

## 8 天线准正交空时码系统的容量分析

陈 强, 林子杰

(集美大学信息工程学院, 福建 厦门 361021)

[摘要] 在平坦瑞利衰落信道下, 介绍了8个发射天线和1个接收天线的MISO准正交空时码系统, 针对8发射天线ABBA<sup>2</sup>准正交空时组码, 推导其系统的瞬时信噪比的解析式. 随后进行Monte-Carlo仿真, 其结果表明: 在发射天线功率归一化条件下, 对于满速率的准正交空时码, 随着发射天线的增加, 信道容量也增大, 但对于大的发射天线数, 其容量改善不明显, 而接收天线的增多, 则系统的容量有明显的提高.

[关键词] 8发射天线; 准正交空时码; 信噪比; 容量

[中图分类号] TN 820.17

[文献标志码] A

### 0 引言

MIMO (Multiple Input Multiple Output) 系统能提高无线通信链路的可靠性和频谱利用率, MIMO技术已经被视作第四代移动通信技术的重要组成部分. 空时编码技术是抗信道衰落的最有效方法之一. Alamouti 提出的空时编码, 是基于复正交理论的. 采用这种编码方式, 只有当发射天线的数目为2时, 该方案才能实现最大分集增益和全发射速率. 但如果发射天线的数目大于2时, 其编码速率就小于1. 为解决数据全速率传输问题, Jafarkhani 等人提出准正交空时组码<sup>[1]</sup> QSTBC (Quasi-Orthogonal Space-Time Code). 而对于多天线通信系统, 信噪比 SNR 作为衡量通信质量标准的重要因素, 可提供越区、功率控制和信道分配所需的信道质量信息.

近年来, 主要是针对4发射天线QSTBC系统进行的研究<sup>[2-5]</sup>. 文献[2]采用2个自适应系数, 对Jafarkhani 码的编码矩阵的部分符号乘上自适应系数  $w_1$  或  $w_2$ , 其目的是消除格拉姆矩阵中干扰项, 再结合天线选择技术, 达到改善QSTBC系统的性能. 文献[3]从发射端、接收端、联合发射和接收的天线选择方式三方面来研究QSTBC系统的信道容量改善程度. 文献[4-5]提出新的4天线QSTBC码组, 并进行了误码率方面的分析和比较. 从查阅相关资料来看, 研究8天线QSTBC的文献还不多, 文献[6]利用迫零(ZF)算法解决8天线ABBA<sup>2</sup>(简称平方码)QSTBC符号间干扰ISI (Inter Symbol Interference), 从而提高系统的性能. 文献[7]利用星座旋转技术对3种8天线QSTBC码进行研究, 仿真结果降低了BER (Bit Error Rate). 文献[8]分别将1-4 bit 相位反馈技术应用于码率为1的8天线QSTBC, 并做了分析和仿真, 结果也同样能降低误码率. 文献[9]利用发射端收到接收端反馈回来的部分信息, 提出将高分集技术应用于迫零接收机和最大似然接收机. 文献[10]给出8天线Alamouti扩展码用迫零(ZF)、最小均方误差(MMSE)和最大似然(ML)译码算法对该类QSTBC性能进行研究, 具有相当高的理论水平. 文献[11]对BADIC工作中的4根和8根发射天线的QSTBC系统有关选择性天线和码组内容进行归纳和总结, 即首先选择  $|h_{(i)}|^2$  最大的4根或8根天线, 其次是在MIMO系统信道统计特性不变的条件下, 利用迫零准则, 选择一组能使系统的瞬时比特误码率最小的QSTBC码型. 但是这些文献都缺乏对系统信噪比的推导. 因此本文以平方码准正

[收稿日期] 2010-03-22

[修回日期] 2010-06-16

[基金项目] 福建省自然科学基金资助项目(2009JD1292); 福建省教育厅项目(JA07137)

[作者简介] 陈强(1964—), 男, 副教授, 硕士, 从事MIMO技术和信号处理等研究.

交空时码<sup>[6]</sup>为例, 利用分块矩阵和协方差理论推导其系统的瞬时信噪比的解析式, 并应用该信噪比进行 Monte-Carlo 容量仿真和分析。

## 1 系统模型

考虑 8 个发射天线和 1 个接收天线的满率的 QSTBC 通信系统, 系统模型如图 1 所示。输入数据由 QSTBC 编码器进行编码, 编码器的输出再送到串/并转换器, 把输入数据流转换成并行的子数据流, 形成的数据流可由 8 个天线同时发送出去。信道模型  $H$  为平坦瑞利衰落信道。

QSTBC 码组采用平方码准正交空时码, 式 (1) 是其码阵。

$$S_{ABBA^2} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\ -s_2^* & -s_1^* & -s_4^* & s_3^* & -s_6^* & s_5^* & -s_8^* & s_7^* \\ s_3 & s_4 & s_1 & s_2 & s_7 & s_8 & s_5 & s_6 \\ -s_4^* & s_3^* & -s_2^* & s_1^* & -s_8^* & s_7^* & -s_6^* & s_5^* \\ s_5 & s_6 & s_7 & s_8 & s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_6^* & s_5^* & -s_8^* & s_7^* & -s_2^* & s_1^* & -s_4^* & s_3^* \\ s_7 & s_8 & s_5 & s_6 & s_3 & s_4 & s_1 & s_2 \\ -s_8^* & s_7^* & -s_6^* & s_5^* & -s_4^* & s_3^* & -s_2^* & s_1^* \end{bmatrix} \quad (1)$$

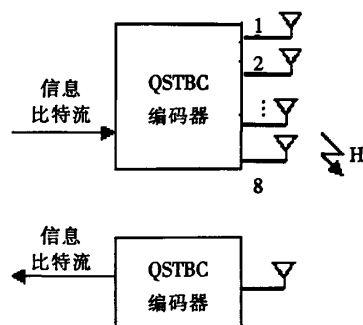


图 1 8 发射天线准正交空时组码系统模型  
Fig.1 Channel model of QSTBC systems with eight transmit antennas

假设系统发射端已知信道状态信息 (CSI), 8 根天线用下标序号 1, 2, ..., 8 表示, 其对应的到达接收天线的信道增益系数可表示为  $h_i (i \in [1, 8])$ ,  $h_i$  在一个完整的空时编码期间保持不变, 但在不同的编码期间允许发生变化。令时刻  $t$  接收天线的接收信号为  $r(t)$ , 假设在接收端所有时间和频率是严格同步和准确校准的。信道衰落系数向量为  $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4 \ h_5 \ h_6 \ h_7 \ h_8]$ , 接收信号向量为  $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2^* \ r_3 \ r_4^* \ r_5 \ r_6^* \ r_7 \ r_8^*]$ , 发送信号向量为  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4 \ s_5 \ s_6 \ s_7 \ s_8]^T$ , 信道矩阵为准正交矩阵, 如式 (2) 所示。

$$H_{ABBA^2} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 & h_8 \\ h_2^* & -h_1^* & h_4^* & -h_3^* & h_6^* & -h_5^* & h_8^* & -h_7^* \\ h_3 & h_4 & h_1 & h_2 & h_7 & h_8 & h_5 & h_6 \\ h_4^* & -h_3^* & h_2^* & -h_1^* & h_8^* & -h_7^* & h_6^* & -h_5^* \\ h_5 & h_6 & h_7 & h_8 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_6^* & -h_5^* & h_8^* & -h_7^* & h_2^* & -h_1^* & h_4^* & -h_3^* \\ h_7 & h_8 & h_5 & h_6 & h_3 & h_4 & h_1 & h_2 \\ h_8^* & -h_7^* & h_6^* & -h_5^* & h_4^* & -h_3^* & h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, “\*” 表示复共轭运算; “T” 表示矩阵转置运算;  $\mathbf{n}$  为加性高斯白噪声 AWGN (Additive White Gaussian Noise),  $\mathbf{n} \in (0, I\sigma^2)$  其方差  $\sigma^2$ ,  $\mathbf{n} = [n_1 \ n_2^* \ n_3 \ n_4^* \ n_5 \ n_6^* \ n_7 \ n_8^*]^T$ , 这样可以得到

$$\mathbf{r} = H_{ABBA^2} \mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (3)$$

## 2 8 发射 1 接收 QSTBC 系统的瞬时信噪比的推导

本文以平方码准正交空时组码为例, 推导该系统的信噪比。

先求得格拉姆阵  $\mathbf{G} = \mathbf{H}_{ABBA^2}^H \mathbf{H}_{ABBA^2}$ , 显然  $\mathbf{G}$  是一个稀疏矩阵。经运算可推得:

$$H_{ABBA^2}^H H_{ABBA^2} = w^2 \begin{bmatrix} I_2 & XI_2 & YI_2 & ZI_2 \\ XI_2 & I_2 & ZI_2 & YI_2 \\ YI_2 & ZI_2 & I_2 & XI_2 \\ ZI_2 & YI_2 & XI_2 & I_2 \end{bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中:  $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} I_2 & XI_2 \\ XI_2 & I_2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} YI_2 & ZI_2 \\ ZI_2 & YI_2 \end{bmatrix}$ ;  $w^2 = \sum_{i=1}^8 |h_i|^2$ ;  $X = 2\text{Re}[h_1 h_3^* + h_2 h_4^* + h_5 h_6^* + h_7 h_7^* + h_8 h_8^*]/w^2$ ;  $Y = 2\text{Re}[h_1 h_5^* + h_2 h_6^* + h_3 h_7^* + h_4 h_8^*]/w^2$ ,  $Z = 2\text{Re}[h_1 h_7^* + h_2 h_8^* + h_3 h_5^* + h_4 h_6^*]/w^2$ .

采用分块方法求逆, 解得平方码的 Gramian 矩阵的逆是:

$$G^{-1} = (H_{ABBA^2}^H H_{ABBA^2})^{-1} \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (A^2 - B^2)^{-1} & \phi \\ \phi & (A^2 - B^2)^{-1} \end{bmatrix} / w^2, \quad (5)$$

其中

$$A^2 - B^2 = \begin{bmatrix} X^2 - Y^2 - Z^2 + 1 & 0 & 2X - 2YZ & 0 \\ 0 & X^2 - Y^2 - Z^2 + 1 & 0 & 2X - 2YZ \\ 2X - 2YZ & 0 & X^2 - Y^2 - Z^2 + 1 & 0 \\ 0 & 2X - 2YZ & 0 & X^2 - Y^2 - Z^2 + 1 \end{bmatrix},$$

可以求得:

$$(A^2 - B^2)^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & -\beta \\ -\beta & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & \alpha \end{bmatrix} / (\alpha^2 - \beta^2) = \begin{bmatrix} \alpha I_2 & -\beta I_2 \\ -\beta I_2 & \alpha I_2 \end{bmatrix} / (\alpha^2 - \beta^2),$$

式中  $\alpha = 1 + X^2 - Y^2 - Z^2$ ;  $\beta = 2(X - YZ)$ ; 对式 (5) 整理得到:

$(G)^{-1}$  的对角单元都是  $(\alpha - X\beta)/(w^2(\alpha^2 - \beta^2))$ . 式 (3) 两端左乘  $H_{ABBA^2}^H$  得  $H_{ABBA^2}^H r = GS_{ABBA^2} + H_{ABBA^2}^H n$ .

定义新译码变量  $y \triangleq [y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8]^T = G^{-1} H_{ABBA^2}^H r$ , 即

$$y = S_{ABBA^2} + G^{-1} H_{ABBA^2}^H n = S_{ABBA^2} + \tilde{n}, \quad (6)$$

定义式 (6) 中  $\tilde{n} = [\tilde{n}_1, \tilde{n}_2, \tilde{n}_3, \tilde{n}_4, \tilde{n}_5, \tilde{n}_6, \tilde{n}_7, \tilde{n}_8]^T \triangleq G^{-1} H_{ABBA^2}^H n$ .

$y$  的协方差矩阵  $\text{cov}[y]$  的结果为

$$\text{cov}(y) = E[(y - E[y])^2] = E[\tilde{n} \tilde{n}^H] = G^{-1} H_{ABBA^2}^H E[n n^H] H_{ABBA^2} (G^{-1})^H = \sigma^2 (G^{-1})^H,$$

其中:  $\sigma^2$  是高斯白噪声的功率,  $\sigma^2 = N_0/2$ .

应用  $\text{cov}[y]$  对角单元就是方差  $\text{var}[y]$ , 即  $\text{var}[y] = (\alpha - X\beta)\sigma^2(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T / (w^2(\alpha^2 - \beta^2))$ .

可见, 8 个接收符号的方差相同, 其中之一的信噪比可代表系统瞬时的输出信噪比, 则平方码瞬时输出信噪比表达式为:

$$R_{\text{SN}} = (E[y_1])^2 / 2\text{var}(y_1) = w^2(\alpha^2 - \beta^2)E_s / ((\alpha - X\beta)N_0). \quad (7)$$

$E_s$  是信号  $s_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  的功率.

### 3 仿真结果分析

把式 (7) 所得的  $R_{\text{SN}}$  代入  $C = W \log(1 + N_r R_{\text{SN}})$  就可以求出 MISO 系统的容量, 这里带宽  $W$  归一化为 1, 利用 Monte-Carlo 进行仿真, 迭代次数为 10 000. 在 8 根发射天线上等功率分配, 即每根发射

天线功率为  $P/N_T$ 。图2、图3分别为平方码的  $(8 \times 1)$  发射天线系统的累积分布密度(CDF)随信道容量的变化以及信道容量随  $E_b/N_0$  的变化曲线图。由图2(取  $R_{SN} = 10$  dB)可以看出,随着发射天线的增加,CDF曲线向右移动,也就是说发射天线数目的增多会导致准正交空时码系统信道容量的增大。当  $CDF = 0.5$  时,  $(8 \times 1)$  平方码 QSTBC 系统的容量比  $(4 \times 1)$  QSTBC 系统的容量增大约  $0.8 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}^{-1})$ 。而  $(4 \times 1)$  QSTBC 系统的容量比  $(2 \times 1)$  STBC 系统的容量增大约  $0.7 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}^{-1})$ ,从2发射天线到4发射天线(变多加2个天线)所增加的容量与从4发射天线到8发射天线(变多加4个天线)所增大的容量接近,说明从发射端天线数由4到8所增加的容量是不明显的。由图3可以发现,当  $R_{SN} = 6$  dB,系统用户要求信道容量不低于  $3 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}^{-1})$  时,  $(8 \times 1)$  平方码较  $(4 \times 1)$  ABBA 码节省约  $2.2 \text{ dB}$ ,而  $(4 \times 1)$  ABBA 码较  $(2 \times 1)$  Alamouti 码节省约  $2.1 \text{ dB}$ 。仿真结果与理论是一致的。从图4得到随着接收天线的增多,系统的容量有明显的提高,  $(8 \times 2)$  平方码 QSTBC 系统的容量比  $(4 \times 3)$  ABBA 码系统的容量增大约  $0.39 \text{ bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}^{-1})$ 。图5也能看出接收天线的增多将会增大 QSTBC 的容量。

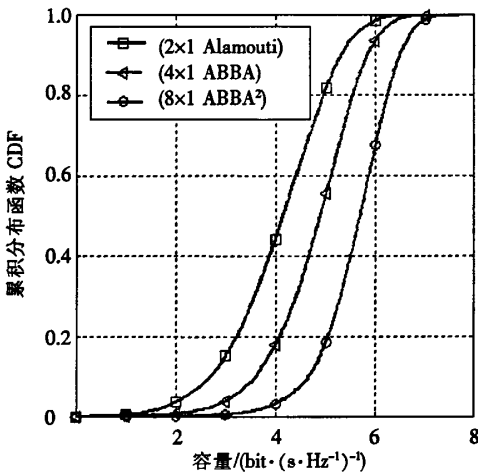


图2  $8 \times 1$  平方码的系统信道容量的 CDF 曲线  
Fig.2 CDF curves of system channel capacity for ABBA<sup>2</sup> code

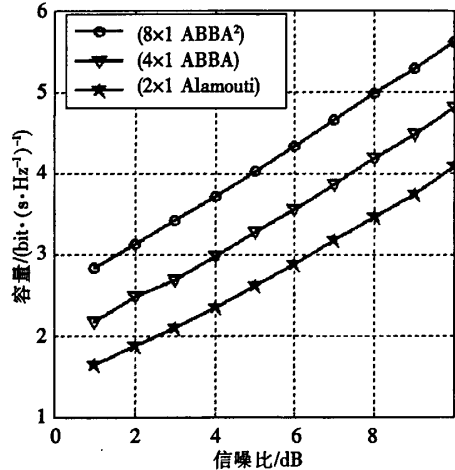


图3  $8 \times 1$  平方码系统信道容量随  $\gamma_F = (E_b/N_0)$  的变化曲线图  
Fig.3 Channel capacity curves of  $8 \times 1$  system as  $\gamma_F = (E_b/N_0)$  for ABBA<sup>2</sup> code

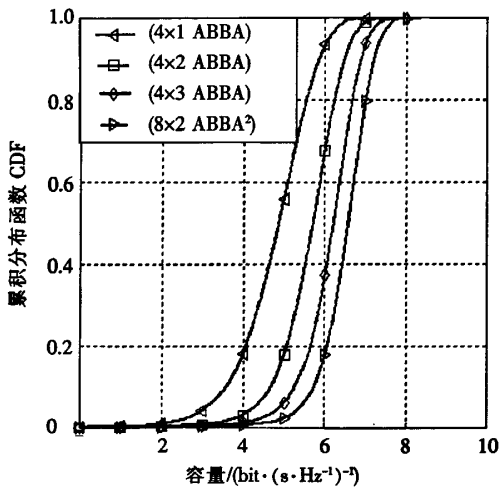


图4 多接收天线 QSTBC 系统容量的 CDF 曲线  
Fig.4 CDF curves of  $\{N_T \times M_R\}$  system channel capacity for QSTBC

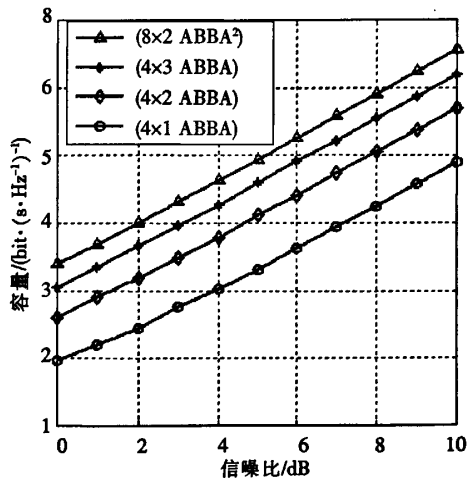


图5 多接收天线系统信道容量随  $\gamma_F = (E_b/N_0)$  的变化曲线图  
Fig.5 Channel capacity curves of  $\{N_T \times M_R\}$  system as  $\gamma_F = (E_b/N_0)$  for ABBA<sup>2</sup> code

## 4 结论

空时编码是一种基于多天线系统设计的编码和信号处理技术, 准正交空时码具有部分正交特征, 可以进行全速率传输. 笔者以  $8 \times 1$  准正交空时组码 (ABBA<sup>2</sup>) 系统为例, 经过严格的数学推导得到 QSTBC 的信噪比解析式. 仿真结果表明: 准正交空时码系统中接收天线数目的增多更能提高系统的容量. 该方法可以推广到其他的 8 天线 QSTBC 码组, 可供从事 QSTBC 研究人员参考.

## [ 参考文献 ]

- [1] JAFARKHANI H. A quasi - orthogonal space - time block code [J]. IEEE Transactions on Communication, 2001, 49(1): 1-4.
- [2] 陈强, 彭国祥. 基于天线选择的准正交空时码的自适应设计 [J]. 中国航海, 2009, 32(4): 9-12.
- [3] 陈强, 庄铭杰. 基于天线选择的准正交空时组码的容量分析 [J]. 大连海事大学学报, 2009, 35(4): 71-74.
- [4] 解武, 曹家年, 王立莹. 4 天线准正交空时分组码的设计与性能分析 [J]. 西安电子科技大学学报, 2009, 36(3): 563-567.
- [5] 申苗, 邵朝. 满速率全分集的准正交空时分组码及性能分析 [J]. 西安邮电学院学报, 2009, 14(5): 17-21.
- [6] WOOJU LEE, DONGWEON YOON, et al. Decoupling matrix with rate one quasi-orthogonal STBC for eight transmit antennas [C] // 2008 11th IEEE Singapore International Conference on Communication Systems. Guangzhou: Institute of Electrical and Electronics Engineer Computer Society, ICCS2008, 2008, 1: 73-76.
- [7] YASIR AHMED R, MICHAEL BUEHRER, JEFFREY H. Space-time block codes for eight transmit antennas [C] // Proceeding of the Thirty-Sixth Asilomar Conference on Signals Systems and Computers. Asilomar, USA: IEEE, 2002, 12: 1359-1363.
- [8] NARESH SHARMA, PAPADIAS B. Reduced-complex ML decoding of rate 6/8 and rate 1 linear complex space-time codes for up to eight transmit antennas with phase feedback [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(8): 565-568.
- [9] BILJANA BADIC, MARKUS RUPP, HANS WEINRICHTER. Quasi-orthogonal space-time block codes for data transmission over four and eight transmit antennas with very low feedback rate [C] // Proceeding of scc04. Erlangen Germany: IEEE, 2004, 1: 14-21.
- [10] MECKLENBRAUKER C F, RUPP M. Generalized alamouti codes for trading quality of service against data rate in MIMO UMTS [J]. EURASIP Journal on Applied Signal Processing, 2004 (5): 662-675.
- [11] 骆家骥, 王俊, 汤宏超. 基于准交空时分组码的发送天线选择算法 [J]. 通信技术, 2008, 41(1): 43-45.
- [12] GREGOY D DURGIN. 空-时无线信道 [M]. 朱世华, 译, 西安: 西安交通大学出版社, 2004: 167-168.

## The Derivation of Eight Antennas Quasi Orthogonal Space-Time Code Signal-to-Noise Ratio

CHEN Qiang, LIN Zi-jie

(School of Information Engineering, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** In the flat Rayleigh fading channel, MISO quasi orthogonal space-time code for 8 antenna system was introduced. Instantaneous signal-to-noise ratio of eight antennas quasi orthogonal space-time code was derived according to ABBA<sup>2</sup>. Then Monte Carlo simulation results showed: channel capacity was increased with the increase of antenna in antenna power normalization conditions for the full rate of orthogonal space-time code, but for large number of antenna, its capacity to improve was not obvious. While receiving antennas were increasing, the capacity of the system was improved greatly.

**Key words:** eight transmit antennas; quasi orthogonal space time code (QSTBC); signal to noise ratio (SNR); capacity

(责任编辑 陈 敏)

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训：

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>