

# 改进 MUSIC 算法在二维天线阵列中的 DOA 估计

刘艳萍 胡斌杰

华南理工大学电子与信息学院

Email:llyyhelon@163.com

**摘要:** 修正的 MUSIC 算法对信号的来波方向估计具有比 MUSIC 算法好得多的性能, 本文提出了一种二维阵列模型, 并将这一改进的算法应用于二维阵列模型中, 由此获得了较好的 DOA 估计性能, 仿真表明, 这一方法具有良好的性能, 具有一定的理论研究价值。

**关键词:** 改进 MUSIC 算法 二维阵列 波达方向(DOA)估计

## 一、前言

移动通信中的智能天线技术作为 3G 和 4G 中的核心技术之一, 得到了广泛的研究, 由于其结构、算法较复杂, 成本高, 目前主要是研究它应用于基站。智能天线的主要功能在于它能自适应地判断信号方向和数量, 并跟踪期望信号, 减小系统干扰, 提高系统容量。近来, DOA 估计算法已经成为智能天线算法的一个重要分支, 许多的 DOA 估计算法和它的改进算法时有报道, 主要的算法有最大似然法, 传播子算法, ESPRIT 算法, MUSIC 算法和它们的各类改进算法。本文将改进 MUSIC 算法应用于一个二维阵列, 它保留了原算法的优点, 并结合空间信号的特点, 获得了对空间信号 DOA 估计的良好性能。

## 二、改进 MUSIC 算法原理

设  $M$  个阵元的等间距直线阵, 有  $L$  个零均值窄带信号入射到阵前。我们可以设天线阵接收信号为:

$$X(t) = AS(t) + N(t) \quad (1)$$

$X(t)$  为  $M$  个天线阵输出向量,  $A$  为阵列方向矢量,  $S(t)$  为入射信号向量,  $N(t)$  为加性高斯噪声。

$$R = E[X(t)X(t)^H] = A\Gamma A^H + \sigma^2 I_M \quad (2)$$

$$\text{令: } Y(t) = J_M X(t)^* \quad (3)$$

$(\bullet)^*$  表示取复共轭。 $J_M$  是一个  $M$  阶交换矩阵, 除负对角线元素为 1 外, 其余为 0。且有性质  $J_M J_M = I_M$ ,  $I_M$  为一个  $M$  阶的单位矩阵。则  $Y(t)$  的自相关矩阵为<sup>[1]</sup>:

$$R_1 = E[Y(t)Y(t)^H] = J_M(A\Gamma A^H)^* J_M + \sigma^2 I_M = J_M R^* J_M \quad (4)$$

由此得修正后的相关矩阵

$$R_M = R + R_1 = R + J_M R^* J_M \quad (5)$$

对矩阵  $R_M$  进行特征值分解, 得到特征值  $[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$  和对应的特征向量, 得到对应的噪声子空间向量  $U_n$ , 代入传统 MUSIC 算法的公式:

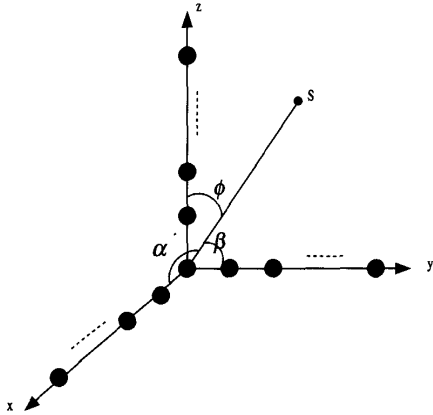
$$P_{music}(\theta) = \frac{a^H(\theta)a(\theta)}{a^H(\theta)\hat{\Pi}^\perp a(\theta)} \quad (6)$$

在低信噪比、快拍数较少时, 用  $R_M$  进行信号 DOA 的估计, 具有平均意义, 从而提高信号 DOA 估计的性能。

## 三、二维天线阵列

如图所示: 设  $x$ ,  $y$ ,  $z$  轴上各有一均匀直线阵,  $x$  轴上阵元数为  $m$ , 间隔为  $d_x$ ,  $y$  轴上阵元数为  $n$ , 间隔为  $d_y$ ,  $z$  轴上阵元数为  $k$ , 间

距为  $d_z$ 。



假设现在有已知波长为  $\lambda$  的  $L$  个窄带非相干信号源  $[s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]$ ，信号入射方向与  $x, y, z$  轴的夹角分别为  $\alpha, \beta, \phi$ 。则信号的 DOA 分别为  $(\alpha_1, \beta_1), (\alpha_2, \beta_2) \dots (\alpha_L, \beta_L)$ ， $\alpha, \beta, \phi$  满足下式：

$$1 = \cos^2 \phi + \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta \quad (7)$$

噪声为 0 均值的白噪声， $x, y, z$  轴上接收信号写成矢量形式为：

$$X = C_x * A_x * S + N_x \quad (8)$$

$$Y = C_y * A_y * S + N_y \quad (9)$$

$$Z = C_z * A_z * S + N_z \quad (10)$$

其中：

$$C_x = [c_{x1}, c_{x2}, \dots, c_{xm}], A_x = [a(\alpha_1), a(\alpha_2), \dots, a(\alpha_L)]$$

称为  $x$  轴的阵列流形，

$$a(\alpha_i) = [1, e^{-j2\pi d_x \cos(\alpha_i)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_x (m-1) \cos(\alpha_i)/\lambda}]^T \quad (11)$$

称为  $x$  轴的导向矢量。 $N_x = [n_{x1}, n_{x2}, \dots, n_{xm}]^T$  为  $x$  阵列上的噪声。同理于(9)、(10)两式。

分别对  $x, y, z$  轴天线阵接收信号求得自相关矩阵  $R_{xx}, R_{yy}, R_{zz}$ 。

#### 四、改进 MUSIC 算法应用于二维阵列

采用改进的 MUSIC 算法对二维信号进行

处理，算法的原理：

$$R_X = R_{XX} + J_M R_{XX}^* J_M$$

$$\text{令 } R_Y = R_{YY} + J_N R_{YY}^* J_N \quad (12)$$

$$R_Z = R_{ZZ} + J_K R_{ZZ}^* J_K$$

对  $R_X, R_Y, R_Z$  进行特征值分解，利用

$$P_{music}(\alpha) = \frac{a_x^H(\alpha) a_x(\alpha)}{a_x^H(\alpha) V_{xn} V_{xn}^H a_x(\alpha)} \quad (13)$$

$$P_{music}(\beta) = \frac{a_y^H(\beta) a_y(\beta)}{a_y^H(\beta) V_{yn} V_{yn}^H a_y(\beta)} \quad (14)$$

$$P_{music}(\phi) = \frac{a_z^H(\phi) a_z(\phi)}{a_z^H(\phi) V_{zn} V_{zn}^H a_z(\phi)} \quad (15)$$

式求得在  $x, y, z$  轴方向的广义功率谱，分别搜索在  $x, y, z$  轴方向的谱峰，得出  $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j, \hat{\phi}_k, (i, j, k = 1, \dots, L)$ ，再由(10)式，得出正确的参量对  $(\hat{\alpha}_j, \hat{\beta}_k)$ ，从而估计出二维信号的 DOA。

#### 五、算法仿真

设天线阵在  $x, y, z$  方向均为 8 元天线阵，具有各向同性的各阵元间间距相等，均为半波长，信噪比均为 10dB。设一个有用信号的空间入射角度为(75.0, 35.0, 59.0)，它的另外两路多径信号分别从(80.0, 25.0, 67.3)，(45.0, 80.0, 46.7)。信号间相关系数分别为：

得到仿真结果：

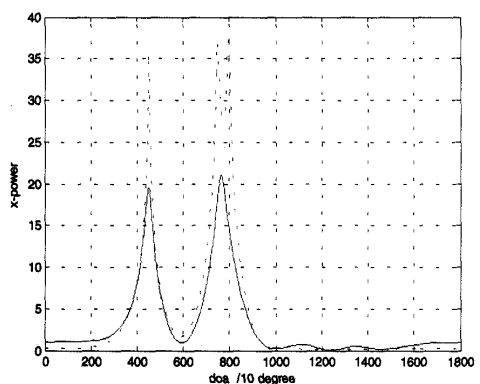


图1  $x$  轴方向用改进 MUSIC 算法与传统 MUSIC 算法对来波方向的估计

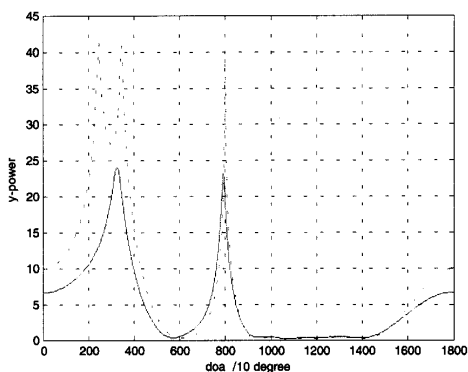


图2 y轴方向用改进MUSIC算法与传统MUSIC算法  
对来波方向的估计

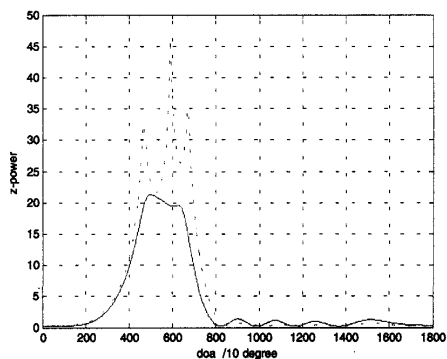


图3 z轴方向用改进MUSIC算法与传统MUSIC算法  
对来波方向的估计

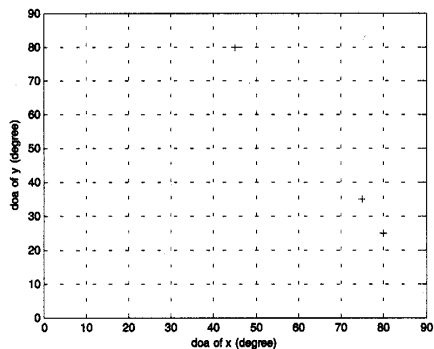


图4 改进MUSIC算法估计的空间信号DOA

上述图1, 图2, 图3分别为 $x$ ,  $y$ ,  $z$ 三坐标轴方向的广义功率谱, 红色虚线表示改时MUSIC算法的仿真结果, 蓝线为经典MUSIC算法结果。由图可见, 在二维模型中, 算法保持了改时MUSIC算法的分辨多径信号的去相关性能, 图4为进行估计角度配对后所得二维信号的DOA。能够很好地估计出二维信号中的信号来波方向。

本文给出的二维阵列和将改时MUSIC算法应用于二维阵列估计空间信号的到来方向DOA的方法, 具有一定的理论和实践价值。

### 参考文献

- [1] Debasis Kundu, Modified MUSIC algorithm for estimating DOA of signals. Signal Processing, 1966, 85-89
- [2] 孙宝绪, 张建生. 修正的MUSIC算法在智能天线中的应用. 2003年10月, Vol.16. No.4
- [3] 张贤达, 保铮. 通信信号处理. 北京国防工业出版社, 2000, 326-330
- [4] TAGA F, SHIMOTAHIRA H. A novel spatial technique for the MUSIC algorithm. IEICE Trans commun, 1995, 1513-1517
- [5] STOICA P, NEHORAI A. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound, IEEE Transactions on ASSP, May 1989, 37:720-741
- [6] 何子述, 黄振兴, 向敬成. 修正MUSIC算法对相关信号源的DOA估计性能. 通信学报, 2000年10月, Vol.21 No.10

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>