

· 大学教学 ·

偶极天线辐射能量与远场条件

曹芙蓉¹, 陈晓琴²

(1. 空军雷达学院三系, 武汉 4300192; 2. 华中师范大学物理科学与技术学院, 武汉 430079)

摘要:偶极天线周围电磁场平均能流密度的一般表达式反映近区场的能流不为零,本文提出由平均辐射能量密度占总能量密度的比例确定偶极子辐射场的远区,对于给定波长的偶极子天线,这远区不仅与场点到偶极子的距离 r 有关也与辐射方向有关。

关键词:电偶极子; 能量密度; 能流密度

中图分类号:O441.2

文献标识码:A

文章编号:1006-7353(2010)03-0028-02

在分析偶极子天线周围的电磁场时,常常分为近区、感应区和远区。对于近区场由于 $kr \ll 1$, $e^{kr} \approx 1$,且相对于 $1/(kr)^3$ 的项而言, $1/(kr)^2$ 和 $1/k r$ 的项可以忽略,这样偶极子的近场特性表述为^[1-2]:电场与磁场的相位差为 $\pi/2$,因此能量在电场与磁场之间交换而平均坡印亭矢量为零。其实,近场中被忽略的较小项正是偶极子向外输送的净功率^[3-4],否则,若近区场的平均能流为零,远区辐射能量又从何而来。偶极子辐射场远区条件一般认为是^[5]: $r \gg l$,在电磁工程中一般定义远区为 $kr \gg 10$,而某些电磁兼容的手册中则粗略地划分为 $kr \geq 1$ 。

本文从偶极子周围的场表达式推导出了任意场点平均坡印亭矢量。无论近区、感应区还是远区,电磁波的平均能流总是沿矢径方向,而总的辐射功率却与 r 无关。并提出依据平均辐射能量密度占总能量密度的比例确定偶极子辐射场的远区,远区不仅与场点到偶极子的距离 r 有关也与辐射方向有关。

在最大辐射方向本文给出的远场条件是:
 $kr \geq 5$ 。

如图1所示,在球坐标系中电偶极子 Il 产生的磁场强度为^[6]:

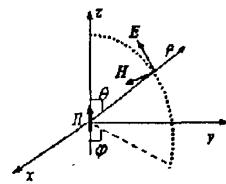


图1 电偶极子的电磁辐射

$$\begin{cases} H_\theta = \frac{k^2 Il}{4\pi} \left(\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} \right) \sin \theta e^{i(\omega t - kr)} \\ H_r = H_\phi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

电场强度为:

$$\begin{cases} E_r = \frac{k^3 Il}{2\pi\omega\epsilon_0} \left(\frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right) \cos \theta e^{i(\omega t - kr)} \\ E_\theta = 0 \\ E_\phi = \frac{k^3 Il}{4\pi\omega\epsilon_0} \left(\frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right) \sin \theta e^{i(\omega t - kr)} \end{cases} \quad (2)$$

1 能流密度

电偶极子周围场的坡印亭矢量为:

$$S = E \times H =$$

$$\begin{aligned} & \frac{k^3 Il \cos \theta}{2\pi\omega\epsilon_0} \quad \frac{k^3 Il \sin \theta}{4\pi\omega\epsilon_0} \left(\left[\frac{1}{(kr)^3} - \frac{1}{kr} \right] \right. \\ & \left(\frac{\cos(\omega t - kr)}{(kr)^2} + \frac{\sin(\omega t - kr)}{kr} + \right. \\ & \left. \left. \frac{\sin(\omega t - kr)}{(kr)^3} \right) \frac{\cos(\omega t - kr)}{(kr)^2} \right) \quad 0 \\ & \quad \quad \quad \frac{k^3 Il \sin \theta}{4\pi} \\ & \quad \quad \quad \left(\frac{\cos(\omega t - kr)}{(kr)^2} \right. \\ & \quad \quad \quad \left. - \frac{\sin(\omega t - kr)}{kr} \right) \\ & = \frac{k^5 (Il)^2 \sin^2 \theta}{(4\pi)^2 \omega \epsilon_0} \left(\frac{\cos 2(\omega t - kr)}{(kr)^4} + \frac{\sin^2(\omega t - kr)}{(kr)^2} + \right. \end{aligned}$$

收稿日期: 2010-01-26.

作者简介: 曹芙蓉(1981-)女, 湖北宜昌人, 硕士, 主要从事电磁场、微波技术的教学与科研工作。

$$\left[\frac{1}{(kr)^5} - \frac{2}{(kr)^3} \right] \sin(\omega t - kr) \cos(\omega t - kr) \Big) \hat{r} - \\ \frac{k^5 (I\!I)^2 \sin \theta \cos \theta}{8\pi^2 \omega \epsilon_0} \cdot \left(\frac{\cos 2(\omega t - kr)}{(kr)^4} + \right. \\ \left. \left[\frac{1}{(kr)^5} - \frac{1}{(kr)^3} \right] \sin(\omega t - kr) \cos(\omega t - kr) \right) \hat{\theta}$$

(3)

式中 $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 为真空波阻抗, λ 为波长。上式表明: 偶极子辐射场的能流瞬时值既有 \hat{r} 分量也有 $\hat{\theta}$ 分量。可以证明坡印亭矢量平均值仅有 \hat{r} 分量, 即电磁波沿 \hat{r} 方向传播。

$$\begin{cases} \bar{S}_r = \frac{1}{2} \eta (\frac{Il}{2\lambda})^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} r \\ \bar{S}_\theta = 0 \end{cases} \quad (4)$$

同样可以直接利用下式计算能流的平均值

$$\bar{S} = \frac{1}{2} Re (E \times H^*) = \frac{1}{2} \eta (\frac{Il}{2A})^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2} r \quad (5)$$

以上分析表明,近区的坡印亭矢量平均值并不为零。通常,在讨论近区电场和磁场的大小时所忽略的与 $1/r$ 联系的部分正是对坡印亭矢量平均值有贡献的部分,且由于坡印亭矢量与 r^2 成反比,所以总的辐射功率与 r 无关。

2 能量密度

下面给出了偶极子周围电场能量密度和磁场能量密度的平均值。

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{w}_e = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{k^2 ll}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{3\cos^2\theta + 1}{(kr)^6} + \frac{4\cos^2\theta - \sin^2\theta}{(kr)^4} + \frac{\sin^2\theta}{(kr)^2} \right) \\ \bar{w}_m = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{k^2 ll}{4\pi} \right) \sin^2\theta \left(\frac{1}{(kr)^4} + \frac{1}{(kr)^2} \right) \end{array} \right. \quad (6)$$

总的电磁能量密度的平均值为：

$$\bar{w} = \bar{w}_e + \bar{w}_m = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{k^2 Il}{4\pi} \right)^2 \left(\frac{(3\cos^2\theta + 1)}{(kr)^6} + \frac{4\cos^2\theta}{(kr)^4} + \frac{2\sin^2\theta}{(kr)^2} \right) \quad (7)$$

上式表明：沿着偶极天线方向($\theta = 0, \pi$)仍然有电磁能量，特别是在近区，沿此方向，这个能量最大，只是没有辐射出去。可见，近区场能量主要以感应的静电场和稳恒磁场为主，平均能量密度近似为：

$$\bar{w}_n \approx \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{k^2 Il}{4\pi} \right)^2 \frac{(3\cos^2\theta + 1)}{(kr)^6} \quad (8)$$

远场区能量占主要部分的是辐射场，电场和磁场的能量密度相同，平均辐射能量密度可以近似为：

$$\bar{w}_t \approx \mu_0 \left(\frac{k^2 Il}{4\pi} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta}{(kr)^2} \quad (9)$$

图 2 给出了在最大辐射方向 $\theta = \pm \pi/2$, 平均辐射能量密度占总能量密度 (\bar{w}_r/\bar{w}) 的百分比随 kr 的变化。由图可见, 在 $0.5 \leq kr \leq 2$ 时, \bar{w}_r/\bar{w} 随 kr 增加很快; 当 $kr \geq 2$ 时, \bar{w}_r/\bar{w} 随 kr 增加缓慢。下表给出了当 $kr = 1, 2, 3, 5$ 时 \bar{w}_r/\bar{w} 的值。

kr	1	2	3	5
$\bar{w}_i/\bar{w}(\%)$	66.67	96.97	99.39	99.92

然而远区的划分并没有严格的定义,由上表可见,以 $kr \geq 1$ 作为远区划分是不可取的。根据实际电磁工程需要,远区范围最小值可定义为: $kr \geq 5$ 。

图3给出了 $kr = 1, 3, 5$ 时平均辐射能量密度占总能量密度的百分比随 θ 的变化。由图3可见，除了在 θ 等于0度和180度的方向无辐射电磁场以外，在其余方向，不同场点单位体积内辐射的能量占总能量密度的比例不但与辐射方向有关，也随 kr 的增加而增大。

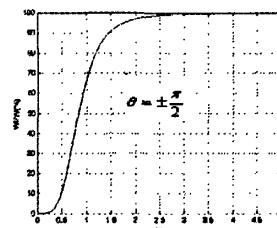


图 2 平均辐射能量密度与总能量密度比值随 α 的变化

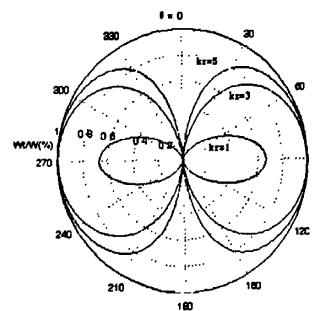


图3 平均辐射能量密度与总能量密度比值随 θ 的变化

(下转第 34 页)

时, $P\{C/A(\alpha)\}$ 变为必然事件, 其概率为 1, 即
 $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$ 。

证法 2

图 3 所示为一均匀的平面薄片, 在平面直角坐标系中该薄片覆盖的区域为一圆心角为 2α , 半径为 1 的圆弧。根据质心的有关理论, 该薄片的质心在 y 轴上, 且 $\bar{y} = \frac{1}{A} \iint_D y d\sigma$, 其中

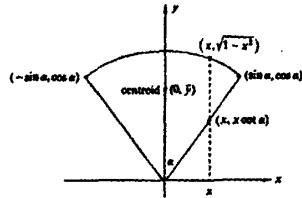


图 3

为 1, 且关于 y 轴对称的圆弧。根据质心的有关理论, 该薄片的质心在 y 轴上, 且 $\bar{y} = \frac{1}{A} \iint_D y d\sigma$, 其中 A 为该薄片覆盖的封闭区域的面积。不难求得 $A = \frac{2\alpha}{2\pi} \cdot \pi \cdot 1^2 = \alpha$, 而 $\iint_D y d\sigma = \int_{-\sin \alpha}^{\sin \alpha} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} y dy = \frac{2}{3} \sin \alpha$, 故 $\bar{y} = \frac{\frac{2}{3} \sin \alpha}{\alpha} = \frac{2}{3} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ 。

根据前面的推导可知, 图 4 中大等腰三角形的质心在其顶角平分线上且距顶点 $\frac{2}{3}$ 长度处; 同理, 小等腰三角形的质心亦在顶角平分线上且距顶点

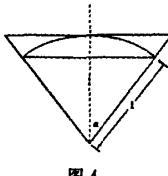


图 4

$\frac{2}{3} \cos \alpha$ 长度处。因此, 在平面直角坐标系中覆盖区域为一圆心角为 2α , 半径为 1 的圆弧的薄片的质心 \bar{y} 必然满足:

$$\frac{2}{3} \cos \alpha \leq \bar{y} = \frac{2}{3} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \leq \frac{2}{3}$$

令 $\alpha \rightarrow 0$, 上述不等式分各项同时取极限得,

$$\frac{2}{3} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \cos \alpha \leq \frac{2}{3} \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \leq \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{2}{3}$$

即 $1 \leq \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \leq 1$, 由两边夹法则, 可得

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1, \text{ 极限得证。}$$

3 结束语

在教学中, 利用概率论、质心公式等知识给出了重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 的结论不同于教科书上的证明方法, 以开阔学生视野, 掌握不同的方法。

参 考 文 献

- [1] M. 克莱因. 古今数学思想[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1979: 135.
- [2] 同济大学数学系编. 高等数学(六版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 74.
- [3] 华东师范大学数学系编. 数学分析[M]. 北京: 高等教育出版社, 1980: 42.

(上接第 29 页)

3 结束语

在讨论偶极子近场特性时, 忽略 $1/kr$ 项对能流密度的贡献而造成理论上分析的误差是显而易见的。实际上, 在讨论近区电场和磁场的大小时所忽略的与 $1/kr$ 联系的部分正是对坡印亭矢量平均值有贡献的部分。不同场点单位体积内辐射出去的能量占总能量密度的比例与辐射方向有关, 除了沿着偶极子方向不辐射能量以外, 在其余的辐射方向辐射能量的比例也随 kr 的增加而增大。

参 考 文 献

- [1] 柯亨玉. 电磁场理论[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2004.
- [2] 全泽松. 电磁场理论[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1995. 296—300.
- [3] 毕德显. 电磁场理论[M]. 北京: 电子工业出版社, 1983.
- [4] J A Stratton 著, 何国瑜 译. 电磁理论[M]. 北京: 航空学院出版社, 1986.
- [5] 吕宽州, 姜俊. 电偶极子的场及辐射[J]. 河南科学, 2003, 21(5): 512—514.
- [6] 谢处方, 饶克谨. 电磁场与电磁波(第 4 版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 313—314.

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>