

多天线双向中继Nakagami- m 系统性能研究

赵伟^{1,2}, 袁超伟², 李美玲², 王秋才²

(1. 华北电力大学电气与电子工程学院 河北 保定 071000; 2. 北京邮电大学信息与通信工程学院 北京 海淀区 100876)

【摘要】基于波束成形的多天线双向放大转发中继系统, 基站和用户到中继节点的信道是非一致的独立Nakagami- m 信道条件下, 通过分别求出端到端的信噪比表达式, 继而推导出端到端信噪比的累积分布函数和概率密度函数。利用其累计分布函数, 得到系统的中断概率和平均误符号率闭合表达式, 仿真结果验证了理论分析的正确性。其平均误符号率的闭合表达式为以后进一步优化该系统提供了理论的支持。

关键词 放大转发; 平均误符号率; Nakagami- m ; 双向中继

中图分类号 TN929.53

文献标志码 A

doi:10.3969/j.issn.1001-0548.2013.06.006

Performance Analysis of Multiple Antenna Two-Way Relaying over Nakagami- m Fading Channel

ZHAO Wei^{1,2}, YUAN Chao-wei², LI Mei-ling², and WANG Qiu-cai²

(1. School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University Baoding Hebei 071000;

2. School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications Haidian Beijing 100876)

Abstract In this paper, the end-to-end signal noise ratio (SNR) expression is derived in the multiple antenna two-way amplify-and-forward (AF) relay system using beamforming over non-identically distributed independent Nakagami- m channels. The cumulative distribution function and the probability density function of end-to-end SNR are deduced. Utilizing the accumulative distribution function, the closed expressions of outage probability and average symbol error ratio are derived. The simulation results demonstrate the validity of the theoretical analysis.

Key words AF; average SER; Nakagami- m ; two-way relay

在传统的中继系统中, 信息从源节点传送到目的节点, 需要占用两个时隙, 这会导致频谱的浪费。为了改变频谱的利用率, 文献[1]提出了双向中继传输模式, 即在第一时隙, 两个源节点向目的节点, 同时向中继节点发送信息; 在第二时隙, 中继节点向两个源节点广播第一时隙接收到的信息。然而传统的双向中继传输模式都是基于单天线场景研究的, 为了进一步提高双向中继系统在空间上的利用。文献[2-4]考虑在节点配备多天线, 设计预编码矩阵提高系统的容量, 其预编码设计采用瑞利信道衰落。众所周知, Nakagami- m 信道衰落由于系数 m 的不同, 可以宽范围地表示信道衰落的环境^[5]。在实际系统中, 基站和用户到中继节点之间的信道衰落是不同的, 故用Nakagami- m 信道来分析更贴近实际场景。现有的文献大多是对基于放大转发的中继系统的误比特性能进行分析^[6-7], 并没有关于双向中继系统的

分析; 基于此, 本文首次分析多天线双向放大转发(AF)中继系统, 两条链路信道采用非相同分布的Nakagami- m 信道的性能(m 的取值不同), 特别给出了该系统的中断概率、平均误符号率闭合表达式; 同时给出了端到端的信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的累积分布函数(cumulative distribution function, CDF)和概率密度函数(probability density, PDF)。分析所得到的闭合表达式通过仿真验证了其正确性, 为相关系统的性能分析提供了解决方案。

1 系统模型

若基站(base station, BS)有 N_1 根天线, 中继配有单天线, 用户(mobile station, MS)配有 N_2 根天线进行通信, 因此在第一时隙, BS和MS同时向中继发送信号, 中继接收到的信号为:

$$\mathbf{y}_R = \sqrt{E_B} \mathbf{h}_1^\dagger \mathbf{w}_{1B} x_1 + \sqrt{E_M} \mathbf{h}_2^\dagger \mathbf{w}_{2M} x_2 + w \quad (1)$$

收稿日期: 2011-12-27; 修回日期: 2013-06-26

基金项目: 国家自然科学基金(60872149, 61302163, 61302105); 河北省自然科学基金(F2012502015); 中央高校基本科研业务专项资金(13QN50, 13MS67)

作者简介: 赵伟(1980-), 男, 博士生, 主要从事无线通信中波束成形方面的研究。

式中, E_B 为BS的平均符号能量; E_M 为MS的平均符号能量; $\mathbf{h}_1$ 为 $N_1 \times 1$ 的信道向量; $\mathbf{h}_2$ 为 $N_2 \times 1$ 的信道向量, 其中 $\mathbf{h}_1$ 和 $\mathbf{h}_2$ 每一个元素均服从Nakagami-m分布, $(\cdot)^\dagger$ 代表矩阵的共轭转置; $\mathbf{w}_{\text{IB}}$ 为 $N_1 \times 1$ 的权重向量, $\mathbf{w}_{\text{IM}}$ 为 $N_2 \times 1$ 的权重向量; x_1 表示BS传输信号, x_2 表示MS的传输信号; w 表示中继端接收到的噪声, 满足 $E[|w|^2] = N_0$ 的复高斯加性白噪声。根据最大比合并发送原理, 则 $\mathbf{w}_{\text{IB}} = \mathbf{h}_1 / \|\mathbf{h}_1\|_F$, $\mathbf{w}_{\text{IM}} = \mathbf{h}_2 / \|\mathbf{h}_2\|_F$, $\|\cdot\|_F$ 代表弗罗贝尼乌斯范数, 则式(1)可以改写为:

$$\mathbf{y}_R = \sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w \quad (2)$$

在第二时隙, 中继广播其得到的信息, 则在第二时隙, BS和MS收到的信息分别为:

$$\mathbf{y}_B = \sqrt{E_R} \mathbf{h}_1 G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + n_1 \quad (3)$$

$$\mathbf{y}_M = \sqrt{E_R} \mathbf{h}_2 G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + n_2 \quad (4)$$

式中, E_R 为中继在第二时隙发送的平均符号能量; n_1 为在第二时隙BS端接收到的噪声, n_2 为在第二时隙MS端接收到的噪声, 并且 $E[n_1 n_1^\dagger] = N_0 I_{N_1}$ 、 $E[n_2 n_2^\dagger] = N_0 I_{N_2}$; 在BS和MS端分别采用接收权重向量 $\mathbf{w}_{\text{IB}}^\dagger$ 和 $\mathbf{w}_{\text{IM}}^\dagger$, 用最大比合并, 则式(3)和式(4)可以表示为:

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{w}_{\text{IB}}^\dagger \sqrt{E_R} \mathbf{h}_1 G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + \mathbf{w}_{\text{IB}}^\dagger n_1 \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{w}_{\text{IM}}^\dagger \sqrt{E_R} \mathbf{h}_2 G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + \mathbf{w}_{\text{IM}}^\dagger n_2 \quad (6)$$

根据最大比合并准则, 接收权重向量为 $\mathbf{w}_{\text{IB}} = \mathbf{h}_1 / \|\mathbf{h}_1\|_F$ 和 $\mathbf{w}_{\text{IM}} = \mathbf{h}_2 / \|\mathbf{h}_2\|_F$, 则式(5)和式(6)分别可表示为:

$$\mathbf{r}_B = \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_1\|_F G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + \mathbf{w}_{\text{IB}}^\dagger n_1 \quad (7)$$

$$\mathbf{r}_M = \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_2\|_F G (\sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + w) + \mathbf{w}_{\text{IM}}^\dagger n_2 \quad (8)$$

根据双向中继传输机制, 上述BS和MS接收到的信号可以根据已知信息去除干扰信息, 则式(7)和式(8)可分别表示为:

$$\mathbf{r}_B = \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_1\|_F G \sqrt{E_M} \|\mathbf{h}_2\|_F x_2 + \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_1\|_F G w + \mathbf{w}_{\text{IB}}^\dagger n_1 \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_M = \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_2\|_F G \sqrt{E_B} \|\mathbf{h}_1\|_F x_1 + \sqrt{E_R} \|\mathbf{h}_2\|_F G w + \mathbf{w}_{\text{IM}}^\dagger n_2 \quad (10)$$

则在基站和用户端到端信噪比(signal noise ratio, SNR)可分别表示为:

$$\gamma_{\text{Beq}} = \frac{E_M E_R \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 \|\mathbf{h}_2\|_F^2}{E_R \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 N_0 + |\mathbf{w}_{\text{IB}} n_1|} = \frac{E_M E_R \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 \|\mathbf{h}_2\|_F^2}{E_R \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 N_0 + N_0} \quad (11)$$

$$\gamma_{\text{Meq}} = \frac{E_R E_B \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 \|\mathbf{h}_2\|_F^2}{E_R \|\mathbf{h}_2\|_F^2 G^2 N_0 + |\mathbf{w}_{\text{IM}} n_2|} = \frac{E_R E_B \|\mathbf{h}_1\|_F^2 G^2 \|\mathbf{h}_2\|_F^2}{E_R \|\mathbf{h}_2\|_F^2 G^2 N_0 + N_0} \quad (12)$$

为了简化推导, 令 $E_B = aE_M$, $E_R = bE_M$,

$G = \frac{1}{E_M \|\mathbf{h}_2\|_F^2 + N_0 + E_B \|\mathbf{h}_1\|_F^2}$, 则式(11)和式(12)可分别表示为:

$$\gamma_{\text{Beq}} = \frac{ab\gamma_1\gamma_2}{1 + (a+b)\gamma_1 + a\gamma_2} \quad (13)$$

$$\gamma_{\text{Meq}} = \frac{ab\gamma_1\gamma_2}{1 + a\gamma_1 + (a+b)\gamma_2} \quad (14)$$

式中, $\gamma_1 = \frac{E_M \|\mathbf{h}_1\|_F^2}{N_0}$, $\gamma_2 = \frac{E_M \|\mathbf{h}_2\|_F^2}{N_0}$, 则本文假设 $\mathbf{h}_1$

和 $\mathbf{h}_2$ 具有独立同分布的Nakagami-m衰落, 则 $\bar{\gamma}_1 \neq \bar{\gamma}_2$, 并且 $m_1 \neq m_2$, 其中 m_1 为 $\mathbf{h}_1$ 的Nakagami-m衰落系数, m_2 为 $\mathbf{h}_2$ 的Nakagami-m衰落系数, $\bar{\gamma}_i$ 的定义为 $E\{\gamma_i\}$, $i=1,2$ 。 γ_i ($i=1,2$) 累积分布函数为^[6]:

$$F_{\gamma_i}(\gamma) = 1 - e^{-\frac{m_i\gamma}{\bar{\gamma}_i}} \sum_{n=0}^{N_i m_i - 1} \frac{(m_i\gamma / \bar{\gamma}_i)^n}{n!} \quad (15)$$

而其概率密度函数为^[8]:

$$f_{\gamma_i}(\gamma) = \frac{m_i^{N_i m_i} \gamma^{N_i m_i - 1} e^{-\frac{m_i\gamma}{\bar{\gamma}_i}}}{\Gamma(N_i m_i)} \quad (16)$$

2 双向波束成形中继传输网络的性能分析

为了推导系统的中断概率和误符号率的性能, 首先需求出基站端和用户端信道比的累积分布函数, 进而求出其概率密度函数。

结论1 当中继端采用上述双向中继传输协议, 则基站和用户端到端信噪比 γ_{Beq} 和 γ_{Meq} 的累积分布函数(CDF)为:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}}(\gamma) =$$

$$1 - 2 \frac{e^{-\gamma \left(\frac{m_1}{\bar{\gamma}_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\bar{\gamma}_2} \right)}}{\Gamma(N_2 m_2)} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \times$$

$$\gamma^{N_2 m_2 + n} (a+b)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} a^{-\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} b^{-j - N_2 m_2} \left(\frac{m_1}{\gamma_1}\right)^{\frac{N_2 m_2 - j - k}{2}} \times$$

$$\left(\frac{m_2}{\gamma_2}\right)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} K_{N_2 m_2 - j - k} \left(2\sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1\right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}}\right) \quad (17a)$$

$$F_{\gamma_{\text{Meq}}}(\gamma) =$$

$$1 - 2 \frac{e^{-\gamma \left(\frac{m_2}{\gamma_2} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_1}{\gamma_1}\right)}}{\Gamma(N_1 m_1)} \sum_{n=0}^{N_2 m_2 - 1} \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_1 m_1 - 1} \binom{N_1 m_1 - 1}{k} \times$$

$$\gamma^{N_1 m_1 + n} (a+b)^{\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} a^{-\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} b^{-j - N_1 m_1} \left(\frac{m_2}{\gamma_2}\right)^{\frac{N_1 m_1 - j - k}{2}} \times$$

$$\left(\frac{m_1}{\gamma_1}\right)^{\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} K_{N_1 m_1 - j - k} \left(2\sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1\right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}}\right) \quad (17b)$$

证明 求解 γ_{Beq} 的累积分布函数为:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}} = \int_0^\infty \Pr[\gamma_{\text{Beq}} < \gamma | \gamma_2] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 =$$

$$\int_0^{\frac{a+b}{ab} \gamma} \Pr\left[\gamma_1 \geq \frac{\gamma(1+a\gamma_2)}{[ab\gamma_2 - (a+b)\gamma]} \middle| \gamma_2\right] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 +$$

$$\int_{\frac{a+b}{ab} \gamma}^\infty \Pr\left[\gamma_1 < \frac{\gamma(1+a\gamma_2)}{[ab\gamma_2 - (a+b)\gamma]} \middle| \gamma_2\right] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 = I_1 + I_2 \quad (18)$$

在 I_1 中, 因 $\gamma_2 \in \left[0, \frac{a+b}{ab} \gamma\right]$, 那么 $ab\gamma_2 - (a+b)\gamma < 0$, 则 $\frac{\gamma(1+a\gamma_2)}{ab\gamma_2 - (a+b)\gamma} < 0$, 那么

$$\Pr\left[\gamma_1 \geq \frac{\gamma(1+a\gamma_2)}{ab\gamma_2 - (a+b)\gamma}\right] = 1, \text{ 则 } I_1 = \int_0^{\frac{a+b}{ab} \gamma} f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2,$$

$$\text{而 } I_2 = \int_{\frac{a+b}{ab} \gamma}^\infty \Pr\left[\gamma_1 < \frac{\gamma(a\gamma_2 + 1)}{ab\gamma_2 - (a+b)\gamma} \middle| \gamma_2\right] f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2.$$

令 $F_{\gamma_1}(\gamma) = 1 - \bar{F}_{\gamma_1}(\gamma)$, 其中 $\bar{F}_{\gamma_1}(\gamma) = e^{-\frac{m_1 \gamma}{\gamma_1}} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{(m_1 \gamma / \gamma_1)^n}{n!}$, 则式(18)变为:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}}(\gamma) = 1 - \int_{\frac{a+b}{ab} \gamma}^\infty \bar{F}_{\gamma_1}\left(\frac{\gamma(a\gamma_2 + 1)}{ab\gamma_2 - (a+b)\gamma}\right) f_{\gamma_2}(\gamma_2) d\gamma_2 \quad (19)$$

令 $ab\gamma_2 - (a+b)\gamma = \alpha$, 则式(19)变为:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}} = 1 - \frac{1}{ab} \int_0^\infty \bar{F}_{\gamma_1} \left[\gamma \left[1 + \frac{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \gamma + 1}{\alpha} \right] \right] \times$$

$$f_{\gamma_2} \left(\frac{\alpha + (a+b)\gamma}{ab} \right) d\alpha \quad (20)$$

将 $\bar{F}_{\gamma_1}(\gamma) = e^{-\frac{m_1 \gamma}{\gamma_1}} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{(m_1 \gamma / \gamma_1)^n}{n!}$ 和式(16)代入式(20)得:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}} = 1 - \frac{1}{ab} \int_0^\infty e^{-\frac{m_1 \gamma}{\gamma_1} \left[1 + \frac{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \gamma + 1}{\alpha} \right]} \times$$

$$m_1^n \gamma^n \left[1 + \frac{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \gamma + 1}{\alpha} \right]^n \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{n! \gamma_1^{-n}}{n! \gamma_1^{-n}} \times$$

$$\left(\frac{m_2^{N_2 m_2} \left[\frac{\alpha + (a+b)\gamma}{ab} \right]^{N_2 m_2 - 1} e^{-\frac{m_2}{\gamma_2} \left[\frac{\alpha + (a+b)\gamma}{ab} \right]}}{\Gamma(N_2 m_2) \gamma_2^{-N_2 m_2}} \right) d\alpha \quad (21)$$

将公式中二项式进行分解, 整理可得:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}} = 1 - \frac{m_2^{N_2 m_2} e^{-\gamma \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2}\right)}}{ab \Gamma(N_2 m_2) \gamma_2^{-N_2 m_2}} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{m_1^n \gamma^n}{n! \gamma_1^{-n}} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \times$$

$$\left[\left(\frac{a}{b} + 1\right) \gamma + 1 \right]^j \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \times$$

$$(a+b)^k \gamma^k \left(\frac{1}{ab}\right)^{N_2 m_2 - 1} \int_0^\infty \alpha^{N_2 m_2 - 1 - j - k} e^{-\frac{m_1 \gamma}{\gamma_1 \alpha} - \frac{m_2}{ab \gamma_2} \alpha} d\alpha \quad (22)$$

利用文献[9]中的式(3.417.9), 式(22)中的积分为:

$$F_{\gamma_{\text{Beq}}} = 2 \left[\frac{ab m_1 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1\right)^{-\frac{N_2 m_2 - j - k}{2}}}{m_2 \gamma_1} \right] \times$$

$$K_{N_2 m_2 - j - k} \left(2\sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1\right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}} \right) \quad (23)$$

合并式(22)到式(23)得到式(17a)。由于式(13)和式(14)中 γ_1 和 γ_2 的对称性, 所以同理可得 γ_{Meq} 的累积分布函数为式(17b)。

结论2 当中继端采用上述双向中继传输协议,

则向基站传输信息和向用户端传输信息的中断概率(outage probability)分别为:

$$P_{\text{OUTB}}(\gamma_{\text{th}}) = \Pr(\gamma_{\text{Beq}} < \gamma_{\text{th}}) = F_{\gamma_{\text{Beq}}}(\gamma_{\text{th}}) \quad (24a)$$

$$P_{\text{OUTM}}(\gamma_{\text{th}}) = \Pr(\gamma_{\text{Meq}} < \gamma_{\text{th}}) = F_{\gamma_{\text{Meq}}}(\gamma_{\text{th}}) \quad (24b)$$

可以看出, 由式(17a)和式(17b), 结合式(24a)和式(24b), 可以得到中端概率的闭合解。

对结论1中的式(24a)和式(24b)分别对 γ 求导, 可以得到概率密度函数的闭合解, 总结为结论3。

结论3 当中继端采用上述双向中继传输协议, 则基站和用户端到端信噪比 γ_{Beq} 和 γ_{Meq} 的概率密度函数(PDF)为:

$$f_{\gamma_{\text{Beq}}}(\gamma) = 2 \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} \right) e^{-\gamma \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} \right)} \frac{\Gamma(N_2 m_2)}{\Gamma(N_2 m_2)} \sum_{n=0}^{N_2 m_2 - 1} \frac{1}{n!} \times$$

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} (N_2 m_2 + n) \gamma^{N_2 m_2 + n - 1} \times$$

$$(a+b)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} a^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} b^{-j - N_2 m_2} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^{\frac{N_2 m_2 - j - k}{2}} \times$$

$$\left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} K_{N_2 m_2 - j - k - 1} \left(2 \sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1 \right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}} \right) \quad (25a)$$

$$f_{\gamma_{\text{Meq}}}(\gamma) = 2 \left(\frac{m_2}{\gamma_2} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_1}{\gamma_1} \right) e^{-\gamma \left(\frac{m_2}{\gamma_2} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_1}{\gamma_1} \right)} \frac{\Gamma(N_1 m_1)}{\Gamma(N_1 m_1)} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{1}{n!} \times$$

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_1 m_1 - 1} \binom{N_1 m_1 - 1}{k} (N_1 m_1 + n) \gamma^{N_1 m_1 + n - 1} \times$$

$$(a+b)^{\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} a^{\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} b^{-j - N_1 m_1} \left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{\frac{N_1 m_1 - j - k}{2}} \times$$

$$\left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^{\frac{N_1 m_1 + j + k}{2}} K_{N_1 m_1 - j - k - 1} \left(2 \sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1 \right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}} \right) \quad (25b)$$

结论4 当中继端采用上述双向中继传输协议, 则向基站传输信息和向用户端传输信息的平均误符号率分别为:

$$E_{\text{Beq}} = \frac{A}{2} - A \sqrt{B} \frac{2^{-2N_2 m_2 + j + k - n - \frac{1}{2}}}{\Gamma(N_2 m_2)} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^n \times$$

$$\left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{j+k} (a+b)^{j+k} a^{-j-k} b^{k-2N_2 m_2} \sum_{n=0}^{N_2 m_2 - 1} \frac{1}{n!} \times$$

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} + B \right)^{-n-j-k-\frac{1}{2}} \times$$

$$\frac{\Gamma(\beta_1) \Gamma(\beta_2)}{\Gamma(\beta_3)} {}_2F_1 \left(\frac{\beta_1}{2}, \frac{\beta_1 + 1}{2}; \beta_3; 1 - \frac{4m_1 m_2 \gamma_1 \gamma_2}{\sigma^2} \right) \quad (26a)$$

$$E_{\text{Meq}} = \frac{A}{2} - A \sqrt{B} \frac{2^{-2N_1 m_1 + j + k - n - \frac{1}{2}}}{\Gamma(N_1 m_1)} \left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^n \times$$

$$\left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^{j+k} (a+b)^{j+k} a^{-j-k} b^{k-2N_1 m_1} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{1}{n!} \times$$

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_1 m_1 - 1} \binom{N_1 m_1 - 1}{k} \left(\frac{m_2}{\gamma_2} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_1}{\gamma_1} + B \right)^{-n-j-k-\frac{1}{2}} \times$$

$$\frac{\Gamma(\beta_1) \Gamma(\beta_2)}{\Gamma(\beta_3)} {}_2F_1 \left(\frac{\beta_1}{2}, \frac{\beta_1 + 1}{2}; \beta_3; 1 - \frac{4m_1 m_2 \gamma_1 \gamma_2}{\sigma^2} \right) \quad (26b)$$

证明 误符号率可以表示为 $P_s = E_\gamma[AQ(\sqrt{2B\gamma})]$,

其中调制方式不同, A 和 B 的取值也不同, 具体如表1^[9]所示。

表1 调制方式的系数

调制方式	A	B
BPSK	1	1
QPSK	1	0.5
MPAM	$2(M-1)$	$3/(M^2-1)$
MPSM	2	$\sin^2(\pi/M)$

将式(17a)代入 $P_s = E_\gamma[AQ(\sqrt{2B\gamma})]$ 中, 则得到:

$$P_{s \text{ Beq}} = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{B}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-B\gamma}}{\sqrt{\gamma}} F_{\gamma_{\text{Beq}}}(\gamma) d\gamma \quad (27)$$

将式(17a)代入式(27)得到:

$$P_{s \text{ Beq}} = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{B}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-B\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \left\{ 1 - 2 \frac{e^{-\gamma \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} \right)}}{\Gamma(N_2 m_2)} \sum_{n=0}^{N_2 m_2 - 1} \frac{1}{n!} \times \right.$$

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \gamma^{N_2 m_2 + n} (a+b)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} \times$$

$$a^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} b^{-j - N_2 m_2} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^{\frac{N_2 m_2 - j - k}{2}} \left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} \times$$

$$\left. K_{N_2 m_2 - j - k} \left(2 \sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1 \right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}} \right) \right\} d\gamma = I_3 - I_4 \quad (28)$$

其中,

$$I_3 = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{B}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-B\gamma}}{\sqrt{\gamma}} d\gamma = \frac{A}{2} \quad (29)$$

计算 I_4 :

$$I_4 = A \sqrt{\frac{B}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-\gamma \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} + B \right)}}{\Gamma(N_2 m_2)} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \times \\ \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \gamma^{\frac{N_2 m_2 + n - 1}{2}} (a+b)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} \times \\ a^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} b^{-j - N_2 m_2} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^{\frac{N_2 m_2 - j - k}{2} + n} \left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{\frac{N_2 m_2 + j + k}{2}} \times \\ K_{N_2 m_2 - j - k} \left(2 \sqrt{\frac{m_1 m_2 \gamma \left(\frac{a+b}{b} \gamma + 1 \right)}{ab \gamma_1 \gamma_2}} \right) d\gamma \quad (30)$$

根据文献[10], 式(30)经过整理得到:

$$I_4 = A \sqrt{B} \frac{2^{-2N_2 m_2 + j + k - \frac{1}{2}}}{\Gamma(N_2 m_2)} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} \right)^n \left(\frac{m_2}{\gamma_2} \right)^{j+k} \times \\ (a+b)^{j+k} a^{-j-k} b^{k-2N_2 m_2} \sum_{n=0}^{N_1 m_1 - 1} \frac{1}{n!} \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \times \\ \sum_{k=0}^{N_2 m_2 - 1} \binom{N_2 m_2 - 1}{k} \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{a+b}{ab} \frac{m_2}{\gamma_2} + B \right)^{-n-j-k-\frac{1}{2}} \times \\ \frac{\Gamma(\beta_1) \Gamma(\beta_2)}{\Gamma(\beta_3)} {}_2F_1 \left(\frac{\beta_1}{2}, \frac{\beta_1+1}{2}; \beta_3; 1 - \frac{4m_1 m_2 \gamma_1 \gamma_2}{\sigma^2} \right) \quad (31)$$

式中, $\beta_1 = n + j + k + 0.5$; $\beta_2 = n + 2N_2 m_2 - j - k + 0.5$;

$\beta_3 = N_2 m_2 + n + 1$; $\sigma^2 = m_1^2 \gamma_2^{-2} + 2 \frac{a+b}{ab} m_1 m_2 \gamma_1 \gamma_2 +$

$2B m_1 \gamma_1 \gamma_2 + B^2 \gamma_1 \gamma_2 + 2B \frac{a+b}{ab} m_2 \gamma_2 \gamma_1 + \frac{(a+b)^2}{a^2 b^2} \times$

$m_2^2 \gamma_1^{-2}$; $\Gamma(\cdot)$ 代表伽玛函数; ${}_2F_1(\cdot)$ 代表高斯超几何函数。得证。

3 仿真结果及分析

下面通过仿真说明所推导的中断概率和平均误符号率的正确性。

图1是 $\gamma_{th} = 3.5$ 在基站端的SNR, 即 γ_1 的中断概率, 其中基站到中继的信道和用户到中继的信道不相同, 其中 m_1 代表基站到中继的Nakagami- m 信道的衰落系数, m_2 代表用户到中继的Nakagami- m 信道的衰落系数。随着取值不同, 中断概率的取值也不同, 从理论值和仿真值可以看出, 数值吻合度很好, 这说

明推导是比较正确的, 其中 $v_1 = E_B/N_0$ 和 $v_2 = E_M/N_0$ 。在图2中, 显示了随着基站端的SNR, 即 γ_1 的平均无符号率的性能, m_1 和 m_2 分别取值为非整数。这样证明本文推导的平均无符号率在 m_1 和 m_2 分别为非整数时, 依然正确, 并且可以从曲线看出, 信道的衰落系数对平均误符号率影响更大, 特别是在高信噪比的情况下, 这种作用更加显著。而在低信噪比情况下, 基站和用户的发送功率对平均误符号率的影响较大。

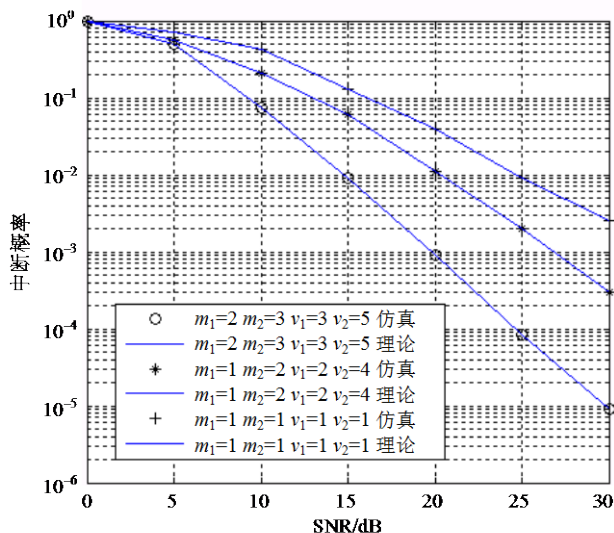


图1 3种场景下中断概率理论和仿真性能

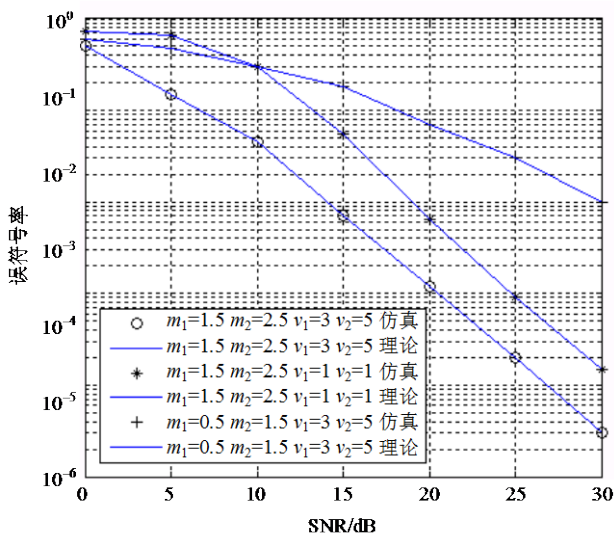


图2 3种场景下平均SER理论和仿真性能

4 结论

本文推导了端到端的信噪比的累积分布函数和概率密度函数, 给出了其闭合表达式; 通过CDF和PDF, 推导出基于波束成形的双向中继系统(信道为非同分布Nakagami- m 衰落)的中断概率和平均误符号率闭合表达式, 从中可以看出, 所推导的结果均

具有普遍适用性, 仿真结果验证了该方法的正确性。

参 考 文 献

- [1] RANKOV B, WITTNEBEN A. Spectral efficient protocols for half-duplex fading relay channels[J]. IEEE Journal of Selected Areas Communications, 2007, 25(2): 379-389.
- [2] LI Chun-guo, YANG Lu-xi, ZHU Wei-ping. Two-way MIMO relay precoder design with channel state information[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(12): 3358-3363.
- [3] LI Chun-guo, YANG Lu-xi, ZHU Wei-ping. Optimal distributed beamforming for two-way relay networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1238-1250.
- [4] ZENG Meng, ZHANG Rui, CUI Shu-guang. On design of collaborative beamforming for two-way relay networks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2284-2295.
- [5] SIMON M K, ALOUIN I M S. Digital communication over fading channels[M]. New York: Wiley, 2000.
- [6] YANG Nan, MAGED E, YUAN Jin-hong. On the SER of fixed gain amplify-and-forward relaying with beamforming in nakagami-m fading[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(10): 942-944.
- [7] FAWAZ S, LQAHTANI A, DUONG T Q, et al. Performance analysis of dual-hop AF systems with interference in Nakagami-m fading channels[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(8): 454-457.
- [8] GRADSHTEIN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series and products[M]. New York: Academic Press, 2000.
- [9] PRUDNIKOV A P, BRYCHKOV Y A, MARCHEV O I. Integrals and series[M]. London: Gordon and Breach Science, 1986.
- [10] ZHANG R, LIANG Y C, CHAI C C, et al. Optimal beamforming for two-way multi-antenna relay channel with analogue network coding[J]. IEEE J Sel Areas Commun, 2009, 27(5): 699-712.

编辑 张俊

(上接第835页)

- [5] KORKMAZ P, AKGUL B E S, PALEM K V. Analysis of probability and energy of nanometre CMOS circuits in presence of noise[J]. Electronics Letters, 2007, 43(17): 942-943.
- [6] 唐青, 胡剑浩, 李妍, 等. 低电压下CMOS数字电路概率模型研究[J]. 信号处理, 2012, 28(1): 145-150.
- TANG Qing, HU Jian-hao, LI Yan, et al. The probabilistic model for CMOS digital circuits in low supply voltage[J]. Signal Processing, 2012, 28(1): 145-150.
- [7] 李磊. 基于RRNS和均衡的深亚微米VLSI中的数据保护技术研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2010.
- LI Lei. Researches on data protection technique of submicron VLSI based on rns and equalization[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2010.
- [8] LYONS R E, VANDERKULK W. The use of triple-modular redundancy to improve computer reliability[J]. IBM Journal of Research and Development, 1962, 6(2): 200-209.
- [9] SHIM B, SRIDHARA S R, SHANBHAG N R. Reliable low-power digital signal processing via reduced precision redundancy[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, 2004, 12(5): 497-510.
- [10] 魏春娟, 吕剑. 集成电路功耗优化技术综述[J]. 上海电力学院学报, 2011, 27(2): 187-192.
- WEI Chun-juan, LÜ Jian. Overview of power optimization of integrated circuits[J]. Journal of Shanghai University of Electric Power, 2011, 27(2): 187-192.
- [11] 叶燕龙. 基于RNS的FFT和矩阵求逆的VLSI实现[D]. 成都: 电子科技大学, 2011.
- YE Yan-long. RNS based VLSI implementations for FFT and MI[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2011.
- [12] 马上, 胡剑浩, 叶燕龙. 以 $\{2^n - 1, 2^n, 2^n + 1\}$ 为基的余数系统 2^n 高性能缩放[J]. 电子科技大学学报, 2010, 39(2): 306-310.
- MA Shang, HU Jian-hao, YE Yan-long. High efficient 2^n scaling for RNS. $\{2^n - 1, 2^n, 2^n + 1\}$ [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2010, 39(2): 306-310.
- [13] 岳. 余数系统模加法器与模乘法器设计[D]. 成都: 电子科技大学, 2009.
- YUE Yang. Modular adders and multipliers design for residual number system[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2009.
- [14] LI Lei, HU Jian-hao, CHEN Yi-ou. An universal architecture for designing modulo $(2^n - 2^p - 1)$ multipliers [J]. IEICE Electronics Express, 2012, 9(3): 193-199.

编辑 张俊

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训：

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势：

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们：

- ※ 易迪拓培训官网：<http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网：<http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店：<http://shop36920890.taobao.com>