

# 锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法

齐子森, 郭 英, 姬伟峰, 王布宏

(空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077)

**摘 要:** 由于共形载体曲率的影响, 共形阵列天线中各阵元单元方向图具有不同的指向, 使得共形阵列天线具有了多极化特性(Polarization Diversity), 为了描述共形阵列天线的多极化特性, 通常在共形阵列天线的快拍数据模型中引入阵列入射信号的极化参数, 因此共形阵列天线的 DOA(Direction-Of-Arrival)估计需要与阵列入射信号极化参数联合估计. 本文提出了一种盲极化 DOA 估计算法, 通过在锥面共形阵列天线中设置三对特殊子阵, 利用 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)算法, 将入射信号极化参数与二维角参数去耦合, 在入射信号极化参数未知条件下实现了高分辨 DOA 估计, 并对估计性能进行了理论分析与推导, 给出了参数估计的 CRB(Cramer-Rao Bound), 通过 Monte Carlo 仿真实验验证了 DOA 估计算法的有效性.

**关键词:** 锥面共形阵列天线; Direction-Of-Arrival 估计; ESPRIT; 性能分析; Cramer-Rao Bound

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 09-1919-07

## Blind DOA Estimation Algorithm for Conical Conformal Array Antenna with Respect to Polarization Diversity

QI Zi-sen, GUO Ying, JI Wei-feng, WANG Bu-hong

(Inst. of Telecommunication Engineering, AFEU, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

**Abstract:** The pattern of every element in conformal array has a different direction because of the curvature of conformal carrier, which results in polarization diversity of conformal array antenna. In order to describe the polarization diversity of conformal array antenna, polarization parameters of incident signals are contained in observations. Consequently it is usually required that the polarization parameters and DOA(Direction-Of-Arrival) of incident sources are jointly estimated. A blind DOA estimation method with respect to polarization diversity is proposed on the basis of ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) algorithm for conical conformal array antenna, in which three pairs of special subarrays are designed. Azimuth and elevation angles of incident sources are found without knowing the polarization parameters by decoupling them. Then the CRB (Cramer-Rao Bound) of this method is derived and the validity of this algorithm is confirmed by Monte Carlo computer simulations.

**Key words:** conical conformal array antenna; direction-of-arrival estimation; ESPRIT; performance analysis; Cramer-Rao bound

### 1 引言

共形阵列天线是附着在共形载体上的天线单元构成的阵列天线, 它可以节省布阵空间、减轻阵列重量, 最大限度地减少天线对高速运动载体空气动力学性能的影响, 实现 360°的全方位覆盖, 且有利于实现军事隐蔽设计. 利用共形阵列天线实现高速、高精度信源方位估计是共形阵列天线应用的重要方面. 对共形阵列天线的已有研究主要集中在天线单元设计和共形天线方向图综合<sup>[1-3]</sup>、优化技术<sup>[4-6]</sup>, 而对共形阵列天线高分辨 DOA (Direction-Of-Arrival) 估计方法的研究报道并不多

见<sup>[7,8]</sup>. 已有的圆阵 DOA 估计方法<sup>[9]</sup>不能直接应用于共形阵列天线的 DOA 估计. 由于共形载体曲率的影响, 共形阵列天线中各阵元具有独立的局部坐标系, 使得共形阵列天线具有了多极化特性(Polarization Diversity), 为了描述共形阵列天线的多极化特性, 通常在共形阵列天线的快拍数据模型中引入阵列入射信号的极化参数, 因此要实现共形阵列天线对入射信号的方位估计就必须考虑信号极化参数的影响<sup>[8]</sup>. 锥面共形阵列天线是共形阵列天线的典型代表, 在未来机载、弹载雷达以及航天飞行器的天线设计中具有广泛的应用前景. 本文针对共形阵列天线的 DOA 估计特点, 在锥面共形阵列天线中通

收稿日期: 2008-09-20; 修回日期: 2009-05-18

基金项目: 国家自然科学基金(No. 60601016); 陕西省自然科学基金(No. 2006F14)

过设计三对特殊子阵,利用 ESPRIT(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)算法,将入射信号的二维角参数与信号极化参数去耦合,实现了入射信号极化参数未知条件下的高分辨 DOA 估计,并详细推导了共形阵列天线多参数估计的 CRB (Cramer-Rao Bound),最后通过 Monte Carlo 仿真实验验证了算法的有效性。

## 2 算法设计

### 2.1 锥面共形天线的阵列设计

天线单元方向图的不同指向和共形载体的遮蔽效应是共形阵列天线的最大特点<sup>[7,8]</sup>。为了克服共形载体的遮蔽效应,保证所有天线单元对入射信号均有响应,可将共形阵列天线分为多个子阵,每个子阵负责一定范围的角度覆盖,从而使得在同一子阵中一定角度范围的入射信号可被所有子阵单元接收。在完成每个子

阵的 DOA 估计后,综合各子阵结果即可获得全方位的 DOA 估计。将这种解析方法引入到锥面共形阵列天线中,将其分为多个子阵,由于锥面结构上的对称性,各子阵结构相同,因而每一子阵 DOA 估计算法也相同,故仅对其中一个子阵进行算法详述和仿真。锥面共形阵列天线中阵列全局坐标系  $XYZ$  与阵元的局部坐标系  $X'Y'Z'$  以及二者相互关系如图 1(a)、图 1(b)所示,图 1(a)中  $\theta_0 = \pi/4$  表示圆锥顶角。子阵设置如图 1(c)所示:阵元位于三条母线  $l_1, l_2, l_3$  上,每条母线均匀放置阵元  $m$  个,且同一母线上相邻阵元间隔为  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  为入射信号波长。 $l_1, l_2, l_3$  在全局坐标系  $XOY$  面上的投影与  $X$  轴顺时针旋转方向的夹角分别为  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  (如图 1(d)所示),且  $\alpha_1 = \pi - \alpha_3, \alpha_2 \in (\alpha_1, \alpha_3)$ 。此子阵列可实现方位角  $\varphi \in [\alpha_1, \alpha_3]$  的信源定位,所以将整个阵列分为多个类似子阵列即可完成方位角  $\varphi \in [0, 2\pi)$  的信源定位。

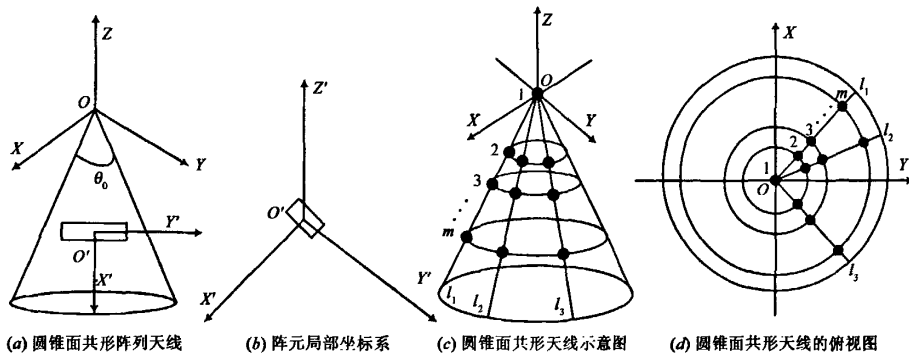


图1 锥面共形天线的阵列结构

通过上述的阵列结构设计可知:

(1)处于同一母线上的阵元单元方向图指向一致,即同一母线上的不同阵元对同一入射信号的响应差别仅为由阵元位置不同引起的相对相位差,不存在极化变化。所以可以用同一母线上的前  $m-1$  个阵元与后  $m-1$  个阵元构造子阵对。如图 1(d)所示,利用三条母线上的阵元可构造三对子阵,且此三对子阵之间具有不同的距离矢量(每条母线上前两个阵元构成的矢量);

(2)共形阵列天线的多极化特性主要体现在共形阵列天线的导向矢量数学模型中,而利用 ESPRIT 算法实现二维角参数估计的关键是构建具有不同距离矢量的子阵对,而对导向矢量的数学模型没有要求。在(1)中已获得锥面共形阵列天线中的三对子阵,且分别具有不同的距离矢量,每对子阵之间的旋转不变矩阵只与接收时延引起的相位差有关,此时旋转不变矩阵中只含有信源的二维角参数,而对入射信号的极化参数没有要求。在此基础上应用 ESPRIT 算法可将二维角参数与信号极化参数去耦合,从而实现盲极化条件下的

DOA 估计;

(3)文献[10]在平面阵列中构建了具有不同距离矢量的两对子阵,并利用子阵之间距离矢量的特殊夹角关系(如  $\pi/2$  或 0),结合 ESPRIT 算法进行二维角参数估计,给出了参数估计的解析解。在本文中子阵间的距离矢量夹角不是特殊值(如  $\pi/2$  或 0),且距离矢量的坐标也不具备特殊性,故利用三对子阵的数据以及构建三条母线夹角的特殊性( $\alpha_1 = \pi - \alpha_3, \alpha_2 \in (\alpha_1, \alpha_3)$ )以便获得二维角参数估计的解析解。

综上所述可知,利用上述特殊的子阵结构设计可以实现阵列入射信号极化状态未知条件下的 DOA 估计,并给出其解析解,其详细推导如下。

### 2.2 锥面共形阵列天线的窄带数据模型

共形阵列天线快拍数据模型建立的基础是共形阵列天线导向矢量模型的建立。由于共形阵列天线中天线单元方向图的不同指向使得其导向矢量的建模方法不同于经典阵列的建模方法。文献[7]通过完成单元方向图的旋转变换,给出了共形阵列天线导向矢量建模

的统一方法. 结合图 1 给出的锥面共形阵列天线的几何特点可得其导向矢量模型如下:

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = [r_1 e^{-j2\pi \frac{P_1 \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}, r_2 e^{-j2\pi \frac{P_2 \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}, \dots, r_m e^{-j2\pi \frac{P_m \cdot \mathbf{u}}{\lambda}}]^T \quad (1)$$

$$r_i = (g_{\theta}^2 + g_{\varphi}^2)^{1/2} (k_{\theta}^2 + k_{\varphi}^2)^{1/2} \cos(\theta_{ik}) \quad (2)$$

$$= |\mathbf{g}_i| |\mathbf{p}_i| \cos(\theta_{ik}) = \mathbf{g}_i \cdot \mathbf{p}_i = g_{\theta} k_{\theta} + g_{\varphi} k_{\varphi} \quad (2)$$

$$\mathbf{P}_i = \cos(\theta_{\alpha_i}) \cos(\varphi_{\alpha_i}) \mathbf{x} + \cos(\theta_{\alpha_i}) \sin(\varphi_{\alpha_i}) \mathbf{y} - \sin(\theta_{\alpha_i}) \mathbf{z} \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = \cos(\theta) \cos(\varphi) \mathbf{x} + \cos(\theta) \sin(\varphi) \mathbf{y} - \sin(\theta) \mathbf{z} \quad (4)$$

$$\mathbf{g}_i = g_{\theta}(\theta, \varphi) \mathbf{u}_{\theta} + g_{\varphi}(\theta, \varphi) \mathbf{u}_{\varphi} \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_{\theta} = \cos(\theta) \cos(\varphi) \mathbf{x} + \cos(\theta) \sin(\varphi) \mathbf{y} - \sin(\theta) \mathbf{z} \quad (6)$$

$$\mathbf{u}_{\varphi} = -\sin(\varphi) \mathbf{x} + \cos(\varphi) \mathbf{y} \quad (7)$$

$$\mathbf{p}_i = k_{\theta} \mathbf{u}_{\theta} + k_{\varphi} \mathbf{u}_{\varphi} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{P}_i$  为第  $i$  个阵元在全局坐标系中的位置矢量;  $\theta_{\alpha_i}$ ,  $\varphi_{\alpha_i}$  表示第  $i$  个阵元的位置矢量在全局坐标系中的俯仰角与方位角;  $\theta, \varphi$  表示入射信号在全局坐标系中的俯仰角与方位角;  $x, y, z$  为全局坐标轴;  $\mathbf{u}$  为入射信号的方向矢量;  $\mathbf{u}_{\theta}$  和  $\mathbf{u}_{\varphi}$  为正交单位矢量;  $k_{\theta}, k_{\varphi}$  分别为入射信号极化矢量在极化基矢量  $\mathbf{u}_{\theta}, \mathbf{u}_{\varphi}$  上的分量;  $\mathbf{g}_i$  为单元方向图;  $\mathbf{p}_i$  为信号电场方向矢量;  $r_i$  为锥面共形阵列天线中第  $i$  个阵元在全局坐标系中对单位强度入射信号的响应(如图 2 所示);  $g_{\theta}, g_{\varphi}$  分别表示第  $i$  个阵元单元方向图在  $\mathbf{u}_{\theta}, \mathbf{u}_{\varphi}$  上的分量;  $\theta_{ik}$  表示矢量  $\mathbf{g}_i$  与矢量  $\mathbf{p}_i$  的夹角.

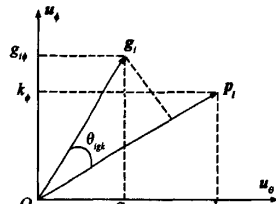


图2 阵元在全局坐标系中对入射信号的响应

将式(2)带入式(1)有:

$$\mathbf{a}(\theta, \varphi) = \mathbf{a}_{\theta}(\theta, \varphi) + \mathbf{a}_{\varphi}(\theta, \varphi) \quad (9)$$

$$\mathbf{a}_{\theta}(\theta, \varphi) = [g_{1\theta} k_{\theta} e^{-jk_{\theta} P_1 \cdot \mathbf{u}}, g_{2\theta} k_{\theta} e^{-jk_{\theta} P_2 \cdot \mathbf{u}}, \dots, g_{m\theta} k_{\theta} e^{-jk_{\theta} P_m \cdot \mathbf{u}}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{a}_{\varphi}(\theta, \varphi) = [g_{1\varphi} k_{\varphi} e^{-jk_{\varphi} P_1 \cdot \mathbf{u}}, g_{2\varphi} k_{\varphi} e^{-jk_{\varphi} P_2 \cdot \mathbf{u}}, \dots, g_{m\varphi} k_{\varphi} e^{-jk_{\varphi} P_m \cdot \mathbf{u}}]^T \quad (11)$$

当入射信号为  $n$  个时, 可得流形矩阵  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_n, \varphi_n)] = \mathbf{A}_{\theta} \mathbf{K}_{\theta} + \mathbf{A}_{\varphi} \mathbf{K}_{\varphi} \quad (12)$$

$$\mathbf{A}_{\theta} = [\mathbf{a}_{\theta}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_{\theta}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_{\theta}(\theta_n, \varphi_n)] \quad (13)$$

$$\mathbf{A}_{\varphi} = [\mathbf{a}_{\varphi}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_{\varphi}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_{\varphi}(\theta_n, \varphi_n)] \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_{\theta} = \text{diag}(k_{1\theta}, k_{2\theta}, \dots, k_{n\theta}) \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_{\varphi} = \text{diag}(k_{1\varphi}, k_{2\varphi}, \dots, k_{n\varphi}) \quad (16)$$

所以, 快拍数据模型为:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} = (\mathbf{A}_{\theta} \mathbf{K}_{\theta} + \mathbf{A}_{\varphi} \mathbf{K}_{\varphi}) \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (17)$$

$$\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{N} = [n_1, n_2, \dots, n_n]^T \quad (19)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为流形矩阵;  $\mathbf{S}$  为信号矢量;  $\mathbf{N}$  为噪声矢量;  $n$  为信源个数;  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$  表示矩阵  $\mathbf{K}$  为以  $k_1, k_2, \dots, k_n$  为主对角线元素构成的对角阵;  $\theta_i, \varphi_i$  表示第  $i$  个人射信号在全局坐标系中的俯仰角与方位角;  $k_{\theta}, k_{\varphi}$  分别第  $i$  个人射信号极化矢量在  $\mathbf{u}_{\theta}, \mathbf{u}_{\varphi}$  上的分量;  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ;  $\mathbf{u}_i$  为第  $i$  个人射信号的方向矢量.

### 2.3 盲极化条件下的 DOA 估计方法

经典的 ESPRIT 算法是利用信号子空间的旋转不变性进行 DOA 估计. 此方法每估计一个参数就需要一对结构完全相同且具有一定距离(即子阵对中对应阵元的距离, 一般选为  $\lambda/2$ )的子阵对, 利用两子阵获得的信号子空间的等价性构建方程, 求解参数. 应用 ESPRIT 算法实现二维角参数的估计需要两个子阵对, 且二者具有不同的距离矢量. 如图 1(c) 所示的阵列: 放置于同一母线上的阵元可构造一个子阵对, 即  $1 \sim m-1$  阵元构成一个阵列,  $2 \sim m$  阵元构成一个阵列, 此子阵对中各阵列阵元个数均为  $m-1$ , 两阵列的距离为  $\lambda/2$ . 故可得  $l_1, l_2, l_3$  上三个子阵对, 且三者的距离矢量不同(如图 1

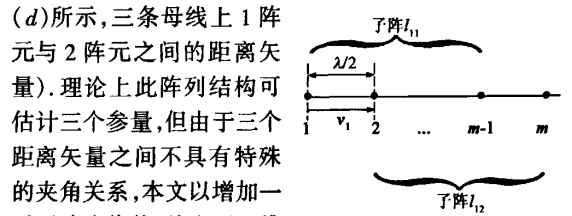


图3 对  $l_1$  上阵元的分割

所述, 对母线  $l_1$  上的阵元分割如图 3 所示:

子阵  $l_{11}$  接收数据如下:

$$\mathbf{X}_{11} = \mathbf{A}_{11} \mathbf{S} + \mathbf{N}_{11} = (\mathbf{A}_{11\theta} \mathbf{K}_{\theta} + \mathbf{A}_{11\varphi} \mathbf{K}_{\varphi}) \mathbf{S} + \mathbf{N}_{11} \quad (20)$$

子阵  $l_{12}$  接收数据如下:

$$\mathbf{X}_{12} = \mathbf{A}_{12} \mathbf{S} + \mathbf{N}_{12} = (\mathbf{A}_{12\theta} \mathbf{K}_{\theta} + \mathbf{A}_{12\varphi} \mathbf{K}_{\varphi}) \mathbf{S} + \mathbf{N}_{12} \quad (21a)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_1 = \text{diag}[\exp(-jw_{11}), \dots, \exp(-jw_{1n})] \quad (21b)$$

$$w_{1i} = (2\pi/\lambda) d v_1 \cdot \mathbf{u}_i = \pi v_1 \cdot \mathbf{u}_i$$

$$= \pi [\sin(\theta_{v_1}) \cos(\varphi_{v_1}) \sin(\theta_i) \cos(\varphi_i) + \sin(\theta_{v_1}) \sin(\varphi_{v_1}) \sin(\theta_i) \sin(\varphi_i) + \cos(\theta_{v_1}) \cos(\theta_i)] \quad (21c)$$

母线  $l_1$  上阵元的快拍数据  $\mathbf{X}_1$  由  $\mathbf{X}_{11}$  与  $\mathbf{X}_{12}$  的最后一行组成:

$$\mathbf{X}_1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 = (\mathbf{A}_{1\theta} \mathbf{K}_{\theta} + \mathbf{A}_{1\varphi} \mathbf{K}_{\varphi}) \mathbf{S} + \mathbf{N}_1 = [\mathbf{X}_{11}; \mathbf{X}_{12}(m-1, :)] \quad (21d)$$

式中,  $\text{diag}(\cdot)$  表示用  $(\cdot)$  中的元素构成对角阵;  $d = \lambda/2$  为子阵  $l_{11}$  与子阵  $l_{12}$  的距离;  $\mathbf{N}_{11}$  表示子阵  $l_{11}$  接收的噪声矢量;  $\mathbf{N}_{12}$  表示子阵  $l_{12}$  接收的噪声矢量;  $v_1$  为子阵  $l_{11}$  与子阵  $l_{12}$  距离的方向矢量(如图 3 所示);  $\theta_{v_1}, \varphi_{v_1}$  为  $v_1$  在全局坐标系中的俯仰角和方位角;  $\theta_i, \varphi_i$  为第  $i$  个人

射信号在全局坐标系中俯仰角和方位角;  $X_{12}(m-1, :)$  表示取  $X_{12}$  的第  $m-1$  行; 同理可将  $l_2, l_3$  划分为  $l_{21}, l_{22}$  与  $l_{31}, l_{32}$ , 并获得其快拍数据  $X_2, X_3$  与  $X_{21}, X_{22}, X_{31}, X_{32}$  的关系以及  $\varphi_2, \varphi_3$ .

则整个阵列的快拍数据  $X$  与其协方差矩阵  $R$  为:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} S + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} \\ (A_{11}\varphi_1)(m-1, :) \\ A_{21} \\ (A_{21}\varphi_2)(m-1, :) \\ A_{31} \\ (A_{31}\varphi_3)(m-1, :) \end{bmatrix} S + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} = AS + N \quad (22)$$

$$R = E[XX^H] = AE[SS^H]A^H + \sigma^2 I = AR_s A^H + \sigma^2 I = U_s \Sigma_s U_s^H + U_n \Sigma_n U_n^H \quad (23)$$

式中,  $N_1, N_2, N_3$  分别表示母线  $l_1, l_2, l_3$  上的阵元接收的噪声矢量;  $E(\cdot)$  表示对  $(\cdot)$  求平均;  $(\cdot)^H$  表示取  $(\cdot)$  的共轭转置;  $U_s$  表示以大特征值对应的矢量为列构成的矩阵;  $U_n$  表示以小特征值对应的矢量为列构成的矩阵;  $R_s$  为信号的协方差矩阵,  $AR_s A^H$  表示信号部分,  $\sigma^2 I$  表示噪声部分.

特征值分解对应的大特征矢量张成的信号子空间与阵列流形张成的信号子空间是相同的:

$$\text{span}\{U_s\} = \text{span}\{A\} \quad (24)$$

此时, 存在一个唯一的非奇异矩阵  $T$ , 使得:

$$U_s = AT \quad (25)$$

所以有:

$$U_s = \begin{bmatrix} U_{S11} \\ U_{S12}(m-1, :) \\ U_{S21} \\ U_{S22}(m-1, :) \\ U_{S31} \\ U_{S32}(m-1, :) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}T \\ (A_{11}\varphi_1)(m-1, :)T \\ A_{21}T \\ (A_{21}\varphi_2)(m-1, :)T \\ A_{31}T \\ (A_{31}\varphi_3)(m-1, :)T \end{bmatrix} \quad (26)$$

因为:

$$\text{span}\{U_{S11}\} = \text{span}\{A_1\} = \text{span}\{U_{S12}\} \quad (27)$$

$$\text{span}\{U_{S21}\} = \text{span}\{A_2\} = \text{span}\{U_{S22}\} \quad (28)$$

$$\text{span}\{U_{S31}\} = \text{span}\{A_3\} = \text{span}\{U_{S32}\} \quad (29)$$

且:

$$A_{12} = A_{11}\varphi_1 \quad (30)$$

$$A_{22} = A_{21}\varphi_2 \quad (31)$$

$$A_{32} = A_{31}\varphi_3 \quad (32)$$

结合式(22)与式(26):

$$U_{S12} = U_{S11}T^{-1}\varphi_1 T = U_{S11}\varphi_1 \quad (33)$$

$$U_{S22} = U_{S21}T^{-1}\varphi_2 T = U_{S21}\varphi_2 \quad (34)$$

$$U_{S32} = U_{S31}T^{-1}\varphi_3 T = U_{S31}\varphi_3 \quad (35)$$

所以, 用矩阵  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  的特征值分别构成对角阵一定等于对应矩阵  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . 故可通过获得旋转不变关系矩阵  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , 结合式(21c)求解二维角参数.

考虑到接收数据为有限长, 所以只能得到数据协方差矩阵的最大似然估计:

$$\hat{R} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L XX^H \quad (36)$$

$L$  为快拍数, 对  $\hat{R}$  进行特征值分解可得:

$$\hat{R} = \hat{U}_s \hat{\Sigma}_s \hat{U}_s^H + \hat{U}_n \hat{\Sigma}_n \hat{U}_n^H \quad (37)$$

信号子空间特征矢量矩阵  $\hat{U}_s$ , 并取  $\hat{U}_s$  的第  $1 \sim m-1$  行为  $\hat{U}_{S11}$ ,  $2 \sim m$  行为  $\hat{U}_{S12}$ ,  $m+1 \sim 2m-1$  行为  $\hat{U}_{S21}$ ,  $m+2 \sim 2m$  行为  $\hat{U}_{S22}$ ,  $2m+1 \sim 3m-1$  行为  $\hat{U}_{S31}$ ,  $2m+2 \sim 3m$  行为  $\hat{U}_{S32}$ . 对应最小二乘 ESPRIT 算法,  $\exp(-jw_{li})$  ( $l=1, 2, 3; i=1, 2, \dots, n$ ) 即为矩阵  $\varphi_l$  的第  $l$  个特征值  $t_{li}$ , 且  $\varphi_l$  为:

$$\varphi_l = (\hat{U}_{S11}^H \hat{U}_{S12})^{-1} \hat{U}_{S11}^H \hat{U}_{S22} \quad (38)$$

式中,  $(\cdot)^{-1}$  表示取  $(\cdot)$  的逆矩阵. 则有:

$$\exp(-jw_{1i}) = t_{1i} \quad (39)$$

$$\exp(-jw_{2i}) = t_{2i} \quad (40)$$

$$\exp(-jw_{3i}) = t_{3i} \quad (41)$$

结合关系  $\alpha_1 = \pi - \alpha_3, \alpha_2 \in (\alpha_1, \alpha_3)$  解式(39)~(41)有:

$$\varphi_l = \arctg \frac{2\cos(\varphi_{v_l})(z_{1i}-z_{3i}) - [\cos(\varphi_{v_l}) - \cos(\varphi_{v_3})](z_{1i}-z_{2i})}{[\sin(\varphi_{v_l}) - \sin(\varphi_{v_3})](z_{1i}-z_{2i})} \quad (42)$$

$$\theta_i = \arctg$$

$$\frac{(z_{1i}-z_{3i})\cos(\theta_{v_l})[\cos(\varphi_{v_2}-\varphi_i) - \cos(\varphi_{v_1}-\varphi_i)]}{\sin(\theta_{v_l})[\cos(\varphi_{v_1}-\varphi_i) - \cos(\varphi_{v_3}-\varphi_i)][z_{1i}\cos(\varphi_{v_2}-\varphi_i) - z_{2i}\cos(\varphi_{v_1}-\varphi_i)]} \quad (43)$$

$$z_{ji} = \text{angle}(t_{ji}) / (2\pi d), j=1, 2, 3 \quad (44)$$

式中,  $\theta_i, \varphi_i$  表示第  $i$  个入射信号在全局坐标系中的俯仰角和方位角;  $\arctg(\cdot)$  表示求  $(\cdot)$  的反正切值;  $\theta_{v_l}, \varphi_{v_l}$  为子阵对  $l_{11}, l_{12}$  的距离矢量在全局坐标系中的俯仰角和方位角;  $\theta_{v_2}, \varphi_{v_2}$  为子阵对  $l_{21}, l_{22}$  的距离矢量在全局坐标系中的俯仰角和方位角;  $\theta_{v_3}, \varphi_{v_3}$  为子阵对  $l_{31}, l_{32}$  的距离矢量在全局坐标系中的俯仰角和方位角;  $\text{angle}(\cdot)$  表示求复数  $(\cdot)$  的相位角.

由上述讨论可知, 由于构成子阵对的阵元在同一母线上, 此时单元方向图指向一致. 所以可直接通过式(36)求得阵列的协方差矩阵  $\hat{R}$ , 在信源个数已知条件下由式(37)获得  $\hat{U}_s$ , 在此基础上由式(38)获得旋转不变关系矩阵  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , 并结合式(39)~(44)对二维角参

数进行估计,期间对阵列入射信号的极化参数并未要求,即实现了盲极化条件下的二维角参数估计.当阵列入射信号为多个( $n \geq 2$ )时,应用 ESPRIT 算法进行二维角参数估计存在参数配对问题,即对旋转不变关系矩阵  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  进行特征值分解后不能保证所选取的特征值均对应同一入射信号的相位差.文献[11]给出了通过对旋转不变关系矩阵的特征矢量矩阵作相关实现参数配对的方法.在本文中对阵列  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  进行特征值分解可得其特征值与特征矢量矩阵  $T_1, T_2, T_3$ ,因为不相对应的特征值对应的特征向量是不相关的,所以令  $G_1 = T_1^H T_2$ ,可利用  $G_1$  各行的最大元素值位置实现  $\Psi_1, \Psi_2$  的特征值配对.同理由  $G_2 = T_1^H T_3$  的各行最大元素值位置可实现  $\Psi_1, \Psi_3$  的特征值配对.

综上所述,锥面共形阵列天线盲极化条件下对第  $i$  个人射信号进行 DOA 估计的算法流程为:

- (1)由式(36)求得阵列的快拍数据协方差矩阵  $\hat{R}$ ;
- (2)对  $\hat{R}$  进行特征值分解,结合式(38)分别求得阵列  $l_1, l_2, l_3$  对应的矩阵  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$ ;
- (3)对  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  进行特征值分解获得  $t_{1i}, t_{2i}, t_{3i}$  以及特征矢量矩阵  $T_1, T_2, T_3$ ;
- (4)利用  $T_1, T_2, T_3$  的相关性对特征值进行参数配对;
- (5)结合式(42)~(44)求得  $\theta_i, \varphi_i$ .

### 3 极化和 DOA 联合估计的 CRB

ESPRIT 算法可实现对信源方位角参数的无偏估计,与之对应的 CRB 给出了无偏参数估计方差的下限,本节将推导多参数估计的 CRB.为了简化推导过程,假设信源的相关矩阵  $R_S$  已知,且噪声方差归一化为 1.则阵列协方差矩阵  $R$  中包含  $4n$  个未知参数,即  $n$  个俯仰角参数,  $n$  个方位角参数,  $2n$  个极化参数.待估计参数可用矢量  $p$  表示为:

$$p^T = [\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2, \dots, \theta_n, \varphi_n, k_{1\theta}, k_{2\theta}, \dots, k_{n\theta}, k_{1\varphi}, k_{2\varphi}, \dots, k_{n\varphi}] \quad (45)$$

方位参数与极化参数联合估计的 CRB 为:

$$E[(\hat{p} - p)(\hat{p} - p)^T] \geq \text{CRB} \quad (46)$$

$$\text{CRB} = F^{-1} \quad (47)$$

$4n \times 4n$  的 Fisher 信息矩阵  $F$  可分块表示如下:

$$F = \begin{bmatrix} F_{\theta\theta}, F_{\theta\varphi}, F_{\theta k_\theta}, F_{\theta k_\varphi} \\ F_{\varphi\theta}, F_{\varphi\varphi}, F_{\varphi k_\theta}, F_{\varphi k_\varphi} \\ F_{k_\theta\theta}, F_{k_\theta\varphi}, F_{k_\theta k_\theta}, F_{k_\theta k_\varphi} \\ F_{k_\varphi\theta}, F_{k_\varphi\varphi}, F_{k_\varphi k_\theta}, F_{k_\varphi k_\varphi} \end{bmatrix} \quad (48)$$

其中,  $F_{\theta\theta}$  为俯仰角估计块;  $F_{\varphi\varphi}$  为方位角估计块;  $F_{k_\theta k_\theta}$  为极化矢量  $u_\theta$  方向上的分量估计块;  $F_{k_\varphi k_\varphi}$  为极化矢量  $u_\varphi$

方向上的分量估计块;其它模块为相应参数估计的互相关块. Fisher 矩阵的第  $i$  行  $j$  列元素  $F_{ij}$  为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} F_{ij} &= L \cdot \text{trace} \left[ R^{-1} \frac{\partial R}{\partial p_i} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial p_j} \right] \\ &= 2L \cdot \text{Re} \{ \text{trace} [ D_i R_S A^H R^{-1} A R_S D_j^H R^{-1} ] \\ &\quad + \text{trace} [ D_i R_S A^H R^{-1} D_j R_S A^H R^{-1} ] \} \end{aligned} \quad (49)$$

$$D_i = \frac{\partial A}{\partial p_i} \quad (50)$$

式中,  $\text{trace}(\cdot)$  表示取矩阵  $(\cdot)$  的迹;  $\frac{\partial R}{\partial p_i}$  表示对矩阵  $R$  求  $p_i$  的偏导.结合式(12)~(16)有:

$$\frac{\partial A}{\partial \theta_i} = \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta_i} K_\theta + \frac{\partial A_\varphi}{\partial \theta_i} K_\varphi \quad (51)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \varphi_i} = \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi_i} K_\theta + \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi_i} K_\varphi \quad (52)$$

$$\frac{\partial A}{\partial k_{\theta_i}} = A_\theta \frac{K_\theta}{\partial k_{\theta_i}} \quad (53)$$

$$\frac{\partial A}{\partial k_{\varphi_i}} = A_\varphi \frac{K_\varphi}{\partial k_{\varphi_i}} \quad (54)$$

当阵列入射信号极化参数已知时,其估计 CRB<sub>-1</sub> 为:

$$\text{CRB}_{-1} = F_1^{-1} \quad (55)$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} F_{\theta\theta}, F_{\theta\varphi} \\ F_{\varphi\theta}, F_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \quad (56)$$

### 4 仿真实验

上述各节给出了算法的详细步骤,并对其估计理论性能进行了详细推导.本节在此基础上进行 Monte Carlo 仿真实验验证算法的有效性.其中,对成功实验的定义为:估计偏差小于  $2^\circ$  的试验为成功实验.成功概率的定义为:成功试验次数与试验次数的比值.估计偏差定义为:在成功实验中,估计均值与真值之差的绝对值.估计方差定义为:在成功实验中,估计值与估计均值之差的均方值.参数估计的 CRB 为式(55)所示,即 CRB 为在信号极化参数已知条件下推得的理论值.在此前提下,进行 100 次独立仿真实验.

仿真实验

(1)仿真条件:阵列结构如图 1 所示;阵列阵元个数为 27,即  $m = 9$ ;快拍数  $L = 1000$ ;信噪比  $\text{SNR} \in [-10, 30]$ ;信源个数  $n = 2$ ;  $\theta_1 = \pi/6$ ,  $\varphi_1 = \pi/3$ ;  $\theta_2 = \theta_1 + \pi/18$ ,  $\varphi_2 = \varphi_1$ ;  $k_{1\theta} = 0.5$ ,  $k_{1\varphi} = 0.5$ ;  $k_{2\theta} = 0.3$ ,  $k_{2\varphi} = 0.7$ .在仿真实验中为未知参量;  $\alpha_1 = \pi/4$ ,  $\alpha_2 = \pi/3$ ,  $\alpha_3 = 3\pi/4$ ;单元方向图取  $g_\theta = \sin(\theta'_j - \varphi'_j)$ ,  $g_\varphi = \cos(\theta'_j - \varphi'_j)$ ,  $\theta'_j, \varphi'_j$  为第  $j$  个人射信号在第  $i$  个阵元局部坐标系中的俯仰角和方位角.

(2)仿真结果:见图 4、图 5、图 6.

(3)结果分析:仿真实验的成功概率随信噪比的增

加逐渐趋于 100%,且在相同条件下对俯仰角的估计成功率比对方位角估计成功的概率要高(如图 4 所示).估计偏差随信噪比的增加逐渐减小(如图 5 所示).在阵列入射信号极化参数未知条件下对俯仰角与方位角的估计方差随着信噪比的增加逐渐趋于入射信号极化参数已知条件下的 CRB,即达到了较好的估计效果(如图 6 所示).

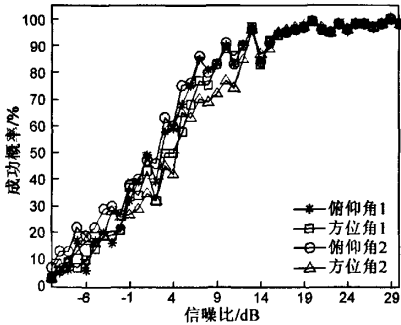


图4 成功概率与信噪比的关系

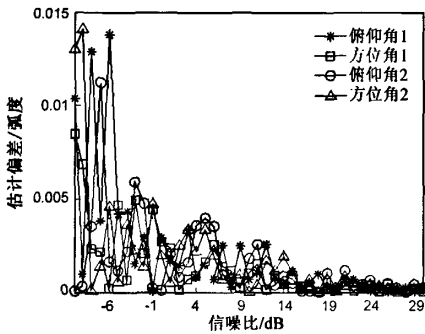


图5 估计偏差与信噪比的关系

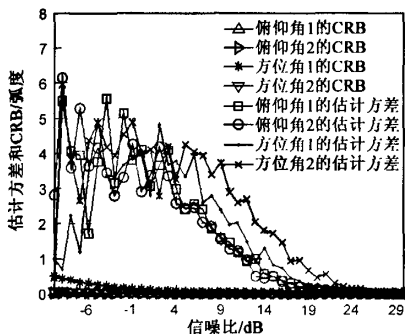


图6 估计方差和CRB与信噪比的关系

## 5 结束语

本文通过分析共形阵列天线高分辨 DOA 估计的特点,提出了针对锥面共形阵列天线利用 ESPRIT 算法实现阵列入射信号盲极化条件下的高分辨 DOA 估计方法,并对其估计性能进行了理论分析与推导,计算机仿真实验表明该方法在高信噪比的条件下,盲极化 DOA

估计方差趋于极化已知条件下 DOA 估计的 CRB,从而验证了算法的有效性.

## 参考文献:

- [1] J J Wang, Y P Zhang. Circuit model of microstrip patch antenna on ceramic land grid array package for antenna-chip code-sign of highly integrated RF transceivers[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(12): 3877 - 3883.
- [2] Malek G M. Theory and analysis of adaptive cylindrical array antenna for ultrawideband wireless communications[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2005, 4(6): 3075 - 3083.
- [3] Giampiero Gerini, Leonardo Zappelli. Multilayer array antennas with integrated frequency selective surfaces conformal to a circular cylindrical surface[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(6): 2020 - 2030.
- [4] Daniel W Boeringer, Douglas H Werner. Efficiency - constrained particle swarm optimization of a modified bernstein polynomial for conformal array excitation amplitude synthesis [J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(8): 2662 - 2673.
- [5] Stephen Jon Blank, Michael F Hute. On the empirical optimization of antenna arrays [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2005, 47(2): 58 - 67.
- [6] P Y Zhou, M A Ingram. Pattern synthesis for arbitrary arrays using an adaptive array method[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1999, 47(5): 862 - 869.
- [7] Wang Bu-hong, Guo Ying. Array manifold modeling for arbitrary 3D conformal array antenna [A]. Proceedings of 2008 IEEE International Workshop on Antenna Technology[C]. Chiba, Japan: IEEE, 2008. 562 - 565.
- [8] Zi-sen Qi, Ying Guo, et al. Performance analysis of MUSIC for conformal array [A]. 2007 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing (WICOM07) [C]. Shanghai, China: IEEE, 2007. 168 - 171.
- [9] Mathews C P. Eigen - structure techniques for 2 - D angle estimation with uniform circular arrays [J]. IEEE Trans on SP, 1994, 42(9): 2395 - 2401.
- [10] Jian Li, R T Compton. Two-dimensional angle and polarization estimation using the ESPRIT algorithm [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1992, 40(5): 550 - 555.
- [11] 董铁, 吴云韬, 廖桂生. 一种二维到达方向估计的 ESPRIT 新算法 [J]. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2003, 30(5): 569 - 573.
- [12] Dong Yi, Wu Yun-tao, Liao Gui-sheng. A novel method for estimating 2 - D DOA [J]. Journal of Xidian University (Nature Science Edition), 2003, 30(5): 569 - 573. (in Chinese)
- [12] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling [J]. IEEE Trans AP, 1991, 39 (3): 273 - 284.

## 作者简介:



齐子森 男,1982 年 12 月出生于河北省保定市.现为空军工程大学博士生,研究方向:高分辨 DOA 估计方法.

E-mail: qizisen@163.com

姬伟峰 男,1976 年 3 月生于陕西省户县,讲师,研究方向为:指挥信息系统及网络安全.

E-mail: jiwf@yeah.net

王布宏 男,1975 年 12 月出生于山西省太原市,副教授,博士(后),已发表论文 40 多篇,其中进入 SCI、EI 等三大索引的论文 30 多篇.主要研究领域为:阵列信号处理、阵列校正等.

E-mail: wbhcx@yahoo.com.cn



郭英 女,1961 年 12 月出生于山西省临汾市.教授,博士生导师,中国通信学会陕西省分会常务理事、陕西省信号处理学会常务理事、中国电子学会高级会员,发表学术论文五十余篇,其中 SCI、EI 检索十余篇.主要研究领域为:通信信号处理、自适应信号处理等.

E-mail: Guoying\_dsp@sina.com

## 2010 第四届中国可信计算与信息安全学术会议 征文通知

为了加强我国可信计算和信息安全领域学术研究和学术交流,促进我国可信计算和信息安全领域的学术繁荣、技术进步和产业发展,由中国计算机学会容错专业委员会主办,教育部高等学校信息安全类专业教学指导委员会指导,北京工业大学和国家信息中心承办的“第四届中国可信计算与信息安全学术会议”将拟于 2010 年 5 月 21 日至 23 日在北京工业大学举行。

“中国可信计算与信息安全学术会议”已经举办过 3 届,成为国内信息安全领域的一个品牌会议,受到国内外同行的高度重视与厚爱。本届会议由沈昌祥院士任大会主席,张焕国教授任程序委员会主席,吴亚非研究员任组织委员会主席。会议重点征集可信计算与信息安全理论和技术方面的研究论文。

会议录用的英文稿件将在《武汉大学学报自然科学版》(英文版)上发表,录用的中文稿件在《武汉大学学报(信息科学版)》(EI 源刊)、《北京工业大学学报》(EI 源刊)、《武汉大学学报(理学版)》(核心期刊)上发表,优秀稿件推荐到《通信学报》(EI 源刊)发表。欢迎各位专家学者、研究开发者、工程技术人员、及该领域的企事业人士踊跃投稿参加。

详情请登陆 <http://www.tc2010.org/>

通信地址:北京市朝阳区平乐园 100 号 北京工业大学计算机学院 100124

联系人:张兴,庄绿

电话:67396818,13811770652; E-mail: zhangxing@bjut.edu.cn

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>





## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>