

电磁问题的特征模方法 及其在天线分析中的应用

沈文辉*, 周希朗*, 单志勇*, 曹伟**

*上海交通大学电子工程系 邮编 200030
南京邮电学院 **电子工程系 邮编 210030

摘要: 对于电磁场问题, 传统的解析法只能解决具有简单形状的边值问题。但在实际工作中, 复杂的电磁界面比比皆是。由哈林顿教授提出并加以完善的特征模方法, 是对由他本人提出的矩量法原理的一次重大改进。它结合解析法和矩量法的优点, 易于理解和掌握, 是一种值得推广的计算电磁场问题的数值计算方法。本文试图运用特征模方法分析天线问题, 其基本解题步骤可适用于其它电磁问题。

关键词: 矩量法 特征模方法 双位方程 天线

1. 引言

在进行电磁场问题的分析研究过程中, 常需求解微分方程、积分方程以及其它形式的泛函方程的数学问题。通常的解决方法无外乎解析法和数值方法两种。解析法具有物理概念清晰, 易于理解的优点, 但它只适用于具有简单边界的电磁问题, 如球形、圆柱形、长方形等可以用分离变量法解亥姆霍兹方程的问题。但实际工作中常常会遇到很复杂的边值问题, 此时解析法将很难或根本无法求解。传统数值方法, 如有限元法、矩量法等, 可以解决任意复杂形状界面的电磁问题。而且, 从理论上讲, 它的解可以任意精确; 但这些方法缺乏较强的物理概念, 不利于分析解决问题。针对这种情况, 哈林顿教授对矩量法 [1] [2] 进行改进, 提出特征模理论 [3] [4]。

特征模方法兼顾了解析法和矩量法的优点。它既克服了解析法的缺点, 可以用于计算任意曲面形状的边界值问题; 又克服了传统数值方法的缺点, 它具有鲜明的物理概念, 便于理解、掌握和运用。而且, 由于采取了加略金技术, 特征模方法具有较快的收敛性。

本文的第二部分介绍特征模法的基本原理; 第三部分着重讨论特征模方法在天线分析中的应用并给出几个实例, 并将所得结果与矩量法算出的结果相比较。

2. 特征模方法的基本理论

对于算子方程:

$$Tx = y \quad (1)$$

的特征模法求解过程如下。

由互易性定理, T 为对称算子。但一般来说 T 不是埃尔米特算子。为便于使用特征模法, 取算子 R 、 X 分别表示算子 T 的实部和虚部, 则算子 R 、 X 是埃尔米特算子, 即

$$\begin{aligned} R &= R^* \\ X &= X^* \end{aligned} \quad (2)$$

算子 R^* 表示算子 R 的伴随算子, 算子 X^* 表示算子 X 的伴随算子。

取展开函数和检验函数 u_n 为下式的特征函数：

$$Xu_n = \lambda_n Ru_n \quad n=1,2,\dots,N \quad (3)$$

又，在算子 R 、 X 的定义域内选择恰当的展开函数和检验函数 f_j ， $j=1,2,\dots,N$ 对(3)式使用加略金法，得

$$\sum_{j=1}^N b_j^{(n)} \langle f_i, Xf_j \rangle = \lambda_n \sum_{j=1}^N b_j^{(n)} \langle f_i, Rf_j \rangle \quad (4)$$

$$i=1,2,\dots,N$$

解此一般广义特征值问题，可以获得特征函数的表达式：

$$u_n = \sum_{j=1}^N b_j^{(n)} f_j = \bar{F}^T \bar{\mathbf{B}}_n \quad n=1,2,\dots,N \quad (5)$$

则未知函数 x 可表示为：

$$x = \sum_{n=1}^N I_n u_n = \sum_{n=1}^N \frac{\langle u_m, y \rangle}{(1 + j\lambda_n) \langle u_m, Ru_n \rangle} u_n \quad (6)$$

式中特征函数 u_n 的系数 I_n 称作 n 次模式电流，它对电流的贡献随 λ_n 的增大而依次减小。通常，只需取 3 次模即可得到理想的结果。

3. 几个实例

假设天线（视为理想导体，天线长度 L 远大于天线半径 a ，工作波长 λ 远大于天线半径 a ）存在于无限大自由空间中，受外加电场 \bar{E}^i 照射。则天线表面的边界条件为：

$\hat{l} \cdot (\bar{E}^i + \bar{E}^s) = 0$ ，展开即得天线表面的双位方程：

$$\hat{l} \cdot \bar{E}^i = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \int_L \left[\hat{l} \cdot \hat{l}' k^2 i(l') + \frac{di(l')}{dl'} \frac{\partial}{\partial l} \right] \frac{\exp(-jk|\bar{r} - \bar{r}'|)}{4\pi|\bar{r} - \bar{r}'|} dl' \quad (7)$$

式中

\hat{l} 表示天线表面场点的切向单位矢量

\hat{l}' 表示天线轴线上源点的切向单位矢量

\bar{r} 表示由天线表面指向场点的矢量

\bar{r}' 表示由天线轴线指向源点的矢量

用特征函数 u_n 作展开函数和检验函数，采用加略金法将式(7)式离散化，得阻抗矩阵的元素 Z_{mn} 为：

$$z_{mn} = j\omega\mu\Delta l_n \hat{l}(l_m) \cdot \hat{l}'(l_n) \psi(n, m) \\ + \frac{1}{j\omega\varepsilon\Delta l_m} \left[\psi\left(\begin{smallmatrix} + & + \\ n, m \end{smallmatrix}\right) - \psi\left(\begin{smallmatrix} - & + \\ n, m \end{smallmatrix}\right) - \psi\left(\begin{smallmatrix} + & - \\ n, m \end{smallmatrix}\right) + \psi\left(\begin{smallmatrix} - & - \\ n, m \end{smallmatrix}\right) \right] \quad (8) \\ m, n = 1, 2, \dots, N$$

式中

$\bar{n}, \bar{n}, \bar{n}$ 分别是 Δl_n 小段的起点、中点和终点；

$\bar{m}, \bar{m}, \bar{m}$ 分别是 Δl_m 小段的起点、中点和终点。

$$\psi(n, m) = \frac{1}{\Delta l_n} \int_{\Delta l_m} u_m dl \int_{\Delta l_n} u_n \frac{\exp(-jkR)}{4\pi R} dl' \quad (9)$$

$$R = \sqrt{(l - l')^2 + a^2}$$

“+”号和“-”号在适当的时候加在 m 和 n 的上面。

采用特征模法 [3][4] 求解 (9) 式，得出天线上的电流分布。将天线电流代入麦克斯韦尔方程，即可求解天线辐射场、天线增益，画出天线方向图。

下面用特征模法计算 5 单元八木天线。尺寸为，反射器的长度 $L_1 = 0.505$ ，有源振子(激励器)的长度 $L_2 = 0.476$ ，各引向器的长度相同， $L_3 = 0.456$ ；反射器到有源振子的距离 $d_1 = 0.15$ ，引向器到有源振子的距离以及各引向器之间的距离相同， $d_2 = 0.15$ 。图 1、图 2 分别给出 5 单元八木天线的垂直平面方向图和水平平面方向图。

表 1 和表 2 给出用不同方法计算相同结构和尺寸的八木天线问题，所得增益和输入阻抗值。以资比较。

4. 结论

根据现有的技术资料，特征模法算出的结果与其吻合良好。特征模法继承传统计算电磁问题的诸方法的优点，屏弃了它们的缺点，是一种较为理想的计算电磁问题的数值分析方法。

参考文献

- [1] Cao Wei, et al, "Multi-conductor transmission lines in multi-layered dielectric media", IEEE Trans, MIT-32, pp.439-450, Apr 1984.
- [2] R.H. Harrington and Cao Wei, "Losses on multi-conductor transmission lines in multi-layered dielectric media", IEEE Trans, MIT-32, pp.705-710, July 1984.
- [3] Song Yuming and Cao Wei, "Moment method analysis of coupling windows in a rectangular waveguide", Proc. International Symposium on Antennas and EM Theory, Nanjing, Sept 1993.
- [4] Cao wei and Long Bing, "Equivalent source method approach to composite ports in a rectangular waveguide", The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications,

Vol.1, No.2, Dec 1994。

[5]Cao Wei, Naoki Inagaki and Wu Di, "Dimension-descent technique for electromagnetic problems", submitted to IEE Proc. on Microwaves, Antennas and Propagation.

表 1 (使用特征模法)

单 元 数 N	间 距 (λ)	单 元 长 度			增 益 (dB)	输 入 阻 抗 (Ω)
		反 射 器 (λ)	激 励 器 (λ)	引 向 器 (λ)		
3	0.25	0.479	0.453	0.451	9.38	21.41+j17.92
4	0.15	0.486	0.459	0.453	9.66	36.13+j9.59
5	0.15	0.505	0.476	0.456	9.87	8.37+j13.51
6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.18	51.25- j8.07
7	0.25	0.477	0.454	0.434	11.97	57.40- j5.35

①单元半径 $a = 0.0025 \lambda$ 。

表 2 (使用矩量法)

单 元 数 N	间 距 (λ)	单 元 长 度			增 益 (dB)	输 入 阻 抗 (Ω)
		反 射 器 (λ)	激 励 器 (λ)	引 向 器 (λ)		
3	0.25	0.479	0.453	0.451	9.4	22.3+j15.0
4	0.15	0.486	0.459	0.453	9.7	36.7+j9.6
5	0.15	0.505	0.476	0.456	10.0	9.6+j13.0
6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.2	51.3- j1.9
7	0.25	0.477	0.454	0.434	12.0	57.2- j1.9

①单元半径 $a = 0.0025 \lambda$ 。

②本表摘自《天线原理与设计》，康行健编，国防工业出版社出版

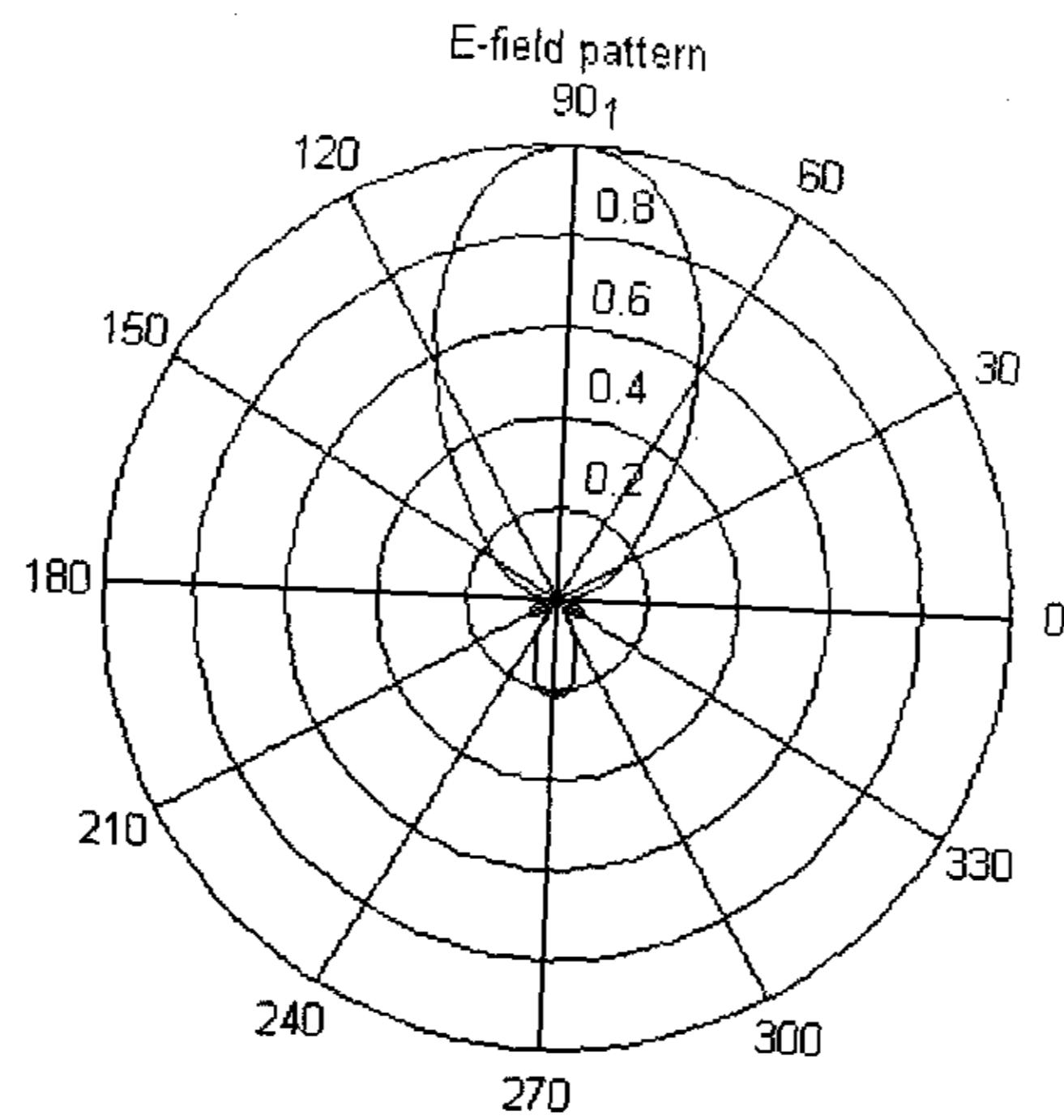


图 1 5 单元八木天线垂直平面方向图

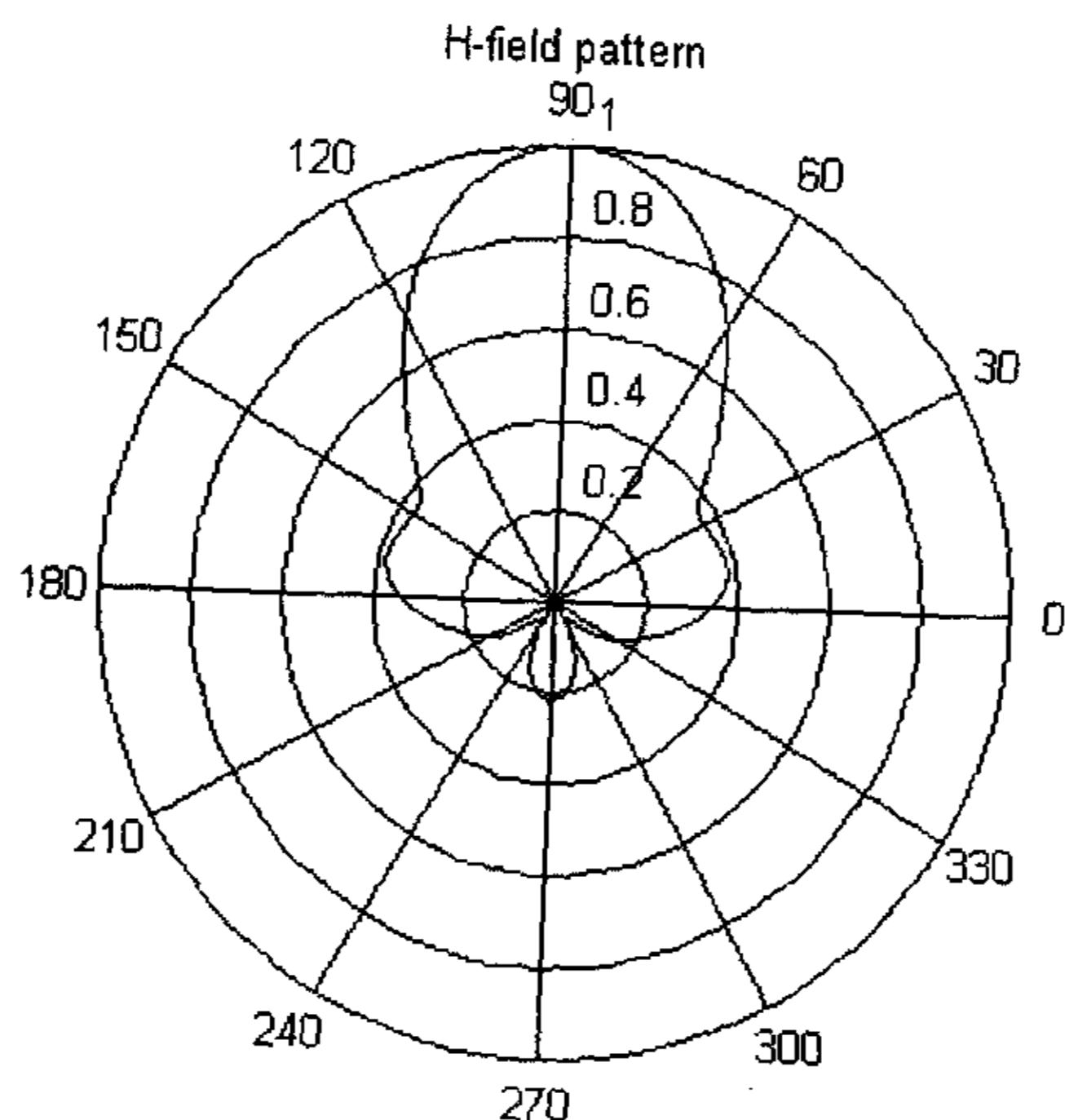


图 2 5 单元八木天线水平平面方向图

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>