

适用于两发射天线 V-BLAST OFDM 系统的 排序插值 QR 分解算法

李颖¹ 张扬² 魏急波¹

(1. 国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 海军装备研究院 舰船研究所, 北京 100073)

摘要: 最近提出的插值 QR 分解算法有效降低了 V-BLAST OFDM 信号检测的复杂度。在大部分检测算法中, 对信道矩阵按某策略排序后可进一步提高算法性能, 但插值 QR 分解算法不能直接应用于这种情况。为解决这一问题, 本文结合分组排序与插值 QR 分解的思路, 通过引入不同列排序矩阵 QR 分解间的关系, 提出一种适用于两发射天线的低复杂度排序插值 QR 算法。该算法可作为采用连续干扰抵消或球形译码算法的 V-BLAST OFDM 信号检测预处理方法。与对插值 QR 分解算法直接扩展的方法相比, 该算法随着接收天线数的增多, 复杂度节省程度更为明显, 因此更适合基站接收机设计。

关键词: V-BLAST (Vertical Bell-Lab's layered Space Time) OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing); 插值 QR 分解; 信号检测

An Ordering Interpolation-based QR Decomposition Algorithm for V-BLAST OFDM Systems with Two Transmit Antennas

LI Ying¹ ZHANG Yang² WEI Ji-bo¹

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, ChangSha 410073;
2. Institute of Naval Vessels, Naval Academy of Armament, Beijing, 100073)

Abstract: Recently, the interpolation-based QR decomposition has been proposed in order to reduce the complexity of V-BLAST OFDM signal detection algorithm efficiently. However, it can't be directly applied to the scenario of different ordered matrices, which is common in almost all of the detection algorithms. To resolve this problem, a low complexity ordering interpolation-based QR decomposition algorithm for V-BLAST OFDM systems with two transmit antennas is presented. The proposed algorithm combines the group ordering with interpolation-based QR decomposition by introducing the relationship of QR decomposition between different column ordered matrices. The algorithm can be regarded as a pre-processing method of V-BLAST OFDM signal detection to which applied successive interference cancellation or sphere decoding algorithm. Compared with the directly extended method of interpolation-based QR decomposition, the more receive antennas is, the more obvious complexity reducing the proposed algorithm achieves, which makes it more suited for the design of base station receivers.

Key words: V-BLAST (Vertical Bell-Lab's layered space time) OFDM (Orthogonal frequency division multiplexing); interpolation-based QR decomposition; signal detection

1 引言

在 V-BLAST (Vertical Bell-Lab's Layered Space Time) 向宽带环境扩展的方案中, 利用 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 技术可将一个频率选择性信道分解为多个并行平衰落子信道, 因此, 平衰落信道下的 V-BLAST 检测算法可直接应用于 V-BLAST OFDM 的各个子信道中, 解决

该情形下信号检测问题。随着数字信号处理技术的发展, 各标准中使用的 OFDM 子信道数越来越多, 如 IEEE802.16 中规定了采用 200 个子信道, DVB-T 标准增至 1705 或 6817 个子信道。显然, 如果直接对这些子信道分别应用平衰落信道下信号检测技术, 会导致很高的接收机复杂度。在实际应用中, 信道响应长度通常远小于子信道数, 这使各子信道间的频响具有一定相关性, 利用这一特点对子信道矩阵进行一些

预处理,可以简化检测算法的设计。

连续干扰抵消(SIC)^[1,3]与球形译码算法(SD)^[4]是两种典型的 V-BLAST 检测算法,这两种方法均需要已知信道矩阵的 QR 分解。为了避免对 V-BLAST OFDM 系统中每个子信道矩阵求 QR 分解,文献[5]提出了插值 QR 分解算法,根据少数已知信道矩阵的 QR 分解直接得到其它子信道矩阵的 QR 分解结果,从而降低了检测算法的计算量。

另一方面,对信道矩阵进行一定策略的列排序能够提高检测算法的性能。对于 SIC 算法,合理的排序可以减小误差传播效应的影响,提高误码率性能^[2,3];对于 SD 算法,通过排序可以进一步降低算法复杂度^[6]。在 V-BLAST OFDM 系统中,各子信道按某策略的排序不一定相同,这限制了[5]中插值 QR 分解算法的应用,因此需要寻找将插值 QR 算法扩展到具有不同列排序情形中的方法。文献[7]已指出相关性较强的子信道可采用相同的列排序,也即仅利用少数已知子信道矩阵便可确定所有子信道矩阵的列排序,这一特点恰好与插值问题的假设类似。本文结合文献[5]与[7]的思路,通过引入不同列排序矩阵 QR 分解间的关系,提出一种适用于两发射天线的排序插值 QR 分解算法,可作为采用 SIC 或 SD 算法的 V-BLAST OFDM 信号检测的低复杂度预处理方法。

2 信号模型

具有 M 个发射天线、 N 个接收天线 ($N \geq M$, 记为 (M, N) 链路)、 K 个子载波的 V-BLAST OFDM 信号模型在频域上等价为 K 个并行平衰落信道下的 V-BLAST 信号模型:

$$Y^k = H^k X^k + W^k, k = 0 \cdots K - 1 \quad (1)$$

其中 $X^k = [X_1^k \cdots X_M^k]^T$ 、 $Y^k = [Y_1^k \cdots Y_N^k]^T$ 与 $W^k = [W_1^k \cdots W_N^k]^T$ 分别为第 k 个子载波上的发送符号矢量、接收符号矢量与高斯白噪声; $H^k = [H_{nm}^k]$ 是复数域上 $N \times M$ 矩阵, 其元素 H_{nm}^k ($n = 1 \cdots N, m = 1 \cdots M$) 表示第 k 个子载波上从发射天线 m 到接收天线 n 间的信道频响系数。设信道响应长度为 $L + 1$, 第 m 发射天线与第 n 接收天线间第 l 条路径的信道增益为 h_{nm}^l ($m = 1 \cdots M, n = 1 \cdots N, l = 0 \cdots L$), 则 H_{nm}^k 是 h_{nm}^l 的 K 点补零 DFT:

$$H_{nm}^k = \sum_{l=0}^L h_{nm}^l e^{-j \frac{2\pi}{K} kl}, k = 0 \cdots K - 1 \quad (2)$$

3 插值 QR 分解算法

插值 QR 分解算法的基础仍然是多项式插值。注意到 H^k 可看成是定义在单位圆上的 L 次 Laurent 多项式矩阵

$$H(s) \triangleq [H_{nm}(s)] = \left[\sum_{l=-L}^0 h_{nm}^l s^l \right]_{N \times M} \quad (\text{记为 } H(s) \sim (L, 0))$$

$s = s_k = e^{j \frac{2\pi}{K} k}$ ($k = 0 \cdots K - 1$) 处的取值(即 $H^k = H(s_k)$), 因此, 只需要已知 $L + 1$ 个子信道矩阵即可通过多项式插值得到所有 K 个子信道矩阵。但在 QR 分解过程中, 涉及到除法与开方操作, 这些变换破坏了 Laurent 多项式的形式, 因此不能直

接采用多项式插值算法。文献[5]指出, $H(s)$ 的 QR 分解结果 $(Q(s), R(s))$ (其中 $Q(s) = [q_1(s) \cdots q_M(s)]$ 为 $N \times M$ 维列正交矩阵, $R(s) = [r_1(s) \cdots r_M(s)]^T$ 为 $M \times M$ 维上三角矩阵)与它们相应的 Laurent 多项式矩阵 $(\tilde{Q}(s), \tilde{R}(s))$ 之间存在一个简单的可逆映射 \mathcal{M} 。首先利用映射 \mathcal{M} 由少数已知的 $(Q(s_k), R(s_k))$ 得到与其对应的 $(\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k))$, 对其进行多项式插值得到所有 K 个子信道对应的 $(\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k))$, 再利用逆映射 \mathcal{M}^{-1} 获得各子信道矩阵的 QR 分解 $(Q(s_k), R(s_k))$, 从而解决了基于插值的 QR 分解问题。我们引用[5]中映射 \mathcal{M} 与 \mathcal{M}^{-1} 的构造:

$$\begin{aligned} \text{令 } \Delta_m(s) = \Delta_{m-1}(s) r_{mm}^2(s), m = 1 \cdots M, \Delta_0 = 1, \text{ 其中 } r_{ij}(s) \\ \text{表示 } R(s) \text{ 中第 } i \text{ 行第 } j \text{ 列元素 (下文用到类似表示方法将不再说明)。} \\ \text{定义映射 } \mathcal{M}: (Q(s), R(s)) \mapsto (\tilde{Q}(s), \tilde{R}(s)), \\ \tilde{Q}(s) = [\tilde{q}_1(s) \cdots \tilde{q}_M(s)], \tilde{R}(s) = [\tilde{r}_1(s) \cdots \tilde{r}_M(s)]^T, \text{ 其中:} \\ \tilde{q}_m(s) = \Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s) q_m(s), \tilde{r}_m^T(s) = \Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s) r_m^T(s) \end{aligned} \quad (3)$$

可以证明, $\tilde{q}_m(s) \sim (mL, (m-1)L)$, $\tilde{r}_m^T(s) \sim (mL, mL)$ 分别是 $(2m-1)L, 2mL$ 次 Laurent 多项式矩阵。

容易得到逆映射 $\mathcal{M}^{-1}: (\tilde{Q}(s), \tilde{R}(s)) \mapsto (Q(s), R(s))$ 为:

$$\begin{aligned} q_k(s) &= (\Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s))^{-1} \tilde{q}_m(s), \\ r_m^T(s) &= (\Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s))^{-1} \tilde{r}_m^T(s) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s)$ 可由 \tilde{R} 得到: $\Delta_{m-1}(s) r_{mm}(s) = \sqrt{\tilde{r}_{m-1, m-1} \tilde{r}_{mm}}, r_{11} = \sqrt{\tilde{r}_{11}}$ 。

当不同子信道矩阵具有不同列排序时, 它们经 QR 分解后得到矩阵的对应元素不能用一个连续函数来表示, 这不符合[5]中插值 QR 算法的假设, 因此该方法不适用于子信道矩阵具有不同列排序情况下的处理。我们结合分组排序的思路^[7]将插值 QR 分解算法扩展到这种情形中去。

4 适用于 $(2, N)$ 链路的排序插值 QR 分解算法

当仅有两个发射天线时, 子信道矩阵列排序只有两种可能——自然序(保持原顺序)与倒序(将矩阵两列互换), 这为算法设计提供了方便。我们首先给出对插值 QR 分解直接扩展的算法。

4.1 对插值 QR 分解直接扩展的算法

设利用分组排序方法可根据 k_{sg} 个子信道矩阵确定所有子信道矩阵的排序^[7], 又由式(3)知 $\tilde{Q}(s)$ 与 $\tilde{R}(s)$ 中各元素多项式的最高次数是 $2ML$ ^[5], 因此至少需已知 $\max(2ML + 1, k_{\text{sg}})$ 个子信道矩阵, 才能采用分组排序与插值 QR 分解算法确定每个子信道上的排序及其 QR 分解。设已知子信道矩阵 $H^k = H(s_k)$, $k \in \mathcal{E} \subset \{0, 1 \cdots K - 1\}$, 其中下标集 \mathcal{E} 满足 $|\mathcal{E}| \geq$

$\max(2ML+1, k_m)$ ($|\mathcal{E}|$ 表示集合 \mathcal{E} 的势)。事实上, 这 $|\mathcal{E}|$ 个子信道矩阵 $H(s_k)$ 可以由不小于 $L+1$ 个导频子信道矩阵插值得到。

由于对于仅有两个发射天线的情况, 子信道矩阵的列排序仅有两种可能, 因此只要 $|\mathcal{E}|$ 较小, 利用穷举法对插值 QR 分解进行直接扩展得到的排序插值 QR 分解算法并不会增加太多复杂度。在算法设计中, 为获得尽量小的复杂度应将操作尽可能放在插值之前。

设 $H'(s) = H(s) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 是 $H(s)$ 两列向量倒序后的矩阵, 记它的 QR 分解为 $H'(s) = Q'(s)R'(s)$ 。这种直接扩展的算法步骤如下:

算法 1: 直接扩展插值 QR 分解的 $(2, N)$ 链路排序插值 QR 分解算法。

输入: 子信道矩阵 $H(s_k), k \in \mathcal{E}$ 。

输出: 各子信道的排序及其 QR 分解, 即 $Q(s_k), R(s_k) (k \in \mathcal{B}_1)$ 与 $Q'(s_k), R'(s_k) (k \in \mathcal{B}_2)$ 。

1) 按某种排序策略确定 $H(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 的最优排序,

并按最近原则确定其它子信道的排序^[7]。记使用自然序的子信道下标集为 \mathcal{B}_1 , 使用倒序的子信道下标集为 \mathcal{B}_2 , 满足 $|\mathcal{B}_1| + |\mathcal{B}_2| = K, \mathcal{B}_1 \cap \mathcal{B}_2 = \emptyset$ 。

2) 分别对 $H(s_k), H'(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 做 QR 分解, 得到 $H(s_k) = Q(s_k)R(s_k), H'(s_k) = Q'(s_k)R'(s_k)$ 。

3) 对 $k \in \mathcal{E}$, 应用映射 $\mathcal{M}: (Q(s_k), R(s_k)) \mapsto (\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k))$ 与 $(Q'(s_k), R'(s_k)) \mapsto (\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k))$ 。

4) 使用多项式插值算法, 由 $\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 得到 $\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k) (k \in \mathcal{B}_1 \setminus \mathcal{E})$, 由 $\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 得到 $\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k) (k \in \mathcal{B}_2 \setminus \mathcal{E})$ 。

5) 对 $k \in \mathcal{B}_1 \setminus \mathcal{E}$, 应用逆映射 $\mathcal{M}^{-1}: (\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k)) \mapsto (Q(s_k), R(s_k))$; 对 $k \in \mathcal{B}_2 \setminus \mathcal{E}$, 应用逆映射 $\mathcal{M}^{-1}: (\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k)) \mapsto (Q'(s_k), R'(s_k))$ 。

4.2 利用不同排序 QR 分解间关系的算法

我们发现, 当发射天线数为 2 时, 映射 \mathcal{M} 使 $\tilde{R}(s)$ 与 $\tilde{R}'(s)$ 之间存在一定对称性, 利用这一性质定义映射 \mathcal{M}' :

$$(\tilde{Q}(s), \tilde{R}(s)) \mapsto (\tilde{Q}'(s), \tilde{R}'(s)) = \left(\begin{bmatrix} \tilde{q}'_1(s) & \tilde{q}'_2(s) \\ \tilde{r}'_{11}(s) & \tilde{r}'_{12}(s) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \tilde{r}'_{12}(s) & \tilde{r}'_{22}(s) \\ \tilde{r}'_{22}(s) & \tilde{r}'_{11}(s) \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{cases} \tilde{q}'_1(s) = (\tilde{q}_2(s) + \tilde{r}_{12}(s)\tilde{q}_1(s)) / \tilde{r}_{11}(s) \\ \tilde{q}'_2(s) = \tilde{r}'_{11}(s)\tilde{q}_1(s) - \tilde{r}'_{12}(s)\tilde{q}'_1(s) \end{cases} \quad (5)$$

映射 \mathcal{M}' 实现了从 $(\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k))$ 到 $(\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k))$ 的直接转换, 从而避免了算法 1 中对 $H'(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 的 QR 分解 (关于映射 \mathcal{M}' 的推导见附录)。利用 \mathcal{M}' 对算法 1 进行修正, 得到利用不同排序 QR 分解间关系的 $(2, N)$ 链路排序插值 QR 算法如下:

算法 2: 利用不同排序 QR 分解间关系的 $(2, N)$ 链路排序插值 QR 算法。

输入: 子信道矩阵 $H(s_k), k \in \mathcal{E}$ 。

输出: 各子信道的排序及其 QR 分解, 即 $Q(s_k), R(s_k) (k \in \mathcal{B}_1)$ 与 $Q'(s_k), R'(s_k) (k \in \mathcal{B}_2)$ 。

1) 与算法 1 中 1) 相同。

2) 对 $H(s_k) (k \in \mathcal{E})$ 做 QR 分解 $H(s_k) = Q(s_k)R(s_k)$ 。

3) 对 $k \in \mathcal{E}$, 应用映射 $\mathcal{M}: (Q(s_k), R(s_k)) \mapsto (\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k))$ 与映射 $\mathcal{M}': (\tilde{Q}(s_k), \tilde{R}(s_k)) \mapsto (\tilde{Q}'(s_k), \tilde{R}'(s_k))$ 。

4) 与算法 1 中 4) 相同。

5) 与算法 1 中 5) 相同。

需说明的是, 本文算法是对 [5] 中算法 II 的扩展, 当然也可以设计对 [5] 中算法 III 的扩展方法。由于这并不影响映射 \mathcal{M}' 的使用, 因此我们不再赘述。

5 复杂度分析

在 VLSI (Very Large Scale Integration) 实现中, 许多设计采用芯片面积与处理延迟互换的原则。例如, 采用并行计算减小了处理延迟但增大了芯片面积, 而采用资源共享减小了芯片面积但增大了处理延迟。在算法 1、2 中, 大量用到了乘法操作, 而少量用到了除法与开方操作。利用这一特点, 可以在执行乘法操作的同时, 并行处理除法与开方操作, 以获得芯片面积与处理延迟的折衷。因此, 为了表征算法的处理延迟, 我们以乘法操作次数作为算法复杂度的衡量标准。

首先给出几个基本操作的乘法次数:

- $2 \times N$ 矩阵 QR 分解的乘法次数。采用标准 Givens 旋转算法^[8], $2 \times N$ 矩阵 QR 分解所需乘法次数为 $c_{QR} = 12N - 16$ (6)

作为另一个例子, 我们也给出 [5] 中 QR 分解算法的 VLSI 设计所需乘法次数

$$c'_{QR} = 2.5N^2 + 6.5N - 11 \quad (7)$$

- 映射 \mathcal{M} 的乘法次数。当 $M = 2$ 时, 映射 \mathcal{M} 的乘法次数为^[5]

$$c_{\mathcal{M}} = N + 4 \quad (8)$$

- 映射 \mathcal{M}' 的乘法次数。在映射 \mathcal{M}' 中, $\tilde{q}'_2(s)$ 恰好是 $H(s)$ 的第二列, 不需计算, 我们得到映射 \mathcal{M}' 所需乘法次数为

$$c_{\mathcal{M}'} = 2N + 1 \quad (9)$$

算法 1 与算法 2 中只有第 2)、3) 步不同, 对这两个步骤的复杂度比较可以反映映射 \mathcal{M}' 带来的复杂度降低。在算法 1 的 2)、3) 步中, 需要计算 2 个 $2 \times N$ 矩阵的 QR 分解、2 次映射 \mathcal{M} ; 而在算法 2 的 2)、3) 步中, 需要计算 4 个 $2 \times N$ 矩阵的 QR 分解、4 次映射 \mathcal{M} 、4 次映射 \mathcal{M}' 。因此得到算法 2 比算法 1 节省的乘法次数为:

$$c_1 - c_2 = |\mathcal{E}|(c_{\mathcal{M}} + c_{\mathcal{M}'} - c_{\mathcal{M}'}) \geq \max(4L + 1, k_{\mathcal{M}})(11N - 13) \quad (10)$$

若将上式中 $c_{\mathcal{M}}$ 替换为 $c'_{\mathcal{M}}$, 则得到采用 [5] 中 QR 分解的 VLSI 设计时, 算法 2 比算法 1 节省的乘法次数为:

$$c_1 - c'_2 = |\mathcal{E}|(c'_{\mathcal{M}} + c_{\mathcal{M}'} - c_{\mathcal{M}'}) \geq \max(4L + 1, k_{\mathcal{M}})(2.5N^2 + 5.5N - 8) \quad (11)$$

例如, 在 SUI-3 信道^[9]下, 应用分组排序算法^[7]可确定 $L = 4, k_{\mathcal{M}} = 9$, 代入式(10)与(11)中得到图 1 所示的复杂度节省随接收天线数的变化曲线。若采用标准 Givens 旋转, 当 $N = 2$ 或 $N = 4$ 时, 每处理一个 V-BLAST OFDM 符号算法 2 比算法 1 分别节省 153 或 527 次乘法。而若采用 [5] 中 QR 分解的 VLSI 设计, 则算法 2 比算法 1 分别节省 221 次 ($N = 2$) 与 918 次 ($N = 4$) 乘法。从式(10)与(11)也可以看出, 通常 QR 分解的复杂度比映射 \mathcal{M}' 大得多是算法 2 获得较大复杂度节省的主要原因。

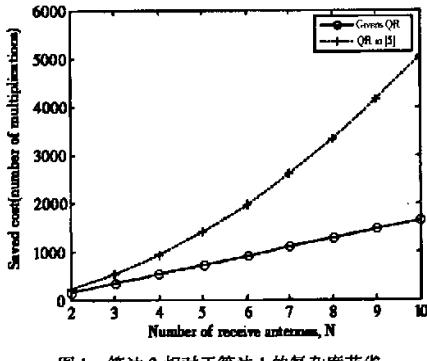


图 1 算法 2 相对于算法 1 的复杂度节省

6 结论

本文提出了一种适用于 $(2, N)$ 链路 V-BLAST OFDM 系统的排序插值 QR 分解算法, 该算法结合分组排序与插值 QR 分解, 并通过引入不同排序的矩阵 QR 分解间的关系, 以较低复杂度实现了 V-BLAST OFDM 信号检测算法的预处理。与

对插值 QR 分解算法直接扩展的方法相比, 该算法随着接收天线数的增多, 复杂度节省的程度更为明显, 因此更适合基站接收机的设计。但是, 本文的方法并不能直接推广到发射天线数大于 2 的情况, 在这种情形下对插值 QR 算法的推广应用仍然是有待解决的问题。

附录 映射 \mathcal{M}' 的推导

设 $A(s) = [a_1(s) \ a_2(s)]_{N \times 2}$ 为 Laurent 多项式矩阵, 其列倒序矩阵表示为 $A'(s) = [a_2(s) \ a_1(s)]$, 以下为表示方便, 我们省略变量 s 。利用 Gram-Schmidt 正交化方法分别对 A, A' 进行 QR 分解^[10], 记 $A = QR = [q_1 \ q_2][r_q]$, $A' = Q'R' = [q'_1 \ q'_2][r'_q]$, 得到:

$$\begin{cases} r_{11} = \sqrt{a_1^H a_1} = \|a_1\|, \\ q_1 = a_1 / r_{11} \end{cases}, \begin{cases} r'_{11} = \sqrt{a_2^H a_2} = \|a_2\|, \\ q'_1 = a_2 / r'_{11} \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_{12} = q_1^H a_2 \\ r_{22} = \|a_2 - r_{12} q_1\| \end{cases}, \begin{cases} r'_{12} = q'_1^H a_1 \\ r'_{22} = \|a_1 - r'_{12} q'_1\| \end{cases}$$

$$q_2 = (a_2 - r_{12} q_1) / r_{22}, \quad q'_2 = (a_1 - r'_{12} q'_1) / r'_{22}$$

对 $Q = [q_1 \ q_2]$ 与 $R = [r_q]$ 应用映射 \mathcal{M} : $(Q, R) \mapsto (\tilde{Q}, \tilde{R})$, $\tilde{R} = ([\tilde{q}_1 \ \tilde{q}_2], [\tilde{r}_q])$, 并根据 (\tilde{Q}, \tilde{R}) 与 A 的关系, 利用对称性直接写出 $(\tilde{Q}', \tilde{R}') = ([\tilde{q}'_1 \ \tilde{q}'_2], [\tilde{r}'_q])$, 得到:

$$\begin{cases} \tilde{r}_{11} = \Delta_0 r_{11} r_{11} = a_1^H a_1, \\ \tilde{q}_1 = \Delta_0 r_{11} q_1 = a_1 \end{cases}, \begin{cases} \tilde{r}'_{11} = a_2^H a_2, \\ \tilde{q}'_1 = a_2 \end{cases} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{12} &= \Delta_0 r_{11} r_{12} = (r_{11} q_1^H) a_2 = a_1^H a_2, \\ \tilde{r}_{22} &= \Delta_0 r_{22} r_{22} = r_{11}^2 r_{22}^2 = r_{11}^2 (a_2 - q_1^H a_2 q_1)^H (a_2 - q_1^H a_2 q_1) \\ &= (r_{11} a_2 - (a_1^H a_2) q_1)^H (r_{11} a_2 - (a_1^H a_2) q_1) \\ &= a_1^H a_1 a_2^H a_2 - (a_1^H a_2) a_2^H (r_{11} q_1) - (a_2^H a_1) (r_{11} q_1^H) a_2 \\ &\quad + (a_2^H a_1) (a_2^H a_2) (q_1^H q_1) \\ &= (a_1^H a_1) (a_2^H a_2) - (a_1^H a_2) (a_2^H a_1) = \tilde{r}_{11} \tilde{r}'_{11} - |\tilde{r}_{12}|^2 \\ \tilde{q}_2 &= \Delta_0 r_{22} q_2 = r_{11}^2 r_{22} q_2 = r_{11}^2 (a_2 - q_1^H a_2 q_1) \\ &= (a_1^H a_1) a_2 - (r_{11} q_1^H) a_2 (r_{11} q_1) \\ &= (a_1^H a_1) a_2 - (a_2^H a_1) a_1 = \tilde{r}_{11} \tilde{q}'_1 - \tilde{r}_{12} \tilde{q}_1 \end{aligned} \quad (A2)$$

$$\begin{cases} \tilde{r}'_{12} = a_2^H a_1 = \tilde{r}_{12}^*, \\ \tilde{r}'_{22} = (a_2^H a_2) (a_1^H a_1) - (a_2^H a_1) (a_1^H a_2) = \tilde{r}_{22} \end{cases} \quad (A3)$$

$$\tilde{q}_2 = (a_2^H a_2) a_1 - (a_2^H a_1) a_2 = \tilde{r}'_{11} \tilde{q}_1 - \tilde{r}'_{12} \tilde{q}'_1$$

由式(A2)可以推出:

$$\begin{cases} \tilde{r}'_{11} = (\tilde{r}_{22} + |\tilde{r}_{12}|^2) / \tilde{r}_{11}, \\ \tilde{q}'_1 = a_2 = (\tilde{q}_2 + \tilde{r}_{12} \tilde{q}_1) / \tilde{r}_{11} \end{cases} \quad (A4)$$

综合式(A3)与(A4),得到式(5)所定义的映射 \mathcal{M}' 。

参考文献

- [1] G. J. Foschini, G. D. Golden, R. A. Valenzuela, and P. W. Wolniansky, "Simplified processing for high spectral efficiency wireless communication employing multi-element arrays," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 1841-1852, Nov. 1999.
- [2] P. W. Wolniansky, G. J. Foschini, G. D. Golden, and R. A. Valenzuela, "V-BLAST: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel," presented at IEEE Proc. ISSSE-98 (International Symposium on Signals, Systems, and Electronics), Pisa, Italy, 1998.
- [3] D. Wubben, R. Bohnke, J. Rinas, V. Kuhn, and K. D. Kammerer, "Efficient algorithm for decoding layered space-time codes," *IEE, Electronics Letters*, vol. 37, pp. 1348-1350, Oct. 2001.
- [4] O. Damen, A. Chkeif, and J. -C. Belfiore, "Lattice code decoder for space-time codes," *IEEE Communications Letters*, vol. 4, pp. 161-163, May 2000.
- [5] D. Cescato, M. Borgmann, H. Bolcskei, J. Hansen, and A. Burg, "Interpolation-based QR decomposition in MIMO-OFDM systems," presented at Proc. 6th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), New York, NY, USA, June 2005.
- [6] M. O. Damen, H. El Gamal, and G. Caire, "On maximum-likelihood detection and the search for the closest lattice point," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 49, pp. 2389-2402, Oct. 2003.
- [7] W. Yan, S. Sun, and Z. Lei, "A low complexity VBLAST OFDM detection algorithm for wireless LAN systems," *IEEE Commu. Letters*, vol. 8, pp. 374-376, June 2004.
- [8] G. Golub and C. v. Loan, *Matrix computations*. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press, 1996.
- [9] V. Erceg, K. V. S. Hari, and M. S. Smith, "Channel models for fixed wireless applications," presented at IEEE 802.16 Broadband Wireless Access Working Group, July 2001.
- [10] R. A. Horn and C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. New York: Cambridge Prss, 1985.

作者简介

李颖,女,1978年生,博士生,主要研究方向为V-BLAST OFDM的实用化技术。

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>