

# 并矢格林函数法分析任意方向短路针加载微带贴片天线

栾秀珍 谭克俊 邵佑诚

(大连海事大学信息学院, xzluandalian@sina.com, 辽宁 大连 116026)

**摘要** 短路针加载微带贴片天线在低频应用时仍能保持体积小的特点, 具有广泛的应用前景。推导了矩形微带贴片天线中贴片与接地板之间腔体中的并矢格林函数, 并将并矢格林函数用于任意方向短路针加载微带贴片天线的分析中, 给出了任意方向短路针加载微带贴片天线谐振频率的计算公式。该公式具有一般意义, 对于垂直方向短路针加载微带贴片天线所得谐振频率计算公式与文献[1]所给结果完全一致。

**关键词** 微带贴片天线 并矢格林函数 短路针加载

## 1 引言

微带贴片天线具有剖面低、重量轻、制作简单、易与RF器件集成等优点, 目前已得到广泛应用。然而, 在有些应用场合(如移动通信手机中), 由于工作频率较低, 若用传统形式的微带贴片天线, 则所需尺寸仍然太大而不适用。目前, 人们已经提出了多种减小微带贴片天线尺寸的技术, 在贴片天线中加入短路针是其中最简单、最有效的方法之一。Rebekka Porath 在文献[1]中利用标量格林函数提出了同轴馈电垂直短路针加载矩形贴片天线谐振频率的计算方法和公式, 由于该法是采用标量格林函数进行分析的, 所以这种方法不能直接用于分析任意方向短路针加载的情况。为了分析任意方向短路针加载矩形贴片天线, 需采用并矢格林函数。对于并矢格林函数, 人们已经进行了多年研究, 并取得了很多研究成果。对于微带贴片天线中的并矢格林函数人们也进行了研究, 但通常都是针对贴片上的电流分布的, 而对于贴片与接地板之间腔体中电流所对应的并矢格林函数却鲜有报道。为此, 本文将首先推导矩形贴片与接地板之间腔体中的并矢格林函数, 然后将所得并矢格林函数用于任意方向短路针加载矩形贴片天线的分析中, 并给出天线谐振频率的计算公式。

## 2 矩形贴片与接地板之间腔体中的并矢格林函数

矩形微带贴片天线的结构如图1所示。假设矩形贴片与接地板之间是四周为磁壁、上下为电壁、介质填充的矩形腔, 则由于该结构沿x、y、z三个方向均有界, 因此本征值在x、y、z三个方向均有离散谱。于是构造矢量波函数L、M、N为

$$\begin{cases} L_{nm\rho}(x, y, z) = \nabla \Psi_{nm\rho}^L(x, y, z) \\ M_{nm\rho}(x, y, z) = \nabla \times [\Psi_{nm\rho}^M(x, y, z)\hat{k}] \\ N_{nm\rho}(x, y, z) = \frac{1}{\lambda_{nm\rho}} \nabla \times \nabla \times [\Psi_{nm\rho}^N(x, y, z)\hat{k}] \end{cases} \quad (1)$$

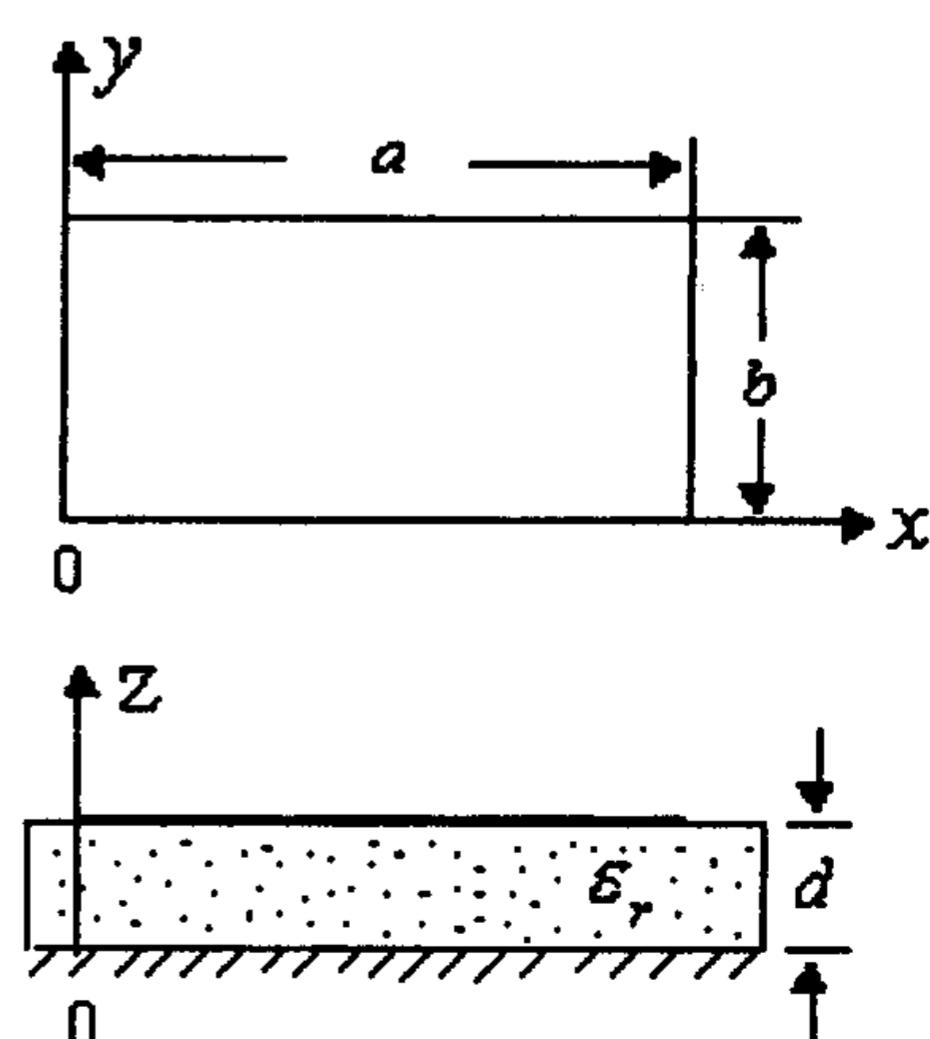


图1 矩形贴片天线结构示意图

式中本征值为  $\lambda_{nmp}^2 = (\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2 + (\frac{p\pi}{d})^2$ 。

为了使矢量波函数  $L, M, N$  满足矩形腔四周为磁壁、上下为电壁的边界条件, 取满足标量亥姆霍兹方程的构造函数的形式为

$$\begin{cases} \Psi_{nmp}^L = \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ \Psi_{nmp}^M = \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ \Psi_{nmp}^N = \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{d} \end{cases} \quad (2)$$

则

$$\begin{aligned} L_{nmp}(x, y, z) &= \nabla \Psi_{nmp}^L(x, y, z) \\ &= iL_{nmpx} + jL_{nmpy} + kL_{nmpz} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} M_{nmp}(x, y, z) &= \nabla \times [\Psi_{nmp}^M(x, y, z) \hat{k}] \\ &= iM_{nmpx} + jM_{nmpy} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{nmp}(x, y, z) &= \frac{1}{\lambda_{nmp}} \nabla \times \nabla \times [\Psi_{nmp}^N(x, y, z) \hat{k}] \\ &= iN_{nmpx} + jN_{nmpy} + kN_{nmpz} \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} L_{nmpx} &= -\frac{n\pi}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ L_{nmpy} &= -\frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ L_{nmpz} &= \frac{p\pi}{d} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{d} \\ M_{nmpx} &= \frac{m\pi}{b} \sin \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ M_{nmpy} &= -\frac{n\pi}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ N_{nmpx} &= \frac{1}{\lambda_{nmp}} \cdot \frac{n\pi}{a} \cdot \frac{m\pi}{b} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{d} \\ N_{nmpy} &= \frac{1}{\lambda_{nmp}} \cdot \frac{p\pi}{d} \cdot \frac{m\pi}{b} \cos \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{p\pi z}{d} \\ N_{nmpz} &= \frac{1}{\lambda_{nmp}} [(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2] \cdot \\ &\quad \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{p\pi z}{d} \end{aligned}$$

可以证明如此构造的  $L_{nmp}, M_{nmp}, N_{nmp}$  均满足边界条件。由于矩形腔中电场与磁场均为无散场, 故可得矩形腔内并矢格林函数的本征函数展开式为

$$\begin{aligned} G(r, r') &= \sum_{n,m,p} \frac{1}{k^2 - \lambda_{nmp}^2} [a_M M_{nmp}(r) M_{nmp}(r')] + \\ &\quad a_N N_{nmp}(r) N_{nmp}(r') \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $a_M, a_N$  为对应矢量波函数  $M, N$  的归一化系数, 分别为

$$a_M = 2\lambda_{nmp}^2 / [\pi ab((\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2)]$$

$$[(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2 + (\frac{p\pi}{d})^2)]^{-1}$$

$$a_N = \frac{\sigma_n \sigma_m}{ab[(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2]}$$

$$\text{其中 } \sigma_i = \begin{cases} 1 & i = 0 \\ 2 & i \neq 0 \end{cases}$$

### 3 任意方向短路针加载矩形贴片天线的谐振频率

由以上分析可知, 当矩形贴片与接地板之间的腔体是四周为磁壁、上下为电壁的矩形腔时, 腔内电场可由(4)式所示并矢格林函数  $G(r, r')$  和腔内任意方向馈电电流  $J(r)$  表示为

$$E(r) = j\omega \mu_0 \iiint_V G(r, r') \cdot J(r) dV' \quad (5)$$

在直角坐标系中, 上式可写成如下形式

$$\begin{aligned} E(x, y, z) &= j\omega \mu_0 \iiint_V G(xyz, x'y'z') \cdot \\ &\quad J(x'y'z') dx' dy' dz' \end{aligned} \quad (6)$$

对于任意方向短路针加载矩形贴片天线, 假设短路针轴向沿  $l$  方向, 长度为 1, 则由边界条件可知, 短路针上的总电压为零, 即

$$\begin{aligned} V_l &= j\omega \mu_0 \int_l \iiint_V G(xyz, x'y'z') \cdot \\ &\quad J(x'y'z') dx' dy' dz' \cdot dl = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

由上式即可确定任意方向短路针加载矩形贴片天线的谐振频率。

图 2 所示为常用同轴馈电垂直短路针加载矩形微带贴片天线的结构示意图。图中, 矩形贴片尺寸为  $a \times b$ , 同轴馈电探针坐标为  $(x_1, y_1)$ , 短路针坐标为  $(x_2, y_2)$ , 介质基片厚度为  $d$ , 介电常数为  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ 。当  $d \ll \lambda_0$  时, 馈电电流及腔内电场都只有  $z$  向分量, 且不随  $z$  坐标变化。此时(4)式所示并矢格林函数变为

$$\begin{aligned} G(x, y, x', y') &= \hat{k} \hat{k} \sum_{n,m} \frac{1}{k^2 - \lambda_{nm}^2} a_{nm} \cdot \\ &\quad N_{nmz}(x, y) N_{nmz}(x', y') \end{aligned} \quad (8)$$

式中

$$\lambda_{nm}^2 = (\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2$$

$$\begin{aligned} N_{nmz}(x, y) &= \frac{1}{\lambda_{nm}} [(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2] \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \\ &= \sqrt{(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \end{aligned}$$

又因为

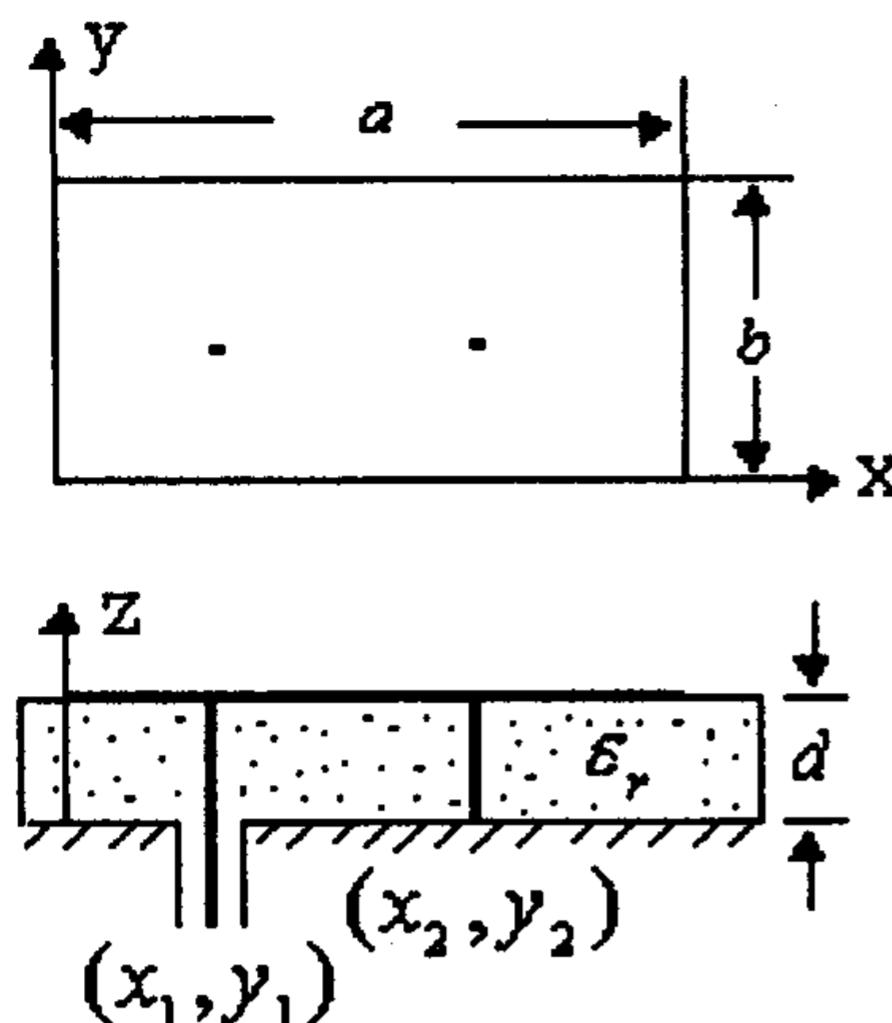


图 2 短路针加载矩形贴片天线

$$a_N = \frac{\sigma_n \sigma_m}{ab[(\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2]}$$

所以

$$G(xy, x'y') = \hat{k}\hat{k} \sum_{n,m} \frac{1}{k^2 - \lambda_{nm}^2} \cdot \frac{\sigma_n \sigma_m}{ab} \cdot \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi x'}{a} \cos \frac{m\pi y'}{b} \quad (9)$$

令

$$\Psi_{nm}(x, y) = \sqrt{\frac{\sigma_n \sigma_m}{ab}} \cos \frac{n\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b}$$

$$k_{nm}^2 = \lambda_{nm}^2 = (\frac{n\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2$$

则(9)式可写成

$$G(xy, x'y') = \hat{k}\hat{k} \sum_{n,m} \frac{\Psi_{nm}(xy) \cdot \Psi_{nm}(x'y')}{k^2 - k_{nm}^2} \quad (10)$$

假设同轴馈电探针和短路针都具有方形横截面,且截面积为  $\Delta_i^2$  ( $i=1, 2$ ),则电流密度  $J_i(x, y)$  可用下式表示

$$J_i(x, y) = k \begin{cases} \frac{I_i}{\Delta_i^2} & x \in [x_i - \frac{\Delta_i}{2}, x_i + \frac{\Delta_i}{2}], \\ & y \in [y_i - \frac{\Delta_i}{2}, y_i + \frac{\Delta_i}{2}] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

则在垂直的短路针附近平均电压为

$$V_2 = j\omega\mu_0 \int_0^l \frac{1}{\Delta_2^2} \int_{x_2 - \frac{\Delta_2}{2}}^{x_2 + \frac{\Delta_2}{2}} dx \int_{y_2 - \frac{\Delta_2}{2}}^{y_2 + \frac{\Delta_2}{2}} dy \int_{x_2 - \frac{\Delta_2}{2}}^{x_2 + \frac{\Delta_2}{2}} dx' \int_{y_2 - \frac{\Delta_2}{2}}^{y_2 + \frac{\Delta_2}{2}} dy' [\hat{k}\hat{k} \sum_{n,m} \frac{\Psi_{nm}(xy) \cdot \Psi_{nm}(x'y')}{k^2 - k_{nm}^2}]$$

$$\begin{aligned} & [\hat{k} \frac{I_2}{\Delta_2^2}] \cdot \hat{k} dz' \\ & = I_2 \left[ \frac{1}{j\omega\epsilon ab/d} + \sum_{n,m \neq 0,0} \frac{j\omega\mu_0 d}{k^2 - k_{nm}^2} \cdot \right. \\ & \left. \frac{\sigma_n \sigma_m}{ab} \cdot f_{nm}^2(x_2, y_2, \Delta_2) \right] \\ & = I_2 \left( \frac{1}{j\omega C} + j\omega L \right) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$f_{nm}(x, y, \Delta) = \frac{\cos(\frac{n\pi x}{a}) \cdot \sin(\frac{n\pi \Delta}{2a}) \cdot \cos(\frac{m\pi y}{b}) \cdot \sin(\frac{m\pi \Delta}{2b})}{\frac{n\pi \Delta}{2a} \cdot \frac{m\pi \Delta}{2b}}$$

$$L = \sum_{n,m \neq 0,0} \frac{\mu_0 d}{k^2 - k_{nm}^2} \cdot \frac{\sigma_n \sigma_m}{ab} \cdot f_{nm}^2(x_2, y_2, \Delta_2)$$

$$C = \epsilon ab/d$$

由此可得短路针加载矩形贴片天线的谐振频率为

$$\omega = 1/\sqrt{LC} \quad (13)$$

将上式与文献[1]中的(3)式比较可知,二者是一致的。

### 3 结论

Rebekka Porath 在文献[1]中采用标量格林函数分析了同轴馈电垂直短路针加载矩形贴片天线的谐振频率特性。本文对 Rebekka Porath 的分析方法进行了改进,采用并矢格林函数进行分析。由于矩形贴片与接地板之间腔体中的并矢格林函数并没有现成的公式可查,所以,本文首先推导了矩形贴片与接地板之间腔体中的并矢格林函数。该并矢格林函数是矢量波函数展开的形式,而且满足矩形贴片天线的边界条件。将此并矢格林函数用于短路针加载矩形贴片天线的分析,可使分析方法适合任意方向短路针加载的贴片天线,从而扩大了分析方法的适用范围。对于常用的薄介质基片垂直短路针加载矩形贴片天线,本文所提出的并矢格林函数的分析方法与 Rebekka Porath 分析方法的结果一致。

### 参考文献

- [1] Rebekka Porath. Theory of Miniaturized Shorting-post Microstrip Antennas [J]. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2000, 48: 41~47.

- [2] R. Waterhouse. Small microstrip patch antenna [J]. Electron Lett., 1995, 31: 604~605.

栾秀珍 (1963—),女,山东人,大连海事大学信息学院副教授,博士,目前主要从事微带贴片天线和智能天线的研究。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…

---



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

---

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>

---



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>