n \times 6}. \quad (10)$$

当算子 \mathbf{B}^* 在连杆 1 速度上投影时被称为“无记忆”, $\mathbf{V}(1)$ 是组合速度的一部分并把它传递到末端形成 $\mathbf{V}(0)$.

根据 Newton-Euler 原理可得到空间速度、加速度和力的递推公式:

$$\begin{cases} \mathbf{V}(k) = \boldsymbol{\phi}^*(k+1, k)\mathbf{V}(k+1) + \mathbf{H}^*(k)\dot{\theta}(k), \\ \boldsymbol{\alpha}(k) = \boldsymbol{\phi}^*(k+1, k)\boldsymbol{\alpha}(k+1) + \\ \quad \mathbf{H}^*(k)d(\beta(k))/dt + \mathbf{a}(k), \\ \mathbf{f}(k) = \boldsymbol{\phi}(k, k-1)\mathbf{f}(k-1) + \\ \quad \mathbf{M}(k)\boldsymbol{\alpha}(k) + \mathbf{b}(k), \\ \mathbf{T}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{f}(k). \end{cases} \quad (11)$$

当旋转铰链接时,

$$\begin{cases} \mathbf{a}(k) = \boldsymbol{\phi}^*(k+1, k)\mathbf{V}(k+1) + \\ \quad \dot{\mathbf{H}}^*(k)\beta(k), \\ \mathbf{b}(k) = \dot{\mathbf{M}}(k)\mathbf{V}(k) - \boldsymbol{\phi}(\mathbf{p}(k)) \cdot \\ \quad \mathbf{M}(k)\mathbf{V}(k). \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\mathbf{a}(k)$ 为空间哥氏加速度; $\mathbf{b}(k)$ 为空间离心力; $\beta(k)$ 为 k 号铰链的广义速度, 如果在非完整约束中, 其维数小于 $\theta(k)$, 通常为了计算方便并避免疏

漏,将2者维数看作相等,这时 $\beta(k)$ 通常简化为 $\dot{\theta}(k)$,而 $d(\beta(k))/dt$ 简化为 $\ddot{\theta}(k)$; $\phi(p(k))=$

$$\begin{pmatrix} I & \tilde{p}(k) \\ 0 & I \end{pmatrix},$$

则空间算子形式表示的动力学方程为^[14]

$$T = M\ddot{\theta} + C + Jf(0), \quad (13)$$

式中: T 为关节驱动力矩; $M \in R^{N \times N}$ 为等效广义质量; $C \in R^N$ 为等效广义约束力; J 为天线杆轴的雅可比矩阵; $f(0)$ 为末端受力。各矩阵的算子表示如下:

$$\begin{cases} M = H\phi M\phi^* H^*, \\ C = H\phi(M\phi^* a + b), \\ J^T = H\phi B. \end{cases} \quad (14)$$

2 多体系统动力学 SOA 程序实现

2.1 SOA 计算流程

空间算子代数的动力学计算流程如图 2 所示。

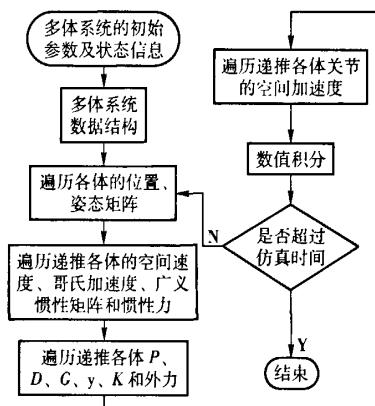


图 2 计算流程图

Fig. 2 Calculation flowchart

2.2 数据结构

为了便于数据管理和结构化程序设计,多体系统动力学计算程序采用面向对象程序设计思想,可增加代码可重用性和扩容性。多体系统主要由多个体和铰组成,每个铰都连接着2个体,为了便于描述多体系统,对体和铰进行适当的编号,采用面向对象类进行抽象,形成一种新的数据结构;此外,为了遍历递推计算,采用分层编号法,便于系统的拓扑结构的描述。其中体类数据成员由编号、质量、惯量、所连接的铰编号以及惯性系下的位置、速度、加速度和广义力组成^[15],体编号采用树状数据结构,便于数据递推及管理,如图 3 所示。铰类由铰类型(旋转铰、平移铰和球铰等)、相对父节点坐标系的位置、

铰转换矩阵、姿态矩阵、铰力矩、指针以及状态变量组成。

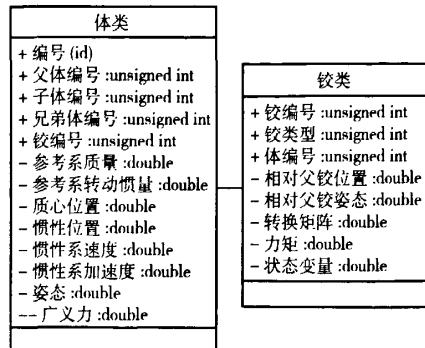


图 3 多体系统数据结构

Fig. 3 Multibody system data structure

以星载天线机构的关键部件刚轮和铰为例,其具体数据结构的定义如图 4 所示。

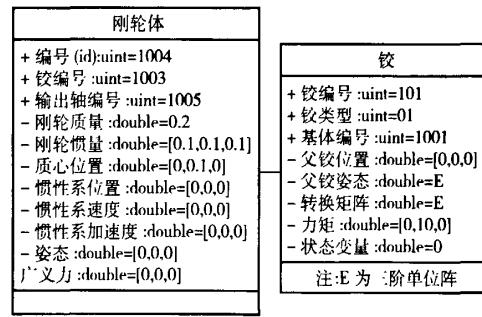


图 4 星载天线部件体的数据结构

Fig. 4 Data structure of satellite antenna component

3 双轴天线机构动力学分析及验证

为了实现与全球视域内若干个固定的和移动的目标进行实时大容量通信,卫星天线必须具有一定扫描能力。本文研究的某星载双轴定位机构是一种新型星载天线定位机构,用来实现天线双自由度运动,并获得精确的空间位置,其结构特点为树状漂浮基多刚体系统,如图 5 所示。因此针对空间漂浮基双轴定位机构实时仿真及动态性能分析,采用求解速度快、精度高的空间算子代数的多体系统动力学算法,能够保证双轴机构的轨迹规划及实时控制。

星载天线双轴定位机构主要包括 3 大部分:机架、俯仰轴和方位轴。采用 2 个完全相同的驱动组件成“T”字型连接,以方位-俯仰的布局形式,由步进电机、谐波减速器、光电码盘及相应的壳体轴系提供驱动动力。天线通过安装在方位驱动组件壳体上

的连接法兰与结构背板相连接,背板通过天线主支架与卫星相连接。

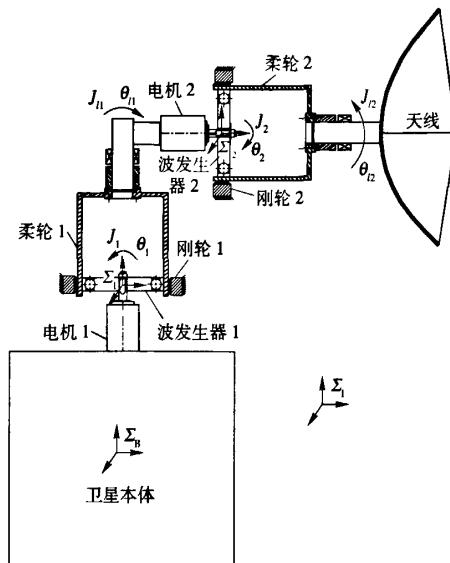


图 5 星载天线双轴机构坐标系定义

Fig. 5 Coordinates definition of satellite two-axes Antenna

为了便于双轴机构在 Simpack 中建模仿真分析,并与空间算子代数的动力学计算对比,验证动力学递推及求解算法的正确性和效率,需要对空间双轴机构进行几何模型及属性进行等效简化。设卫星为 $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 的正方体,双轴定位机构安装在卫星的 Y 向上表面中央,2 个完全相同谐波齿轮的驱动机构及输出轴模型简化为圆截面半径 $r = 0.05\text{ m}$,长度 $l = 0.3\text{ m}$,其等效质量、转动惯量和质心位置见表 1。定义双轴机构坐标系如下:惯性坐标系 Σ_i ,基体坐标系为正交 Σ_b ,与惯性坐标系使用六自由度虚铰连接。轴 1、轴 2 分别定义本体坐标系为 Σ_1 、 Σ_2 ,关节分别为 Y 轴、X 轴旋转铰接(见图 5)。

表 1 星载天线质量惯量特性

Tab. 1 Mass and Inertia properties of satellite antenna

机构 名称	质量/ kg	转动惯量/ [$J_x J_y J_z$] / ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	质心位置/ m
卫星基体	5.0	[5.0 5.0 5.0]	[0.0 0.0 0.0]
输出轴 1	1.0	[1.0 1.0 1.0]	[0.0 0.3 0.0]
电机轴 1 及 波发生器 1	0.1	[0.05 0.05 0.05]	[0.0 0.05 0.0]
柔轮 1	0.2	[0.1 0.1 0.1]	[0.0 0.1 0.0]
输出轴 2	1.0	[1.0 1.0 1.0]	[0.3 0.0 0.0]
电机轴 2 及 波发生器 2	0.1	[0.05 0.05 0.05]	[0.05 0.0 0.0]
柔轮 2	0.2	[0.1 0.1 0.1]	[0.1 0.0 0.0]

设双轴的驱动力矩均为 $\sin(5t)$ (N·m),其中:
 t 为仿真时间,单位:s;仿真步长为 0.0005 s;仿真间 3 s,积分算法采用龙格-库塔法。同时采用动力学软件 Simpack 在相同条件下进行仿真。

通过 SOA 算法对星载天线双轴机构动力学仿真分析,并与 Simpack 的仿真曲线对比,如图 6~8 所示。结果表明,卫星漂浮基本体姿态、位移和轴 1、轴 2 的转角位移曲线几乎一致,由于积分算法的累计误差及数据截断误差,经过 3 s 仿真后产生微小位移偏差,符合工程实际情况,且计算精度高,求解速度快,能够满足动力学实时仿真及控制系统设计需要,具有一定的工程应用价值。

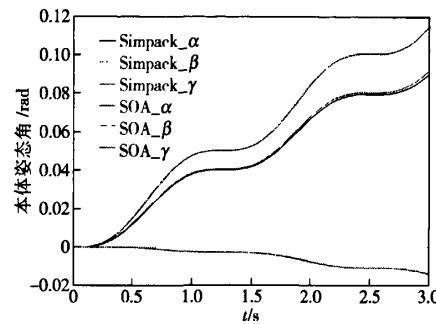


图 6 卫星本体漂浮基欧拉角曲线

Fig. 6 Euler angles of floating satellite body

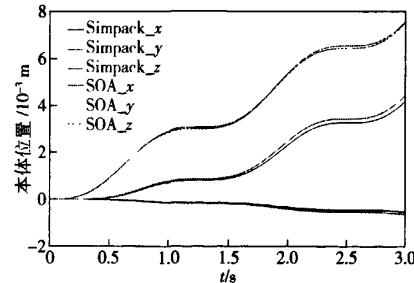


图 7 卫星本体漂浮基空间位移曲线

Fig. 7 Positions of floating satellite body

4 结论

本文以漂浮基星载天线双轴机构为研究对象,采用空间算子代数递推公式建立了星载天线双轴机构多体系动力学模型,基于空间算子代数理论实现了星载天线动力学递推数值计算,其形式直观、高效及物理意义明确;运用面向对象的数据结构技术实现了 SOA 算法编程,并将其与 Simpack 软件分别对星载天线动力学仿真分析,通过对比结果表明该算法的正确性,且具有计算效率高、求解速度快、精

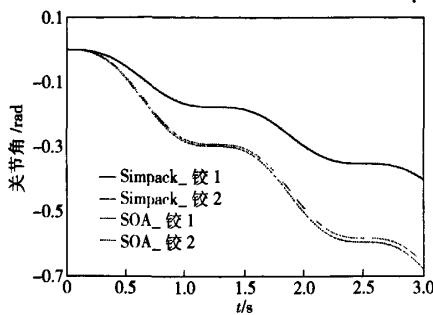


图 8 轴 1 和轴 2 转角曲线

Fig. 8 Angles curves of satellite antenna

度高的优势,能够满足动力学实时仿真及控制系统设计的需要。

参考文献(References)

- [1] 郭小清, 杜云飞. 卫星天线双轴定位机构建模与仿真[J]. 航空计算技术, 2004, 34(3): 87-89.
YAN Xiao-qing, DU Yun-fei. Modeling and simulating on two-axes position mechanism of satellite antennas[J]. Aeronautical Computer Technique, 2004, 34(3): 87-89. (in Chinese)
- [2] 李长江, 廖瑛. 卫星天线双轴定位系统虚拟样机动力学仿真[J]. 中国空间科学技术, 2005, 25(4): 52-56.
LI Chang-jiang, LIAO Ying. The dynamic simulation of the virtual prototype of the two-axes position mechanism for satellite antennas [J]. Chinese Space Science and Technology, 2005, 25(4): 52-56. (in Chinese)
- [3] Featherstone R. The calculation of robot dynamics using articulated-body inertias[J]. International Journal of Robotics Research, 1983, 2(1): 13-30.
- [4] Rodriguez G. Kalman filtering, smoothing, and recursive robot arm forward and inverse dynamics[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(6): 624-639.
- [5] Rodriguez G, Kreutz K, Milman M. A spatial operator algebra for manipulator modeling and control[C]//Proceeding of IEEE International Symposium, Arlington: IEEE, 1988: 418-423.
- [6] Rodriguez G, Jain A, Kreutz K. Spatial operator algebra for multi-body system dynamics[J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1992, 40: 27-50.
- [7] Jain A, Rodriguez G. Recursive flexible multibody system dynamics using spatial operators[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1992, 15: 1453-1466.
- [8] 熊启家. 基于空间算子代数理论的链式多体系统递推动力学研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2003.
- XIONG Qi-jia. The recursive dynamics research of chained form multibody based on the theory of spatial operator algebra [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2003. (in Chinese)
- [9] 熊启家, 吴洪涛, 左健民. 广义质量的空间算子代数描述[J]. 南京航空航天大学学报, 2002, 34(6): 548-552.
XIONG Qi-jia, WU Hong-tao, ZUO Jian-ming. Depiction of generalized mass by spatial operator algebra[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2002, 34(6): 548-552. (in Chinese)
- [10] 熊启家, 吴洪涛, 左健民. 工业机器人雅可比的空间算子代数描述[J]. 华东船舶工业学院学报(自然科学版), 2003, 17(1): 77-81.
XIONG Qi-jia, WU Hong-tao, ZUO Jian-ming. Depiction of industrial robots jacobian matrix by SOA[J]. Journal of East China Shipbuilding Institute, 2003, 17(1): 77-81. (in Chinese)
- [11] 孟占峰, 韩潮. 基于空间算子代数的航天器多体动力学递推实时仿真算法[J]. 航空学报, 2007, 28(增刊): 49-56.
MENG Zhan-feng, HAN Chao. Recursive multi-body dynamical algorithm for real-time simulation of spacecraft using spatial operator algebra[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(Suppl): 49-56. (in Chinese)
- [12] 方喜峰, 吴洪涛. 基于空间算子代数理论多体系统动力学雅可比矩阵设计与实现[J]. 中国机械工程, 2008, 19(12): 1429-1433.
FANG Xi-feng, WU Hong-tao. Jacobin matrix of multi-body system dynamics analysis and realization based on spatial operator algebra theory [J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(12): 1429-1433. (in Chinese)
- [13] 方喜峰, 陆宇平, 吴洪涛, 等. 基于空间算子代数理论多刚体系统反向动力学仿真[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(1): 102-106.
FANG Xi-feng, LU Yu-ping, WU Hong-tao, et al. Inverse dynamics simulation of rigid multibody system based on spatial operator algebra theory[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(1): 102-106. (in Chinese)
- [14] 方喜峰, 吴洪涛. 基于空间算子代数理论计算多体系统动力学建模[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 228-234.
FANG Xi-feng, WU Hong-tao. Computational dynamics of multi-body system modeling based on spatial operator algebra theory [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(1): 228-234. (in Chinese)
- [15] 魏承, 赵阳. 基于空间算子代数的空间多体系统动力学递推计算[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2105-2110.
WEI Cheng, ZHAO Yang. Recursive computation of space multi-body dynamics using spatial operator algebra[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(6): 2105-2110. (in Chinese)

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>