

# 共形天线阵列流形的建模方法 \*

齐子森, 王布宏, 郭英

(空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

**摘要:** 共形天线阵列流形的建模是经典 DOA(Direction of arrival)估计方法在共形阵列天线中应用的前提和基础。与平面阵相比由于共形阵列曲率的影响,单元方向图指向的差异是共形天线导向矢量建模面临的主要难点。本文详细推导了单元方向图的旋转变换方法,并以锥面共形天线阵列为例给出了共形天线阵列导向矢量的建模方法及过程。

**关键词:** 共形天线; 阵列流形; DOA; 导向矢量

## Manifold modeling for conformal array antenna

Qi Zisen, Wang Buhong, Guo Ying

(The telecommunication Engineering Institute, AFEU, Xi'an 710077, China)

**Abstract:** Manifold modeling for conformal array antenna is the basis of using the classic high resolution methods of DOA (Direction of arrival) estimation in conformal array. Comparing with plane array conformal array has different patterns with different elements because of curvature which is the main difficulty in manifold modeling. This paper shows the method to transform elements' patterns and model the steering vector for cone conformal array, which is very important for the applications of the high resolution arithmetic in conformal array.

**Key words:** conformal array; array manifold; DOA steering vector

## 1 引言

共形天线在未来的星载、机载、舰载和弹载雷达和航天飞行器以及移动通信、声纳等领域都有广阔而重要的应用前景。共形天线的应用有节省空间、重量和减少空气阻力,最大限度地减少天线对飞行器空气动力学性能的影响、扩展天线波束扫描范围、实现 360°的全方位覆盖、有效地避免电磁兼容等优点。随着 DOA 估计技术的发展,平面阵的 DOA 估计方法已经相当成熟,将经典的 DOA 估计方法移植到共形天线阵列中具有重要的现实意义。而导向矢量的建模是对高分辨 DOA 估计方法移植的关键。本文首先结合共形天线阵列与平面阵列的异同讨论了单元方向图的旋转变换方法。其次,以锥面为例详细分析了共形天线阵列导向矢量建模的方法步骤。

## 2 共形天线阵列流形建模方法分析

对于任意几何形状的天线阵列(如图 1 所示),假设阵列阵元个数为  $m$ ,其导向矢量的数学模型<sup>[1]</sup>:

$$v(\theta, \phi) = [g_1 e^{j k_0 \lambda \theta}, g_2 e^{-j k_0 \lambda \theta}, \dots, g_m e^{-j k_0 \lambda \theta}]^T \quad (1)$$

其中,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  为波长;  $\lambda$  为各阵元的坐标矢量;  $p_i (i=1, 2, \dots, m)$  为信源入射方向单位矢量;  $g_i (i=0, 1, \dots, m)$  为单元方向图;  $p_i (i=0, 1, \dots, m)$  为各阵元与全局坐标系原点构成的矢量。较之平面阵,对于共形天线导向矢量建模的关键是解决由于共形天线阵列曲率变化引起的各天线单元坐标系不一致的问题。对图 1 所示天线阵列导向矢量的经典建模是将式(1)中的单元方向图  $g_i$  简单的视为 1。而在共形天线中不同的阵元具有不同的方向图。

\* 基金项目:国家自然科学基金(No. 60601016);陕西省自然科学基金(No. 2006F14)

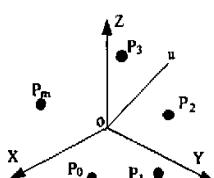
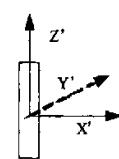


图1 各阵元方向图坐标

2 单元方向  $g_i$ 

$g_i = g_{\theta}(\theta', \phi') u_{\theta} + g_{\phi}(\theta', \phi') u_{\phi} (i = 1, 2, \dots, m)$  (2)  
 式中  $u_{\theta}$  和  $u_{\phi}$  为正交单位矢量,  $u_{\phi}$  为垂直于  $u$  矢量在  $x'y'$  平面上投影的单位矢量,  $u_{\theta}$  为在  $z'ou$  平面内垂直于  $u$  矢量的单位矢量 (如图 4 所示), 二者为各阵元方向图极化分量的基矢量。由式(1)、(2)可知对共形天线阵列导向矢量建模的关键是通过坐标旋转将局部坐标系中的单元方向图  $g_i$  综合到全局坐标系中。通过分析发现阵元在全局坐标系中的位置是综合各阵元方向图的纽带。单元方向图坐标旋转流程如下:

(1) 在各阵元的局部坐标系中建立信源方向单位矢量的坐标和各阵元极化分量基的坐标:

$$u = (\sin\theta' \cos\phi') x' + (\sin\theta' \sin\phi') y' + (\cos\theta') z' \quad (3)$$

$$u_{\theta} = (\cos\theta' + \cos\phi') x' + (\cos\theta' \sin\phi') y' - (\sin\theta') z' \quad (4)$$

$$u_{\phi} = -(\sin\phi') x' + (\cos\phi') y' \quad (5)$$

$\theta'$  与  $\phi'$  表示局部坐标系中的俯仰角与方位角。

(2) 建立局部坐标轴在全局坐标系中的坐标:

$$x' = (\cos\theta_{xz}) x + (\sin\theta_{xz}) y + (\cos\theta_{yz}) z \quad (6)$$

$$y' = (\cos\phi_{yz}) x + (\sin\phi_{yz}) y + (\cos\theta_{yz}) z \quad (7)$$

$$z' = (\cos\theta_{xz}) x + (\sin\theta_{xz}) y + (\cos\phi_{xz}) z \quad (8)$$

$\theta_{xz}, \theta_{yz}, \theta_{xz}$  与  $\phi_{xz}, \phi_{yz}, \phi_{xz}$  是局部坐标轴  $x', y', z'$  在全局坐标系中的俯仰角和方位角。

(3) 借助共形天线阵列的几何关系获得如下关系:

$$\theta_{xz} = f_1(\theta, \phi), \quad \phi_{xz} = f_2(\theta, \phi) \quad (9)$$

$$\theta_{yz} = f_3(\theta, \phi), \quad \phi_{yz} = f_4(\theta, \phi) \quad (10)$$

$$\theta_{xz} = f_5(\theta, \phi), \quad \phi_{xz} = f_6(\theta, \phi) \quad (11)$$

$\theta$  与  $\phi$  表示阵元在全局坐标中的俯仰角和方位角。

(4) 综合(2)、(3)中各式获得局部坐标轴在全局坐标系中的坐标:

$$x' = f_7(\theta', \phi', \theta, \phi, x, y, z) \quad (12)$$

$$y' = f_8(\theta', \phi', \theta, \phi, x, y, z) \quad (13)$$

$$z' = f_9(\theta', \phi', \theta, \phi, x, y, z) \quad (14)$$

(5) 同理(1)可在全局坐标系中建立信源方向单位矢量的坐标和各阵元极化分量基的坐标:

$$u_{\theta} = (\sin\theta \cos\phi) x + (\sin\theta \sin\phi) y - (\cos\theta) z \quad (15)$$

$$u_{\phi} = (\cos\theta \cos\phi) x + (\cos\theta \sin\phi) y - (\sin\theta) z \quad (16)$$

$$u_{\phi} = -(\sin\phi) x - (\cos\phi) y \quad (17)$$

(6) 由(1)中的式(3)、(5)中的式(15)以及(4)中各式则  $\theta', \phi'$  由  $(u \cdot x'), (u \cdot y'), (u \cdot z')$  求得即:

$$\cos\theta' = f_{10}(\theta, \phi, \theta', \phi) \quad (18)$$

$$\tan\phi' = f_{11}(\theta, \phi, \theta', \phi) \quad (19)$$

(7) 由(1)、(4)中各式可得:

$$u_{\theta}' = f_{12}(\theta', \phi', \theta, \phi, x, y, z) \quad (20)$$

$$u_{\phi}' = f_{13}(\theta', \phi', \theta, \phi, x, y, z) \quad (21)$$

(4) 结合(5)、(6)、(7)中各式, 可将各阵元的方向图转换到全局坐标系中:

$$g_i = [g_{\theta}(\theta, \phi, \theta', \phi) (u_{\theta} \cdot u_{\theta}) + g_{\phi}(\theta, \phi, \theta', \phi) (u_{\phi} \cdot u_{\theta})] u_{\theta} + [g_{\theta}(\theta, \phi, \theta', \phi) (u_{\theta} \cdot u_{\phi}) + g_{\phi}(\theta, \phi, \theta', \phi) (u_{\phi} \cdot u_{\phi})] u_{\phi} \quad (22)$$

$g_{\theta}(\theta, \phi, \theta', \phi)$ 、 $g_{\phi}(\theta, \phi, \theta', \phi)$  表示单元方向图两极化分量用全局信源方向俯仰角和方位角以及天线单元位置的表示。 $(u_{\theta} \cdot u_{\theta})$ 、 $(u_{\phi} \cdot u_{\phi})$  表示两局部极化分量的单位矢量在全局极化分量的单位矢量上的投影。综合上述流程, 可将处在不同局部坐标系中各阵元转换到阵列全局坐标系中, 将式(22)代入式(1)可得共形天线阵列导向矢量的数学模型。

### 3 锥面共形天线导向矢量分析

#### 3.1 锥面共形天线阵列几何模型<sup>[1]</sup>

天线单元的局部坐标如图 2 所示, 由图 3 可知: 锥面体全局坐标以及与天线单元的位置关系(大小不成比例), 阵列的方位角  $\phi \in [0 \sim 2\pi]$ , 俯仰角  $\theta \in [0 \sim \pi - \theta_0/2]$ ,  $\theta_0$  为圆锥顶端夹角。

### 3.2 导向矢量的建立

对应上述的坐标旋转流程,在锥面共形天线阵列中,结合图3、4以及式(9)、(10)、(11)有:

$$\theta_{xz} = \theta_x, \phi_{xz} = \phi, \quad (23)$$

$$\theta_{yz} = 3\pi/2 - \theta_{xz}, \phi_{yz} = \phi_{xz} + \pi \quad (24)$$

$$\theta_{xz} = \pi/2, \phi_{xz} = \phi_{xz} + \pi/2 \quad (25)$$

$\theta_x$ 与 $\phi_x$ 表示阵元在全局坐标中的俯仰角和方位角,则式(12)、(13)、(14)此时为:

$$x' = \cos\phi_x \sin\theta_x x + \sin\phi_x \sin\theta_x y + \cos\theta_x z \quad (26)$$

$$y' = \cos\theta_x \cos\phi_x x + \cos\phi_x \sin\theta_x y - \sin\theta_x z \quad (27)$$

$$z' = -\sin\phi_x x + \cos\phi_x y \quad (28)$$

全局坐标系( $x, y, z$ )中式(15)、(16)、(17)此时为:

$$u = \sin\theta_x \cos\phi_x x + \sin\theta_x \sin\phi_x y + \cos\theta_x z \quad (29)$$

$$u_y = \cos\theta_x \cos\phi_x x + \cos\theta_x \sin\phi_x y - \sin\theta_x z \quad (30)$$

$$u_z = -\sin\phi_x x + \cos\phi_x y \quad (31)$$

由( $u \cdot x'$ )、( $u \cdot y'$ )、( $u \cdot z'$ )以及式(3)有锥面共形

天线阵列中的式(18)、(19)为:

$$\cos\theta' = \sin[\sin(\phi - \phi_x)] \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\phi' = & (\sin\theta_x \cos\phi_x \cos\theta_x, \cos\phi_x, \\ & \sin\theta_x \sin\phi_x \cos\theta_x, \sin\phi_x, -\cos\theta_x \sin\phi_x, \\ & \sin\theta_x \cos\phi_x \sin\theta_x, \sin\phi_x, +\cos\theta_x \cos\phi_x) \end{aligned} \quad (33)$$

由式(4)、(5)、(26)、(27)、(28)得式(20)、(21)为:

$$u_x = \cos\phi_x \cos(\phi' + \theta_x) x + \sin\phi_x \cos(\phi' + \theta_x) y - \sin(\phi' + \theta_x) z \quad (34)$$

$$\begin{aligned} u_y = & [\cos\phi_x \cos\phi_x \sin(\theta_x + \phi') + \sin\phi_x \sin\phi_x] x + \\ & [\cos\phi_x \sin\phi_x \sin(\theta_x + \phi') - \sin\phi_x \cos\phi_x] y + \\ & \cos\phi_x \cos(\theta_x + \phi') z \end{aligned} \quad (35)$$

结合式(32)、(33)得:

$$\theta' = \arccos[\sin\theta_x(\phi - \phi_x)] \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \phi' = \arctg & [(\sin\theta_x \cos\phi_x \cos\theta_x, \cos\phi_x, \\ & \sin\theta_x \sin\phi_x \cos\theta_x, \sin\phi_x, -\cos\theta_x \sin\phi_x, \\ & \sin\theta_x \cos\phi_x \sin\theta_x, \sin\phi_x, +\cos\theta_x \cos\phi_x)] \end{aligned} \quad (37)$$

在求解 $\phi'$ 时,可通过讨论分子分母的正负关系来决定 $\phi'$ 所在区间。

将式(34)、(35)、(36)、(37)代入式(22)可得在全局坐标系中的各天线单元的方向图,将式(22)代入式(1),从而求得锥面共形天线阵列的导向矢量 $v$ 。

### 4 结束语

在获得流形矩阵的基础上可以将经典的高分辨DOA估计方法移植到共形天线阵列中,这就有力的促进了共形天线阵列DOA估计方法的研究和应用。本文通过对锥面共形天线阵列流形的建模给出了共形天线阵列流形建模的一般方法和步骤,对于共形天线高分辨DOA估计方法研究具有重要的意义。

### 参考文献

- [1] T. MORTON, DR FRISHNA. M. PASALA. Pattern Synthesis of Conformal Arrays for Airborne Vehicles 1030-1039, IEEE Aerospace Conference Proceedings [C]. 2004 1030-1039.
- [2] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [3] C. Y. TSENG L. J. GRIFFITHS. A simple algorithm to achieve desired patterns for arbitrary arrays IEEE Trans. on Signal Processing, [J] 1992, 40 (11): 2737-2746.
- [4] P. N. FLETCHER M. DEAN, Least squares pattern synthesis for conformal arrays. [J] Electronics Letters, 1998, 34(25): 2336-2365.

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>