

多天线通信中的球译码技术

王军选

(西安邮电学院 通信工程系,陕西 西安 710121)

摘要:介绍了球译码算法的工作原理,给出了算法流程;研究结果表明 AWGN 信道下 LAS-CDMA 系统使用 16QAM 调制时,球译码算法差错率趋近于使用基于 ML 算法的理论差错概率。

关键词:球译码;ML 算法;多天线通信系统

中图分类号:TN911.2

文献标识码:A

文章编号:1007-3264(2006)05-0043-04

引言

数字通信系统中接收机设计面临的问题是从被噪声污染的发射信号中检测数据。实际通信环境中,由于噪声和干扰的作用,接收机难免会出现判决差错。因此接收机设计的目标在于使差错概率尽量小,但是这样的设计目标得到的接收机常常由于其复杂度过高而被迫在实际系统中放弃,因此选择一些性能次优但计算复杂度更低的接收机则成为研究的热点。实际经验发现这些次优的接收机和最优的接收机之间性能差距经常很大,这使得最优接收机非常吸引人。另外,集成电路的迅速发展使得计算成本快速下降,也使得最优接收机设计成为可能。

球译码最早的提出是为了在任意格中寻找具有最短长度的向量^[1,2],这些问题与通信中最优接收机设计问题类似,自球译码被介绍到数字通信领域,该技术便在该领域研究得到了广泛的关注,包括 CDMA 和多天线系统。本文对球译码算法及其在数字通信中的应用做了一定的介绍。

1 球译码算法

1.1 算法分析

线性多人多出(MIMO)信道一般可以用下面的矩阵形式表示:

收稿日期:2005-12-15

作者简介:王军选(1970-),男,陕西户县人,西安邮电学院通信工程系讲师。

$$x = Hs + v \quad (1)$$

其中 $H \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 是信道矩阵, $v \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是加性噪声, 向量 $x \in \mathbb{C}^N$ 为接收信号, $s \in \mathbb{S}^M$ 。信道矩阵 H 的结构一般由于所考虑的问题不同而不同, 假设接收机端的信道估计是精确的, 因而接收机的任务是从已知的 (x, H) 对中对 s 进行估计。

极大似然估计(ML)在发射数据先验等概率时, 它等价于最大后验概率估计, 因此是一个最佳估计。它的最小化接收机差错概率在文献[3,4]中给出, 令 P_e 为差错概率, 即:

$$P_e \triangleq P(s \neq \hat{s})$$

最小化差错概率等价于最大化正确估计 s 的概率, 估计的过程为从所有可能的发射符号中, 选择使接收信号概率最大的信号, 这可以表达为:

$$\hat{s}_{\text{ML}} = \underset{s \in \mathbb{S}^M}{\operatorname{argmin}} \|x + Hs\|^2 \quad (2)$$

即 ML 检测器选择发射符号 S 使得接收信号 x 和 Hs 的最小距离最小。

如果我们考虑的星座为 QAM 星座, 则发射符号为整数, (2)式可等价为一个整数平方问题, (2)式是针对发射符号、接收符号和信道矩阵都是复数的情形, 对(2)式作一些简单的变换, 我们便可得到等价于 ML 的实数域的最小平方问题。令:

$$s = [\operatorname{Re}(s)^T \quad \operatorname{Im}(s)^T]^T,$$

$$x = [\operatorname{Re}(x)^T \quad \operatorname{Im}(x)^T]^T$$

$$v = [\operatorname{Re}(v)^T \quad \operatorname{Im}(v)^T]^T,$$

$$H = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(H) & \operatorname{Im}(H) \\ -\operatorname{Im}(H) & \operatorname{Re}(H) \end{bmatrix}^T$$

其中 $\operatorname{Re}(\cdot)$ 表示取 \cdot 的实部, $\operatorname{Im}(\cdot)$ 表示取 \cdot 的虚部, \cdot^T 表示 \cdot 的转置。

(2) 式等价的实数模型为:

$$x = Hs + v \quad (3)$$

ML 检测等价于下列最小平方问题:

$$s_{\text{ML}} = \operatorname{argmin}_s \|x - Hs\|^2 \quad (4)$$

如果向量 $x \in P^N$, $H \in P^{N \times M}$, 则(4)的整数最小平方问题等价于寻找 $s \in Z^M$ 进行下列的优化:

$$\min_{s \in Z^M} \|x - Hs\|^2 \quad (5)$$

式(5)中的 s 在 M 维整数向量的无限空间里进行。这个问题如前所述,是一个 NP-hard 问题。但是通信中信号功率和调制星座的约束避免了在一个无限格中进行搜索,而只需要在无限格的一个子集 D 中进行搜索, $D \subset Z^m$, 所以通信中的 ML 可等价为有限格中的整数最小平方问题。设向量 $x \in P^N$, $H \in P^{N \times M}$ 及 M 维无限整数格 Z^m 中的有限子集 D , 则有限格中的整数最小平方问题即等价于寻找 $s \in D^m$ 最小化下式: $\min_{s \in D^m} \|x - Hs\|^2$

整数最小平方问题的常用解法包括[5]:经验方法、精确解方法以及格简化法等。其中经验法复杂度低,容易实现,但只能得到近似解;精确解方法充分利用整数格的结构,通常比直接的无穷搜索可以更快地得到解;格简化法先对信道矩阵进行预处理,再采用上面所述的经验方法,可以使性能得到一定的提高。

球译码的基本思想很简单:以给定向量 x 为中心,在半径为 r 的特定超球体内的格点中进行搜索,和最大似然穷搜索相比可以减小搜索空间从而降低计算复杂度。这个算法的困难之处在于:(1) 如何选择半径 r ?显然,半径 r 太大则球体内包含的点太多,搜索复杂度仍将呈指数形式增长,甚至可能把所有有效的格点都包含进来,这时候球译码和最大似然穷搜索没有分别。半径 r 太小就可能在球体内不包含任何格点,这将导致算法在增大半径之后进行重新搜索,这样将导致搜索复杂度的急剧上升。如何找到比较合适的半径 r 使得算法的复杂度在这两则之间进行平衡?(2) 如何判断哪些格点在球体内?若需要检测每个格点和 x 之间的距离(计算是否小于 r),则检测变成了穷搜索,球译码也就失去了意义。

虽然在 M 维的球体内判定格点比较困难,但是在 $M = 1$ 即一维情况下却很容易。因为一维的球体

只是简单的区间,所以期望的格点将是位于该区间之内的整数值。利用这个结论从 k 维推广到 $k + 1$ 维。假设我们已经完成了半径为 r 的球体内的 k 维格点的判定,则对任何一个 k 维格点,在具有相同半径 r 的更高维球体内的 $k + 1$ 维坐标的可取值集合就可以表示成一个区间。

通过在具有相同半径 r 的 $1, 2, \dots, M$ 维球体内所有格点的连续判决可以得到半径为 r 的 M 维球体内的所有格点。该算法实质上相当于在一个平面树上对节点的访问,其中树的第 k 层上的节点对应于半径为 r 的 k 维球体内的格点,如图 1 所示。被访问过的由顶点到底层的路径对应于以给定点 x 为圆心半径为 r 的球中的向量点。因此算法的复杂度取决于所访问的节点数。

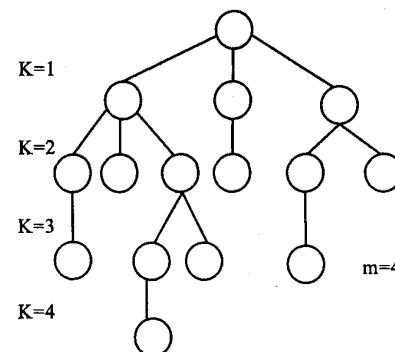


图 1 四维球体中判决格点的生成树例子

基于以上假设,格点 Hs 在半径为 r 的球体内当且仅当

$$\|x - Hs\|^2 \leq r^2 \quad (6)$$

为了将上述问题分解成子问题,可以对矩阵 H 进行 QR 分解。当发射天线的数目大于接收天线的数目即 $M \geq N$ 时,使用 QR 分解更为有利,因为上三角矩阵 R 的大小由 $\min(M, N)$ 决定, $M \geq N$ 时使得采用 QR 分解进行球译码得到的方程组为退化方程组。在下面的分析和研究中,我们集中在 $N \geq M$ 的情形,对 H 矩阵进行 QR 分解,即: $H = QR$, 其中 R 是 $M \times M$ 上三角矩阵, $Q = [Q_1, Q_2]$ 是 $N \times N$ 的正交矩阵。矩阵 Q_1 和 Q_2 分别代表 Q 的前 M 列和后 $N - M$ 列,因此 H 可以写成:

$$H = Q \begin{bmatrix} R \\ 0_{(N-M) \times M} \end{bmatrix}$$

则式(6)的条件又可以写成:

$$r^2 \geq \left\| x - [Q_1 \ Q_2] \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} S \right\|^2$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} Q_1^* \\ Q_2^* \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} R \\ 0 \end{bmatrix} S \right\|^2 \\ = \| Q_1^* x - R_s \|^2 + \| Q_2^* x \|^2$$

即有:

$$r^2 - \| Q_2^* x \|^2 \geq \| Q_1^* x - R_s \|^2 \quad (7)$$

定义 $y = Q_1^* x$ 及 $r'^2 = r^2 - \| Q_2^* x \|^2$, 则上式又可以写为

$$r'^2 \geq \sum_{i=1}^M (y_i - \sum_{j=i}^M r_{ij} s_j)^2 \quad (8)$$

将上面不等式的右边进行扩展, 可以得到:

$$r'^2 \geq (y_M - r_{MM} s_M)^2 + (y_{M-1} - r_{M-1,M} s_M - r_{M-1,M-1} s_{M-1})^2 + \dots \quad (9)$$

其中第一项取决于 s_M , 第二项取决于 $\{s_M, s_{M-1}\}$, 以此类推。若只考虑第一项, 则 H_s 位于球体内的一个必要条件是

$$r'^2 \geq (y_M - r_{MM} s_M)^2$$

该条件又可等价为

$$\left[\frac{-r' + y_M}{r_{MM}} \right] \leq s_M \leq \left[\frac{r' + y_M}{r_{MM}} \right] \quad (10)$$

当然, 式(10)并不是充分条件。对每个 s_M 满足式(10), 定义

$$r'_{M-1}^2 = r'^2 - (y_M - r_{MM} s_M)^2, y_{M-1|M} \\ = y_{M-1} - r_{M-1,M} s_M \quad (11)$$

观察式(9)中的头两项可以得到更强的必要条件, 即

$$\left[\frac{-r'_{M-1} + y_{M-1|M}}{r_{M-1,M-1}} \right] \leq s_{M-1} \leq \left[\frac{r'_{M-1} + y_{M-1|M}}{r_{M-1,M-1}} \right] \quad (12)$$

依次类推可以得到 s_{M-2} 直到 s_1 的相同的形式, 也就得到了所有满足式(6)的格点。

观察该算法可以发现, 检测的过程是从第 M 层即最底层开始, 然后往上进行直到对第一层进行检测。这个过程看起来和连续干扰抵消 (SIC, successive interference canceling) 非常相似: 即在进行本层的检测时, 先把已经检测的层从未检测的层中删除。但是, 满足式(10)和(12)中条件的可能不止是一个点! 正是因为这个原因, 球译码接收机的搜索结构类似于树, 这就导致了关于各种各样相应的枚举策略^[6]。

1.2 算法设计及流程

根据上面的分析, 球译码算法表述如下:

输入以及初始化: $Q = [Q_1 \ Q_2], R, x, y = Q_1^* x, r$ 。

【1】设 $k = m, r'_M = r^2 - \| Q_2^* x \|^2, y_{M-1|M}$
 $= y_M$

【2】设 $UB(s_k) = \left[\frac{r'_k + y_{k|k+1}}{r_{k-1,k-1}} \right]$,
 $s_k = \left[\frac{-r'_k + y_{k|k+1}}{r_{k-1,k-1}} \right] - 1$

【3】 $s_k = s_k + 1$ 。如果 $s_k \leq UB(s_k)$ 则执行【5】, 否则执行【4】

【4】 $k = k + 1$, 若 $k = M + 1$ 则退出, 否则执行【3】

【5】若 $k = 1$, 则执行(6), 否则 $k = k - 1$,

$y_{k|k-1} = y_k + \sum_{j=k+1}^M r_{kj} s_j$,

$r'_k = r'_{k+1} - (y_{k+1} - r_{k+1,k+1} s_{k+1})^2$, 转到【2】

【6】找到解, 保存 s 然后执行【3】

下面是球译码算法搜索过程的几何示意图, 是四维格中的搜索(即 s 为四维向量)。算法从判决 s_4 的区间开始(基于步骤【2】), 只要下一维中有满足条件【3】的点就转到下一层(即寻找 s_3, s_2, s_1)。当某一维中所有的节点都遍历后, 终止其父节点并继续搜索。如果在四维格中没有点满足条件【6】, 则需要增大半径并重新搜索。

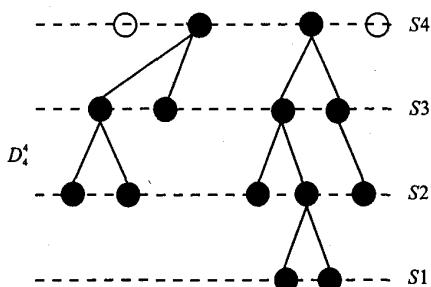


图 2 球译码算法在四维球体中的最近点搜索例子

图 2 所示是得到两种解的例子, 即有两条路径可以到达层 s_1 , 其中解用黑圆点表示, 两个向量中具有较小距离值的便是所要寻找的 ML 解。

2 数值仿真

图 2 是 LAS-CDMA 系统采用单用户、16QAM 调制、LS 码的长度为 63 时, 球译码算法和基于 ML 算法的误符号率比较^[7,8]。仿真结果表明球译码算法的性能几乎等于 ML 的理论性能, 但是其复杂度是远远的低于 ML 算法。

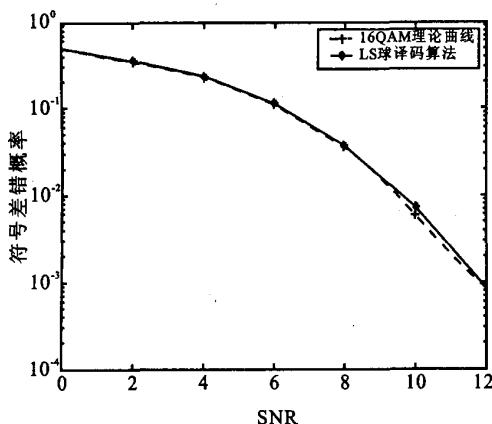


图3 LAS系统16QAM调制时球译码算法和理论差错率

3 结论

球译码由于其多项式的复杂度和接近ML的性能使其成为目前的一个研究热点。传统的ML检测采用在信号空间中进行穷尽搜索的方法进行信号检测,其复杂度随输入指数增长,这使得球译码算法能在最新的研究领域中发挥重要作用,如多天线通信,多用户检测,多载波,多天线多用户系统等等。关于将球译码算法与目前的CDMA系统及未来的移动通信系统(如B3G)相结合以提高实际系统的性能的研究还非常有限,这方面还有待于更多的深入研究。

参 考 文 献

- [1] M. Pohst, On the computation of lattice vectors of minimal length, successive minima and reduced bases with applications, ACM SIGSAM Bull, 66:181-191, 1981.
- [2] U. Fincke and M. Pohst, Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis, Mathematical Computations, vol. 44, pp. 463-471, 1985.
- [3] J. Cioffi, Class Reader for EE379a, EE379b and EE379c - Digital Communication, Stanford University, Stanford, CA., <http://www.stanford.edu/class/ee379>, 2004.
- [4] J. G. Proakis, 数字通信(第4版)[M].张力军等译,北京:电子工业出版社,2003.
- [5] Haris Vikalo, Sphere decoding algorithms for digital communications, Phd Dissertation of Stanford University, 2003.
- [6] O. M. Damen, H. E. Gamal and G. Caire, On the complexity of ML detection and the search for the closest lattice point, IEEE Transactions on Information Theory, 59(10):2400-2414, Oct. 2002.
- [7] 尧文元,孙湘玉,王军选,李道本,CDMA系统联合检测的球译码算法[J].吉林大学学报(信息科学版),2005,23(4):396-401.
- [8] 尧文元.LAS-CDMA容量及检测技术研究[D].北京邮电大学,2005.

Application of sphere decoding in multiple communications system

WANG Jun-xuan

(Department of Communications Engineering, Xi'an University of Post and Telecommunications Xi'an 710121, China)

Abstract: The principle of sphere decoding was introduced and the algorithm structure was also given. The result presents that when LAS-CDMA system using 16QAM modulation under AWGN channel, the error probability of sphere decoding goes to theory error probability of ML algorithm.

Key words: sphere decoding; ML algorithm; multiple antenna communication

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>