

# 平面缝隙天线中磁流格林函数分析

王建路, 张建华, 胡 伟  
(电子工程学院, 合肥 230037)

**摘要:**介绍了等效磁流在平面缝隙结构中的应用, 利用传输线理论推导了混合位积分方程中的谱域和空域磁流格林函数, 得到了一种简洁的表达式, 为缝隙结构电磁问题的分析仿真提供了便利, 与文献的对比证明了结果的正确性。

**关键词:**等效原理; 磁流格林函数; 缝隙天线

**中图分类号:** TN823.24

**文献标识码:** A

**文章编号:** CN32-1413(2011)01-0113-03

## Analysis on The Magnetic Current Green Function in Plane Slot Antenna

WANG Jian-lu, ZHANG Jian-hua, HU Wei

(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

**Abstract:** This paper introduces the application of equivalent magnetic current to the plane slot structure, deduces the magnetic current Green function of spectrum domain and space domain in the mixed-potential integration equation by means of the transmission line theory, obtains a kind of compact expression, which provides the convenience for the analysis and simulation of electromagnetic problems of slot structure. The comparison with the literature demonstrates the correctness of the result.

**Key words:** equivalence principle; magnetic current Green function; slot antenna

### 0 引言

共面波导馈电的平面缝隙天线易于与微波集成电路结合, 并且带宽比较大, 已成为研究的热点。这类结构与传统的微带结构相似, 但是金属层只存在于介质的一个表面, 通过在金属层上的缝隙形成共面波导传输线和缝隙天线。在对这类结构进行矩量法分析的时候, 需要利用等效原理用磁流代替缝隙结构, 应用平面分层媒质中的格林函数进行分析。由于混合位积分方程中, 格林函数不会出现对函数的求导, 奇异性较低, 应用更为广泛。

然而, 目前比较常用的混合位格林函数是电流格林函数。关于磁流的格林函数介绍与推导较少, 实际应用中如果单纯地将微带结构的电流格林函数利用对偶性, 得到的磁流格林函数是无法应用的, 因为这种对偶将金属地板对偶成了理想磁导体, 与实际不符。另外, 等效原理与对偶原理的使用, 非常容易使人混淆, 产生错误, 所以需要重新对混合位磁流格林

函数重新推导。本文利用传输线理论推导 C 类混合位磁流格林函数, 给出了简洁的表达式, 可以方便地应用于分析图 1 结构的缝隙。

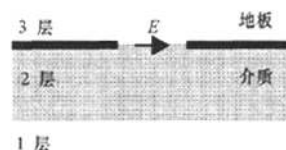


图1 介质地板缝隙结构

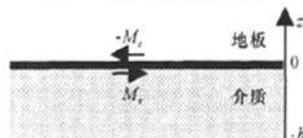


图2 等效磁流模型



图3 电流模型

## 1 问题分析

对缝隙结构应用等效原理后,得到图2所示的结构,金属板变为完整地板,缝隙处由磁流代替,空间层和介质层的磁流大小相等、方向相反,两者分布在金属地板的两侧。常用的电流格林函数结构如图3,若直接将这种类型的电流格林函数使用对偶性,则无法得到图2中的磁流格林函数。因为金属地板对偶后成为理想磁导体,与图2的结构不符;所以磁流格林函数需要推导,不能由电流格林函数直接得到。

## 2 磁流格林函数

按照文献[2]中C类型的格林函数形式,可以得到磁格林函数的谱域表达式:

$$\tilde{K}^F = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx}^F & 0 & \tilde{G}_{xz}^F \\ 0 & \tilde{G}_{yy}^F & \tilde{G}_{yz}^F \\ \tilde{G}_{zx}^F & \tilde{G}_{zy}^F & \tilde{G}_{zz}^F \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\tilde{G}^{jm} = \frac{j\omega\mu_0}{k_p^2} (I_v^h - I_v^r) \quad (2)$$

式中: $\tilde{K}$ 为修正后的谱域矢量格林函数; $\tilde{G}^{jm}$ 为标量格林函数; $\tilde{G}_{xx}^F$ 为x方向的场源在x方向产生的矢量格林函数; $\tilde{G}_{xz}^F$ 为x方向的场源在z方向产生的矢量格林函数;……; $\tilde{G}_{zz}^F$ 为z方向的场源在z方向产生的矢量格林函数; $\mu_0$ 为磁导率; $\omega$ 为角速度; $k_p$ 为横向波数; $I_v^h$ 为传输线电压产生的横向电流; $I_v^r$ 为传输线电压产生的纵向电流。

由此格林函数可得到磁流产生的磁场为:

$$\tilde{H} = -j\omega\epsilon_0 (\tilde{K}^F, \tilde{M}_s) + \frac{1}{j\omega\mu_0} \nabla \langle \tilde{G}^{jm}, \nabla' \tilde{M}_s \rangle \quad (3)$$

式中: $\tilde{M}_s$ 为谱域的表面磁流; $\nabla$ 为散度; $\nabla'$ 为对圆的散度。

一般只需要用到场点和源点同在介质层的情况,且 $z=z'=0$ ,此时只需要计算:

$$\tilde{G}_{xx}^F = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} I_v^r \quad (4)$$

$$\tilde{G}^{jm} = \frac{j\omega\mu_0}{k_p^2} (I_v^h - I_v^r) \quad (5)$$

利用文献[3]中计算 $z'$ 处电流源在 $z$ 处产生的电压( $p=e$ 时代表纵向, $p=h$ 代表横向) $V_p^r(z|z')$ 的方法计算 $z'$ 处电压源在 $z$ 处产生的电流 $I_v^r(z|z')$ ,可得:

$$I_v^r(z|z') = \frac{Y_n^p}{2} \left[ e^{-jk_{zn}|z-z'|} + M_n^p \sum_{s=1}^4 C_{2,s}^p R_{ns}^p e^{-jk_{zs}z_n} \right] \quad (6)$$

$$\begin{cases} R_{n1}^p = \tilde{\Gamma}_{n,n+1}^p \\ R_{n2}^p = \tilde{\Gamma}_{n,n-1}^p \\ R_{n3}^p = \tilde{\Gamma}_{n,n+1}^p \tilde{\Gamma}_{n,n-1}^p = R_{n4}^p \\ M_n^p = (1 - \tilde{\Gamma}_{n,n-1}^p \tilde{\Gamma}_{n,n+1}^p)^{-1} \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \gamma_{n1} = 2z_{n+1} - (z+z') \\ \gamma_{n2} = (z+z') - 2z_n \\ \gamma_{n3} = 2d_n + (z-z') \\ \gamma_{n4} = 2d_n - (z-z') \end{cases} \quad (8)$$

$$C_{2,s}^p = \begin{cases} -1, s=1 \\ -1, s=2 \\ +1, s=3 \\ +1, s=4 \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{1}{Y^r} = Z^r = \frac{k_z^r}{\omega\epsilon_0\epsilon_r} \quad (10)$$

$$\frac{1}{Y^h} = Z^h = \frac{\omega\mu_0\mu_r}{k_z^h} \quad (11)$$

$$d_2 = z_3 - z_2 = h \quad (12)$$

$$t_n = e^{-j2k_{z2}d_2} = e^{-j2k_{z2}h} \quad (13)$$

$$\tilde{\Gamma}_{2,3}^p = \Gamma_{2,3}^p = -1 \quad (14)$$

$$\Gamma_{2,1}^p = \frac{Z_1^r - Z_2^r}{Z_1^r + Z_2^r} = \frac{\frac{k_{z0}}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r1}} - \frac{k_{z2}}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}}}{\frac{k_{z0}}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r1}} + \frac{k_{z2}}{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}}} = \frac{\epsilon_{r2}k_{z0} - \epsilon_{r1}k_{z2}}{\epsilon_{r2}k_{z0} + \epsilon_{r1}k_{z2}} \quad (15)$$

$$\Gamma_{2,1}^h = \frac{Z_1^h - Z_2^h}{Z_1^h + Z_2^h} = \frac{\frac{\omega\mu_0\mu_{r1}}{k_{z1}} - \frac{\omega\mu_0\mu_{r2}}{k_{z2}}}{\frac{\omega\mu_0\mu_{r1}}{k_{z1}} + \frac{\omega\mu_0\mu_{r2}}{k_{z2}}} = \frac{\mu_{r1}k_{z2} - \mu_{r2}k_{z0}}{\mu_{r1}k_{z2} + \mu_{r2}k_{z0}} \quad (16)$$

式中: $Y_n^p$ 为第n层的导纳; $k_{zn}$ 为第n层的纵向波数; $\tilde{\Gamma}_{n,n+1}^p$ 为从谱域中第n层到第n+1层的反射系数; $d_n$ 为第n层介质的厚度; $Y^r$ 为纵向电导率; $Y^h$ 为横向电导率; $z^r$ 为纵向电阻; $z^h$ 为横向电阻; $k_z^r$ 为在z轴方向的纵向波数; $k_z^h$ 为在z轴方向的横向波数; $\mu_r$ 为介质中的相对磁导率; $h$ 为本文中介质的厚度; $\Gamma_{2,1}^h$ 为在空域中第2层到第1层纵向的反射系数; $n=2$ ;其它变量的含义可以参考文献[3],这里不再详细介绍。

将以上公式代入公式(3),可得:

$$I_v^r(z|z') = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}}{2k_{z2}} \left[ e^{-jk_{z2}|z-z'|} + M_2^p \sum_{s=1}^4 C_{2,s}^p R_{2s}^p e^{-jk_{zs}z_2} \right] = \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_{r2}}{2k_{z2}} [1 + \tilde{R}^r] \quad (17)$$

$$I_v^h(z|z') = \frac{k_{z2}}{2\omega\mu_0\mu_{r2}} \left[ e^{-jk_{z2}|z-z'|} + M_2^h \sum_{s=1}^4 C_{2,s}^h R_{2s}^h e^{-jk_{zs}z_2} \right] = \frac{k_{z2}}{2\omega\mu_0\mu_{r2}} [1 + \tilde{R}^h] \quad (18)$$

$$\tilde{R}^r = \frac{1 - 3\Gamma_{2,1}^p e^{-jk_{z2}2h}}{1 + \Gamma_{2,1}^p e^{-jk_{z2}2h}} \quad (19)$$

$$\tilde{R}^h = \frac{1 - 3\Gamma_{2,1}^h e^{-jk_{z2}2h}}{1 + \Gamma_{2,1}^h e^{-jk_{z2}2h}} \quad (20)$$

式中:  $\tilde{R}^*$  为谱域中纵向总反射系数;  $\tilde{R}^h$  为谱域中横向总反射系数;  $\epsilon_{r2}$  为第 2 层介质的相对介电常数。

谱域磁格林函数为:

$$\tilde{G}_{xx}^F = \frac{I_v}{j\omega\epsilon_0} = \frac{\epsilon_{r2}}{jk_{z2}} [1 + \tilde{R}^*] \quad (21)$$

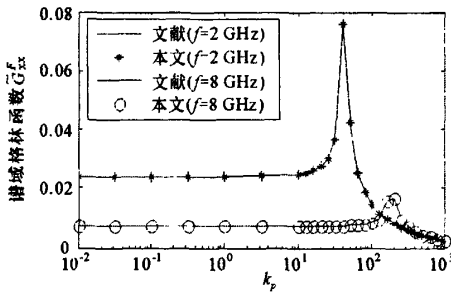
$$\tilde{G}^m = \frac{j\omega\mu_0}{k_p^2} (I_v^h - I_v^*) = \frac{1}{2jk_{z2}\mu_{r2}} \left\{ 1 + \left[ R^* + \frac{k_{z2}^2}{k_p^2} (R^* - R^h) \right] \right\} \quad (22)$$

可以得到空域表达式为:

$$G_{xx}^F = F^{-1}(\tilde{G}_{xx}^F) = S_0 \left[ \frac{\epsilon_{r2}}{jk_{z2}} (1 + \tilde{R}^*) \right] = \frac{\epsilon_{r2}}{4\pi} \frac{\exp(-jk_2\Delta\rho)}{\Delta\rho} + \frac{\epsilon_{r2}}{4\pi} \int_0^\infty \frac{1}{jk_{z2}} \tilde{R}^* J_0(k_p\rho) k_p dk_p \quad (23)$$

$$G^m = F^{-1}\tilde{G}^m = S_0 \frac{\left\{ 1 + \left[ R^* + \frac{k_{z2}^2}{k_p^2} (R^* - R^h) \right] \right\}}{2jk_{z2}\mu_{r2}} = \frac{1}{4\pi\mu_{r2}} \frac{\exp(-jk_2\Delta\rho)}{\Delta\rho} + \frac{1}{4\pi\mu_{r2}} \int_0^\infty \frac{1}{jk_{z2}} \left[ R^* + \frac{k_{z2}^2}{k_p^2} (R^* - R^h) \right] J_0(k_p\rho) k_p dk_p \quad (24)$$

式中:  $p$  为场点到坐标原点的横向距离;  $\Delta\rho$  为源和场的横向距离;  $J_0$  为 0 阶贝塞尔函数;  $F^{-1}$  为傅里叶逆变换;  $S_0$  为斯莫非尔德积分。



### 3 格林函数的验证

根据文献[4]的结果,另一种形式的磁流格林函数的谱域表达式为:

$$\tilde{G}_{F_x}^{\text{diel}} = \frac{\epsilon_{\text{diel}} \left[ \cosh(u_{\text{diel}} z) - \frac{\epsilon_{\text{diel}} u_{\text{air}}}{u_{\text{diel}}} \sinh(u_{\text{diel}} z) \right]}{\cosh(u_{\text{diel}} h) D_{TM}} \quad (25)$$

$$\tilde{G}_*^{\text{diel}} = \frac{\cosh(u_{\text{air}} z) - \frac{\epsilon_{\text{diel}} u_{\text{air}}}{u_{\text{diel}}} \sinh(u_{\text{diel}} z)}{D_{TM} \cosh(u_{\text{diel}} h)} + \frac{2(\epsilon_{\text{diel}} - 1) u_{\text{diel}} \cosh[u_{\text{diel}}(h + z)]}{D_{TM} D_{TE} \sinh(u_{\text{diel}} h)} \quad (26)$$

$$\begin{cases} u_{\text{air}}^2 = k_p^2 - k_0^2 \\ u_{\text{diel}}^2 = k_p^2 - \epsilon_{\text{diel}} k_0^2 \\ D_{TM} = u_{\text{air}} + u_{\text{diel}} \coth(u_{\text{diel}} h) \\ D_{TE} = \epsilon_{\text{diel}} u_{\text{air}} + u_{\text{diel}} \tanh(u_{\text{diel}} h) \end{cases} \quad (27)$$

式中:  $\tilde{G}_{F_x}^{\text{diel}}$  为谱域矢量位的格林函数;  $\tilde{G}_*^{\text{diel}}$  为谱域标量位的格林函数;  $\epsilon_{\text{diel}}$  为介质的介电常数;  $k_0$  为真空中的波数。

通过 Matlab 工具绘制了谱域格林函数随  $k_p$  的变化曲线,如图 4,相关参数为  $h = 0.002 \text{ m}$ ,  $\epsilon_r = 2.17$ 。可看出结果和文献结果是一致的,说明了本文的格林函数的正确性。但本文采用了传输线理论进行推导,最终表达式较为简化,式(21)~(23)的第 1 项表示直射波,第 2 项表示反射波,物理概念明确。

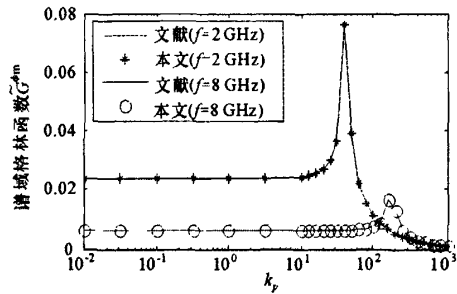


图 4 谱域格林函数验证

### 4 结论

利用传输线理论详细推导了混合位积分方程中的磁流格林函数,得出了谱域和空域的简洁表达式,为分析平面缝隙结构的电磁问题提供了便利。通过与相关文献的对比,证明了本文方法的正确性。

### 参考文献

[1] 钟顺时,梁仙灵,延晓荣.超宽带平面天线技术[J].电波科学学报,2007,22(2):308-315.

[2] Michaski K A, Zheng Dalian. Electromagnetic scattering and radiation by surfaces of arbitrary shape in layered media, part I and II [J]. IEEE Transactions on Antenna and Propagation, 1990, 38(3): 335-352.

[3] 吕元. GPS 微带天线的散射与辐射特性分析[D].合肥:电子工程学院,2007.

[4] Giauffret L, Laheurte J M. Theoretical and experimental characterization of CPW-fed microstrip antennas [J]. IEE Proc-Microwaves Antennas Propagation, 1996, 143(1): 13-17.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训：

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>