

# 基于 MRTD 的微带天线的辐射分析

李炎红<sup>1</sup> 杨 峰<sup>1</sup> 聂在平<sup>1</sup> 李 虹<sup>2</sup> 唐先发<sup>2</sup>

(电子科技大学电子工程学院, 成都 610054)<sup>1</sup> (中国工程物理研究院电子工程研究所, 绵阳 621900)<sup>2</sup>

**摘要:** 本文应用基于 Cohen-Daubechies-Feauveau(CDF)双正交尺度函数的时域多分辨率(MRTD)算法分析微带天线辐射, 推导了 MRTD 更新公式及各向异性理想匹配层(APML)吸收边界公式, 并对天线的重要参数如: S 参数, 输入阻抗, 辐射方向图等特性进行计算。所得结果与传统的 FDTD 的结果相比一致, MRTD 在不牺牲精度情况下, 节省大量计算资源。

**关键词:** 时域多分辨率(MRTD), 天线辐射, CDF 小波基

## Analysis of Microstrip Antenna Radiation Using MRTD Method

Li Yanhong<sup>1</sup> Yang Feng<sup>1</sup> Nie Zaiping<sup>1</sup> Li Biao<sup>2</sup> Tang Xianfa<sup>2</sup>

(School of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054)<sup>1</sup>

(Institute of Electronic Engineering, CAP, Mianyang Sichuan 621900)<sup>2</sup>

**Abstract:** In this paper, the multiresolution time domain (MRTD) scheme based on Cohen-Daubechies-Feauveau (CDF) biorthogonal scaling functions is applied to analyze microstrip antenna radiation. The strict calculation formula and the absorbing boundary condition-anisotropic matched layer (APML) formula are derived. The important parameters of the antenna are calculated, such as the S-parameter, input impedance, radiation patterns and so on. The results and those obtained by use of the conventional FDTD technique are almost the same. The important memory savings are yielded by the MRTD without sacrificing solution accuracy.

**Keywords:** MRTD; antenna radiation; CDF wavelet base

## 1 引言

近年来, 时域多分辨率方法(MRTD)方法已被用于微波谐振腔、微波电路、电磁辐射与散射等问题, 展现了强大的数值解的近似能力<sup>[1,2,3,4]</sup>。与传统的 FDTD 相比, MRTD 具有较好的色散特性。MRTD 空间抽样每波长采两个点可达到 FDTD 每波长采 10 个点的精度, 大大减少网格, 节省内存, 提高计算效率。最早的 MRTD 算法是基于 Battle-Lemarie<sup>[2]</sup>小波基提出的。这种小波基具有光滑性, 色散特性较好, 但它有非紧支撑特性, 迭代时会涉及到周围许多项从而使 MRTD 填充复杂化。Haar<sup>[5]</sup>小波基函数由矩形脉冲构成, 其缺少光滑性, 会带来数值色散。CDF<sup>[6]</sup>小波基具有光滑, 紧支撑的特点, 减小数值色散, 使 MRTD 填充较为简单。

本文采用基于 CDF 双尺度函数的 MRTD 方法, 推导其三维公式及各向异性理想匹配层(APML)公式。计算天线的重要参数如: S 参数, 输入阻抗, 辐射方向图等并分析, 所得结果与 FDTD 的结果比较, 突出了 MRTD 节省内存, 提高计算效率的优点。

## 2 基于 CDF 双尺度函数的 MRTD 算法

### 2.1 计算区域的 MRTD 迭代公式

以理想无耗介质的 Maxwell 方程的一个直角坐标分量为例:

---

项目基金: 自然科学基金(No.10876007); 部属基金(No. 9140A01020109DZ0202)

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{E_y}{\partial t} \quad (1)$$

将场量在空间上用尺度函数  $\phi(x)$  展开，时间上用脉冲函数  $h(t)$  展开，如下：

$$\begin{aligned} E_y(r, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k E_{l, m+\frac{1}{2}, n}^{\phi y} \phi_0(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_n(z) h_k(t) \\ H_x(r, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k \frac{1}{2} H_{l, m+\frac{1}{2}, n+\frac{1}{2}}^{\phi x} \phi_0(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_{n+\frac{1}{2}}(z) h_{k+\frac{1}{2}}(t) \\ H_z(r, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} k \frac{1}{2} H_{l+\frac{1}{2}, m+\frac{1}{2}, n}^{\phi z} \phi_0(x) \phi_{m+\frac{1}{2}}(y) \phi_n(z) h_{k+\frac{1}{2}}(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $l, m, n$  和  $k$  分别为空间和时间的坐标，并  $x = l\Delta x, y = m\Delta y, z = n\Delta z, t = k\Delta t, \Delta x, \Delta y, \Delta z$  和  $\Delta t$  分别为空间和时间的离散间隔。 $h(t)$  和  $\phi(x)$  分别为时间脉冲函数和 CDF 双尺度函数。

将 (2) 式代入 (1) 式，同时用尺度函数  $\phi_l(x)\phi_{m+\frac{1}{2}}(y)\phi_n(z)h_{k+\frac{1}{2}}(t)$  检测，并利用内积关系 [6]，可以得到更新方程：

$$k+1 E_{l, m+\frac{1}{2}, n}^y = k E_{l, m+\frac{1}{2}, n}^y + \frac{\Delta t}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{\Delta z} \sum_{i=1}^{n_y} a(i) \left( \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l, m+\frac{1}{2}, n+i-1}^x - \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l, m+\frac{1}{2}, n-i}^x \right) \right] - \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=1}^{n_y} a(i) \left( \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l+i, m+\frac{1}{2}, n}^x - \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l-i, m+\frac{1}{2}, n}^x \right) \quad (3)$$

为了满足数值稳定条件<sup>[4]</sup>，时间步长  $\Delta t$  必须满足以下关系：

$$c\Delta t \leq \left( \sum_{i=1}^{n_y} |a(i)| \sqrt{(1/\Delta x)^2 + (1/\Delta y)^2 + (1/\Delta z)^2} \right)^{-1} \quad (4)$$

其中， $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$  为介质中的光速。

## 2.2 APML 吸收边界条件

为了用有限的空间模拟无限的电磁场分布，计算区域必须进行截断。通过在计算区域设置 PML 层来实现。根据 APML 理论，Maxwell 方程的一个直角坐标方程可以写为：

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = j\omega\varepsilon_0 (\varepsilon_x s_y s_z s_x^{-1}) E_x \quad (5)$$

定义矢量位  $D$

$$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_x s_z s_x^{-1} E_x \quad (6)$$

其中  $s_x, s_y$  和  $s_z$  为： $s_i = 1 + \sigma_i / j\omega\varepsilon_0$  ( $i=x, y, z$ )  
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  为沿 APML 媒质的  $x, y, z$  方向的电导率。把(5)和(6)式由频域变换到时域，整理可得 APML 的更新方程：

$$k+1 D_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x = \left( \frac{1 - \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0}{1 + \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0} \right)^k D_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x + \left( \frac{1}{1 + \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0} \right) \times \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &\left[ \frac{\Delta t}{\Delta y} \sum_{i=1}^{n_y} a(i) \left( \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}, m+i-1, n}^z - \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}, m-i, n}^z \right) \right] \\ &\left[ -\frac{\Delta t}{\Delta z} \sum_{i=1}^{n_y} a(i) \left( \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}, m, n+i-1}^y - \frac{1}{k+\frac{1}{2}} H_{l+\frac{1}{2}, m, n-i}^y \right) \right] \\ k+1 E_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x &= \left( \frac{1 - \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0}{1 + \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0} \right)^k E_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x + \left( \frac{1}{1 + \sigma_z \Delta t / 2\varepsilon_0} \right) \times \quad (8) \\ &\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_x} \left[ \left( 1 + \frac{\sigma_x \Delta t}{2\varepsilon_0} \right) k+1 D_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x - \left( 1 - \frac{\sigma_x \Delta t}{2\varepsilon_0} \right) k D_{l+\frac{1}{2}, m, n}^x \right] \end{aligned}$$

其他分量可类似方法得到。

## 3 数值结果与分析

本文采用 CDF(2,2)尺度函数的 MRTD 分析微带贴片天线。图 1 所示为贴片天线结构与尺寸，天线的谐振频率在 7.5GHz。

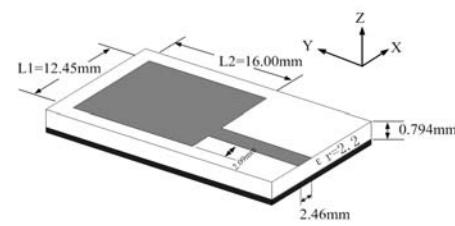


图 1 矩形微带贴片天线结构

表 1 列出了 MRTD 与 FDTD 各项参数，表中数据不包含 APML 层。沿着  $\pm x, \pm y, \pm z$  方向 APML 均为 6 层。表中 MRTD 的网格数是 FDTD 网格的 1/8，节省了内存提高了计算效率。

表 1 MRTD 与 FDTD 的离散网格

	MRTD	FDTD <sup>[7]</sup>
空间步长 mm $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$	$0.83 \times 1.0 \times 0.397$	$0.389 \times 0.4 \times 0.265$
时间步长 ps	0.4119	0.441
计算区域网格 $x \times y \times z$	$30 \times 50 \times 8$	$60 \times 100 \times 16$

微带馈线长 20mm，采用  $f_{\max}=35\text{GHz}$ <sup>[8]</sup> 的高斯脉冲激励，激励源放置在  $y$  方向距离 APML 层边缘 6mm 处。激励方式如图 2 所示，只有在微带线导体与地板之间的源平面内有垂直激励电场。

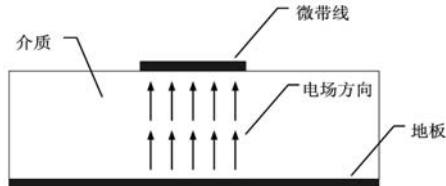


图 2 激励平面图

在距离贴片不连续处 6mm 的微带线上选取参考面记录输入电场和总电场(单位: v/m), 通过模拟天线所记录的电场波形是总电场波形(包括输入电场与反射电场), 输入电场波形是通过把天线的微带馈线无限延长到 APML 层两个端面模拟而得<sup>[7]</sup>, 计算结果如图 3 和图 4 所示。总电场减去输入电场得到反射电场。S 参数可通过式(9)求得, 即把输入电场和反射电场通过傅立叶变换, 两者之比可得到 S 参数与频率的关系, 计算结果如图 5 所示。

$$S(\omega) = \frac{FFT(E_{zol}(t) - E_z(t))}{FFT(E_z(t))} \quad (9)$$

在参考面处天线的输入阻抗  $Z_{in}$  通过公式(10)可求得。

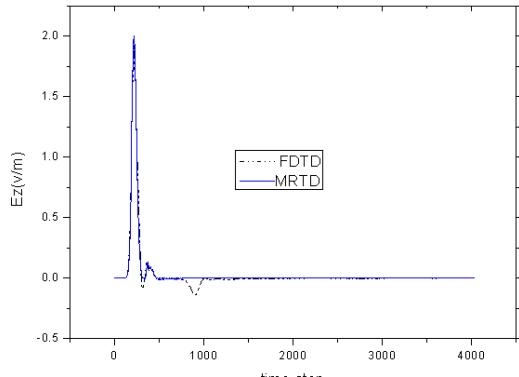


图 3 输入电场

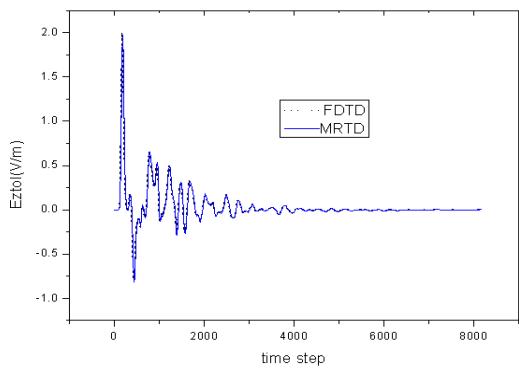


图 4 总电场

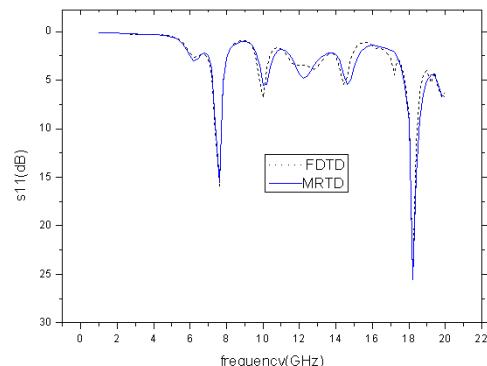


图 5 S 参数

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + S_{11} e^{j2kL}}{1 - S_{11} e^{j2kL}} \quad (10)$$

其中 K 是微带天线的波数, L 是微带天线不连续处到参考面的距离,  $Z_0$  是微带线的特性阻抗(在此处  $Z_0=50\Omega$ ), 输入阻抗如图 6 所示。

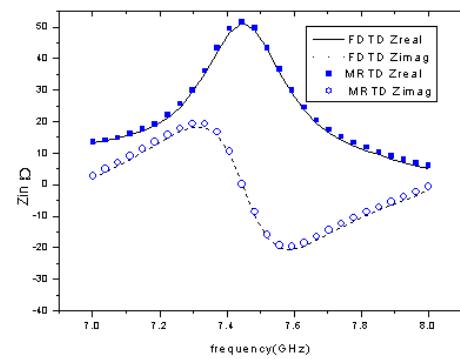


图 6 输入阻抗  $Z_{in}$

在 MRTD 计算区域设置惠更斯面, 求面上的等效电流和等效磁流, 通过远场外推公式可得到远区辐射场。天线的增益代表天线能量转换和能量集束程度, 通过公式(11)可求得, 其中  $P_i$  为输入功率, 计算结果如图 7 和图 8 所示。

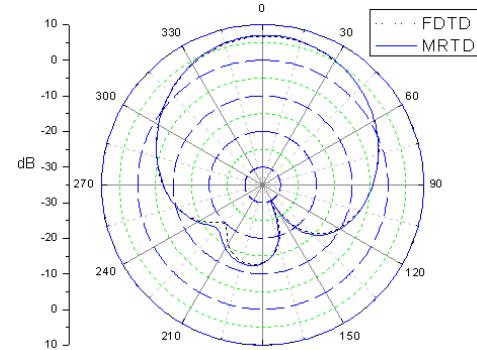


图 7 E 面

$$G = \frac{r^2 \left( \frac{1}{2\eta} |E_{\max}|^2 \right)}{P_i / 4\pi} \quad (11)$$

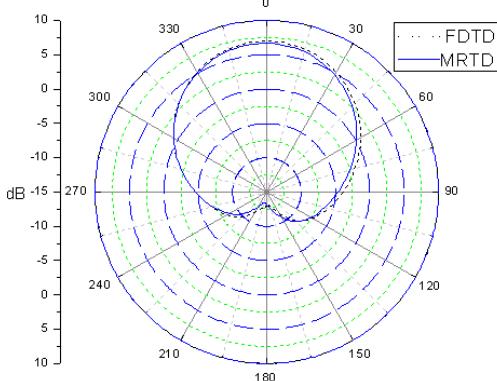


图 8 H 面

由上面的结果看, MRTD 结果与 FDTD 计算结果的精度一致, 节省了 4.33 倍内存, 提高计算效率。

## 4 结论

本文应用基于 CDF 双正交尺度函数的 MRTD 分析天线的辐射问题, 计算了天线的重要参数, 所得结果与 FDTD 结果比较, 表明 MRTD 在增大离散间隔情况下, 不牺牲精度, 节省计算内存, 提高了计算效率。

## 参 考 文 献

- [1] M.Krumpholz, P.B.Katehi, “New Prospects for Time Domain Analysis”, IEEE. MGWL. vol.5, pp:382-384, Nov. 1995.
- [2] M.Krumpholz, L.P.B.Katehi, “MRTD: New time-domain schemes based on multiresolution analysis”, IEEE. Trans. MTT. vol.44, pp:555-571, Apr.1996.
- [3] M.Fujii, W.J.R.Hoefer, “Time-domain wavelet galerkin modeling of two-dimensional electrically large dielectric waveguides”, IEEE. Trans. MTT. vol.47, pp:886-892, May 2001.
- [4] E.M. Tentzeris, R.L.Robertson, J.Harvey and L.Katehi, “Stability and dispersion analysis of Battle-Lemarie based MRTD schemes”, IEEE. Trans. MTT. vol.47, pp:1004-1013,July1999.
- [5] X.Zhu and L.Carin, “Multiresolution time-domain anslysis of plane-wave scattering from general 3-D surface dielectric targets”, IEEE. Trans. Antenna Propagat, vol.49, pp:1568-1578, Nov. 2001.
- [6] X.Zhu, T.Dogaru and L.Carin, “Three Dimensional Biorthogonal Multiresolution Time-Domain Method and Its Application to Electromagnetic Scattering Problems”, IEEE. Trans. MTT. Vol.51, pp:1085-1092, May 2003.
- [7] D.Sheen, S.Ali, M.Abouzahra and J.Kong, “ Application of the Three Dimensional Finite-Difference Time-Domian Method to the analysis of planar microstrip circuits”, IEEE. Trans. MTT. vol.38, pp:849-857 , July 1990.
- [8] X.Zhang and K.K.Meи, “Time-Domain Finite Difference Approach to the Calculation of the Frequency-Dependent Characteristics of Microstrip Discontinuities”, IEEE. Trans. MTT. vol.36, pp:1775-1787. Dec. 1988.

作者简介:

李炎红, 女, 硕士, 主要研究领域为计算电磁学, 时域天线;

杨峰, 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为超宽带通信、天线技术和电磁散射与逆散射;

聂在平, 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为计算电磁学, 电磁散射与逆散射, 非均匀介质中的场与波, 新一代移动通信中的多天线技术等。

李彪, 男, 研究员, 主要研究领域为天线技术等;

唐先发, 男, 高级工程师, 主要研究领域为天线技术等。

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…

---



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

---

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>

---



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com))，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>