

阵列天线的切比雪夫方向图综合

段鹏辉，郑会利

(西安电子科技大学 天线与微波国家重点实验室，陕西 西安 710071)

摘要 阵列天线是指由多个离散的辐射元，按一定规律排列组成的天线系统。其具有高增益，强方向性，主瓣可控等特性。文中研究了利用切比雪夫法对阵列天线输入不同参数：馈源单元数 N ，馈源间距 d ，副瓣电平 SLL，得出参数改变对阵列天线方向图的综合影响，通过工程示例论证出切比雪夫法用于方向图综合的优缺点。为切比雪夫法用于天线方向图综合比较提供了一种有效的参考方法。

关键词 阵列天线；切比雪夫多项式；切比雪夫分布；方向图综合；半波对称阵子

中图分类号 TN821⁺.91 **文献标识码** A **文章编号** 1007-7820(2009)01-001-05

Integration of the Directivity Pattern by Chebyshev for the Array Antenna

Duan Penghui, Zheng Huili

(National Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract The array antenna is a system consisting of some discrete radiation members arrayed by a certain rule. It has the characteristics of high gain, strong directivity, and controllable main lobe. This paper studies and utilizes the principle of Chebyshev by inputting different parameters to the array antenna, including the number of feed source units, the space between feed sources and the level of the minor lobe and discovers the effect of the change in parameter on the directivity pattern. It also shows the advantages and disadvantages of applying the Chebyshev law to directional diagram synthesis through project demonstration. An effective reference method is proposed for antenna pattern synthesis comparison by the Chebyshev law.

Keywords array antenna; multinomial of Chebyshev; distribution of Chebyshev; integration of directivity pattern; half-wave symmetrical time period

阵列天线是指由多个离散的辐射元按一定规律排列组成的天线系统^[1]，由于其利用了波的干涉原理，因此它能使空间某一方向上的辐射加强。而在其他方向上减弱或完全抵消，这样就可以满足一些特殊的要求。一般地说辐射元数目、元间距的分布、激励幅度和激励相位是线阵中的 4 个可变参数。根据所需的波瓣图或给定的性能指标，

然后用某种方法确定这 4 个参数，使这些参数所构成的线阵尽量接近事先提出的性能指标或波瓣图，这称为天线方向图综合。

1 切比雪夫方向图综合得原理

切比雪夫多项式在天线设计与综合问题中经常遇到，它是微分方程^[2]的解，切比雪夫多项式可用如下的形式表示

$$(1-x^2)\frac{d^2T_m(x)}{dx^2} - x\frac{dT_m(x)}{dx} + m^2T_m(x) = 0 \quad (1)$$

当 $|x| \leq 1$ 时， $T_m(x) = \cos(m\cos^{-1}x)$ ， $x \geq 1$ 时， $T_m(x) = \text{ch}(m\text{ch}^{-1}x)$

其中 $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

若把不同阶的切比雪夫多项式中 x 项的系数，

收稿日期：2008-05-04

作者简介：段鹏辉(1983-)，男，硕士研究生。研究方向：阵列天线技术，3G 智能天线，超宽带天线，射频电路设计。郑会利(1962-)，男，教授，硕士生导师。研究方向：雷达天线设计技术，微带天线设计技术，智能通信天线设计，天馈线设计及微波射频电路设计技术。

用 A_m^k 来表示, 那可将 m 为奇数和偶数两种情况切比雪夫多项式写成如下形式:

当 m 为偶数时, 令 $m = 2N$, (N 为任意正整数) 则可归纳写为 $T_m(x) = T_{2N}(x) \sum_{q=0}^N A_N^q x^{2q}$ 式中系数

$$A_N^q = (-1)^{N-q} \sum_{p=N-q}^N \frac{p!}{(p-n+q)!(N-q)!} \cdot \frac{(2N)!}{(2p)!(2N-2p)!} q = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

(2) 当 m 为奇数时, 令 $m = 2N-1$, 即 $N = \frac{m+1}{2}$, (N 为任意正整数) $T_m(x) = T_{2N-1}(x) = \sum_{q=1}^N A_{q-1}^{N-1} x^{2q-1}$ 式中系数

$$A_{q-1}^{N-1} = (-1)^{N-q} \sum_{p=N-q}^N \frac{p!}{(p-N+q)!} \cdot \frac{(2N-1)!}{(2p)!(2N-2p-1)!} \quad (3)$$

若一线阵的波瓣图与某阶的切比雪夫多项式曲线相一致, 则该天线阵具有最佳的方向性。因为根据这种多项式模拟的旁瓣的幅度都均相等, 所以只要靠近主瓣的旁瓣电平不超过给定值, 若阵列天线单元上激励电流的幅度分布, 使获得的阵

函数符合于切比雪夫多项式, 则其上的电流分布为切比雪夫分布^[3]。

2 工程实例切比雪夫方向图综合

自由空间 N 元半波对称振子均匀直线阵, 激励系数为 $I_n = A_n e^{j\phi_n}$, $2l = \frac{\lambda}{2}$, $2\alpha = 0.001$ 。Chebyshev综合, $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, SLL = -30 dB ~ -50 dB, $d = 0.5 \lambda \sim 0.7 \lambda$ 。

具体的求解过程如下。

(1) 选择 Chebyshev 综合方法综合出 I_n 。

1) 原理: 如下图建立天线坐标系, 参数, 如图 1 中所示。

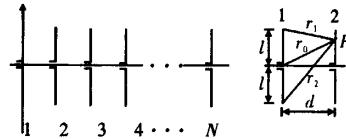


图 1 天线参数图

由 Delph - Chebyshev 综合方法的综合步骤, 带入输入参数以馈源单元数 N , 馈源间距 d , 幅瓣电平 SLL, 最大辐射方向 θ_0 为输入参数, 可以得出激励系数

$$I_n = \begin{cases} \sum_{p=n}^N (-1)^{N-p} \frac{2N-1}{2(N+p-1)} \binom{N+p-1}{2p-1} \binom{2p-1}{p-n} u_0^{2p-1}, & L \text{ 为偶数时} \\ \sum_{p=n}^N (-1)^{N-p} \frac{N}{N+p} \binom{N+p}{2p} \binom{2p}{p-n} u_0^{2p}, & L \text{ 为奇数时} \end{cases} \quad (4)$$

2) 激励系数运行结果, 如图 2 所示。

```
输入阵元数: N:10
输入副瓣电平 SLL0(0): -30
In =
1.000 0 1.596 0 2.445 1 3.178 4 3.604 2 3.604 2 3.178 4
2.445 1 1.596 0 1.000 0
>
输入阵元数: N:10
输入副瓣电平 SLL0(0): -40
In =
1.000 0 2.438 1 4.419 4 6.336 7 7.522 7 6.336 7 4.419 4
2.438 1 1.000 0
>
输入阵元数: N:10
输入副瓣电平 SLL0(0): -50
In =
1.000 0 3.321 3 6.998 2 10.957 2 13.555 9 13.555 9 6.998 2
3.321 3 1.000 0
>
```

图 2 激励系数运行结果

(2) 求 $[Z]$ 的第一行。

1) 先求对于两个半波振子天线间的互抗 $Z_{12} = R_{12} + jX_{12}$ 随间距 d 的变化曲线。图 3 为半波振子天线图, 平行对称振子的互阻抗在此直接给出。

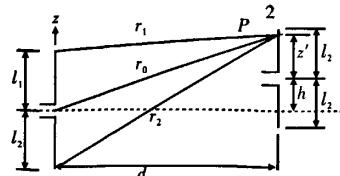


图 3 半波振子天线图

两对称振子之间互阻抗的表达式

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{j30}{\sin(kl_1)\sin(kl_2)} \int_{-l_2}^{l_2} \left[\frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} - 2\cos(kl_1) \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} \right] \sin[k(l_2 - |z'|)] dz' \quad (5)$$

式(5)是以振子1的中点为原点建立局部坐标系得到的互阻抗积分结果。

其中: $\sqrt{r_0^2 + (z' + h)^2 + a^2}$, $r_1 = \sqrt{d^2 + (z' + h - l_1)^2}$, $r_2 = \sqrt{d^2 + (z' + h + l_1)^2}$ (6)

式中 a 为振子的半径。

2) 互阻抗积分结果运行结果: 取 $d \in (0, 1)$ 。

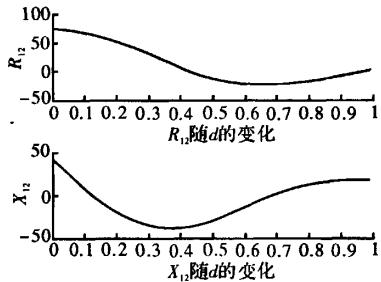


图 4 互阻抗积分结果

(3) 求电压 [V] 和 Z_{in}^n 。

1) 先求 Z_{in}^n 。

取 $2l = 0.5\lambda$, $2\alpha = 0.001\lambda$, $h = 0$, $d = \frac{\lambda}{2}$

时, 求出在 $N = 10$ 时, 各个振元输入阻抗结果, 如图 5 所示。

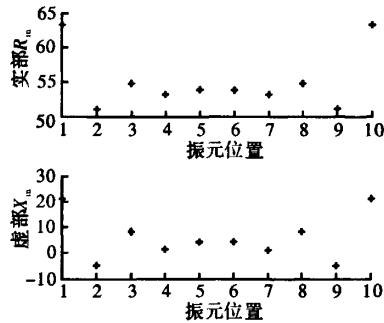


图 5 各个振元输入阻抗结果图

2) 求电压 [V]。

由上面结论可以综合出在给定条件下的电流 I_n 和阻抗矩阵 $[Z]$, 这样由 $[V] = [Z][I]$ 可以求出 $[V]$ 来。

取 $N = 6$, $2l = 0.5\lambda$, $2\alpha = 0.001\lambda$, $h = 0$, $d = \frac{\lambda}{2}$, SLL = -30 dB。求出的电流, 如表 1 所示。

表 1 求出电流

	1	2	3	4	5	6
1	1	2.1782	3.1271	3.1271	2.1782	1

求出的 $[Z]$ 复数矩阵如表 2 所示。

表 2 求出 $[Z]$ 复数矩阵

1	2	3	4	5	6
1 73.129 + 42.356i	-12.532 - 29.929i	4.0116 + 17.742i	-1.8873 - 12.304i	1.0842 + 9.3645i	-0.70086 - 7.5437i
2 -12.532 - 29.929i	73.129 + 42.356i	-12.532 - 29.929i	4.0116 + 17.742i	-1.8873 - 12.304i	1.0842 + 9.3645i
3 4.0116 + 17.742i	-12.532 - 29.929i	73.129 + 42.356i	-12.532 - 29.929i	4.0116 + 17.742i	-1.8873 - 12.304i
4 -1.8873 - 12.304i	4.0116 + 17.742i	-12.532 - 29.929i	73.129 + 42.356i	-12.532 - 29.929i	4.0116 + 17.742i
5 1.0842 + 9.3645i	-1.8873 - 12.304i	4.0116 + 17.742i	-12.532 - 29.929i	73.129 + 42.365i	-12.532 - 29.929i
6 -0.70086 - 7.5437i	1.0842 + 9.3645i	-1.8873 - 12.304i	4.0116 + 17.742i	-12.532 - 29.929i	73.129 + 42.356i

故而经过下面的矩阵运算: (在前面已经求出 Z 和 In 的前提下) $U = Z * In.^T$; for $i = 1:6$ $U_R(i) = \text{real}(U(i))$; $U_X(i) = \text{imag}(U(i))$; End 可以得到电压复值结果, 如表 3 所示。

表 3 电压复值结果

	1
1	54.135 + 7.0239i
2	117.09 + 6.7848i
3	173.06 + 17.753i
4	173.06 + 17.753i
5	117.09 + 6.7848i
6	54.135 + 7.0239i

求出的电压实部、虚部曲线, 如图 6 所示。

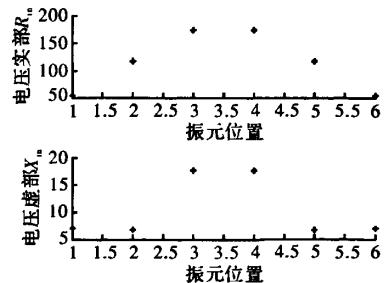


图 6 电压实部、虚部曲线

(4) 求 H 面方向图。

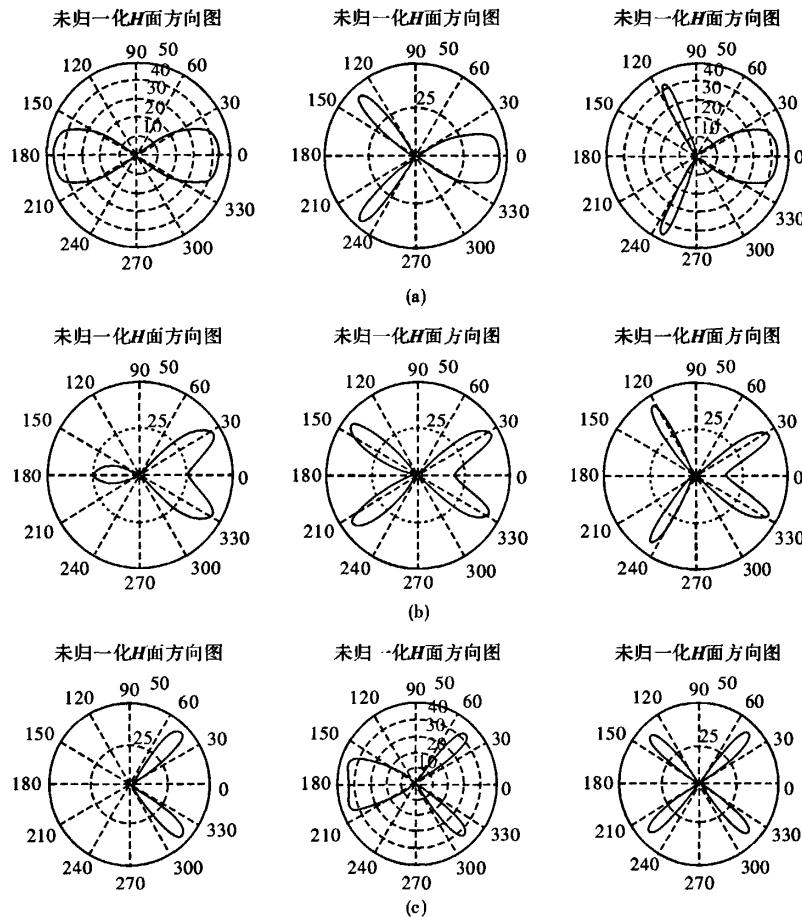
运行结果:

1) 当 $N = 10$, $d = 0.5 \lambda$, 0.6λ , 0.7λ , $SLL_0 = -30 \text{ dB}$, $\theta_0 = 0$ 时, 综合的 H 方向图, 如

图 7(a) 所示;

2) 当 $N = 10$, $d = 0.5 \lambda$, 0.6λ , 0.7λ , $SLL_0 = -30 \text{ dB}$, $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$ 时, 综合的 H 方向图, 如

图 7(b) 所示。

当 $N = 10$, $d = 0.5 \lambda$, 0.6λ , 0.7λ , $SLL_0 = -30 \text{ dB}$, $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ 时, 综合的 H 方向图, 如图 7(c) 所示。图 7 综合的 H 方向图

3 结束语

经过输入不同的参数 N 、 d 、 SLL 值, 对比综合出的方向图:

(1) 当 d 增大时, 副瓣会增多, 副瓣变的尖锐;

(2) 当 N 值增大时, 辐的方向性加强, 方向图越尖锐;

(3) 当 SLL 的取值越小时, 方向性明显很强, 与其物理含义一致。

通过以上可得出: 切比雪夫的优点是能得到最佳方向图, 但计算繁杂, 特别是当辐射元数目较多时, 更为突出, 这种分布的缺点是:

(1) 在某些情况下, 为在相同旁瓣电平的条件下, 若要求有较窄的主瓣宽度, 就要增多辐射元的数目, 或者在辐射元数目相同的条件下, 若要求有较低的旁瓣电平, 则线阵两边缘辐射元 N 上的电流幅度, 要比其相邻的第 $N-1$ 个元上的电流

(下转第 12 页)

2.3 数值的选取

值得注意的是，在设计电路时，首先要根据式(3)确定带通滤波器的中心频率，因为二阶带通滤波器中的元器件比较多，相互干扰也比较繁琐。首先确定中心频率对以后的数值计算会有很大的简化。为了方便，也可以取 $R_1 = R_3 = R$, $C_1 = C_2 = C$, $R_a = R_b = R'$ ，如果想设计一个带放大的带通滤波器，可以根据式(2)或者根据有源带通滤波器的

同相放大倍数 $A_u = 1 + \frac{R_b}{R_a}$ ，在确定了其它数值后适当改变 R_a 和 R_b 的值得到你想要的放大倍数。这里建议不要随意大幅度改变 R_a 和 R_b 的值，因为根据式(4)可以看出在确定了其他数值后改变 R_a 和 R_b 会影响 Q 值，而 Q 值的大小直接影响到电路的工作状态是否稳定。此外， Q 值对元器件数值的大小比较敏感，所以在选择元器件时尽量选取精度较高的器件。

3 结束语

虽然由集成运放和 R 、 C 组成的有源滤波电路，具有不用电感、体积小、重量轻，集成运放的开环电压增益和输入阻抗均很高，输出阻抗又低，构成有源滤波电路后还具有一定的电压放大和缓冲作用等优点。但是因其品质因素 Q 值无法

做得很小，也就导致其通频带宽度无法做的很窄，造成了该滤波器对频率的选择性不是很好，对干扰信号的抑制能力也不是很强，所以在选择设计滤波器方案的同时，要注意结合实际情况，在满足实际要求的状态下合理选用滤波器的设计方案。

参考文献

- [1] 王成华, 王友仁. 现代电子技术基础(模拟部分) [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
- [2] 康华光, 陈大钦. 电子技术基础(模拟部分) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [3] 谢嘉奎, 宣月清, 冯军. 电子线路非线性部分 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [4] 杨素行. 模拟电子技术基础简明教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [5] 董在望, 肖华庭. 通信电路原理 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [6] 闻翔, 陈国杰, 王志刚. 信号分析系统中的极窄带滤波器的设计与实现 [J]. 微计算机信息, 2005, 21 (18): 104 - 105.
- [7] 陈传军. 微宽带匹配 3 GHz 低通滤波器的设计 [J]. 现代电子技术, 2005(15): 39 - 41.
- [8] 郭农裴, 袁放成. 四阶 RC 有源带通滤波器的设计 [J]. 泉州师范学院学报: 自然科学版, 2007(25): 35 - 37.

(上接第 4 页)

幅度突然加大若干倍，这就破坏了元上的电流幅向边缘方向递减的规律；

(2) 切比雪夫分布所有的旁瓣电平都相等，这多相对电平较高，且相等的旁瓣，将分散一部分功率，降低了天线的增益^[7-10]。

参考文献

- [1] 魏文元, 宫德明, 陈必森. 天线原理 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1985.
- [2] 汪茂光, 吕善伟, 刘瑞祥, 等. 阵列天线分析与综合 [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1989.
- [3] 杨维. 移动通信中的阵列天线技术 [M]. 北京: 北京交通大学出版社, 2005.
- [4] 马卡洛夫. 通信天线建模与 Matlab 仿真分析 [M]. 许献国, 译. 北京: 北京邮电大学出版社, 2006.

- [5] Robert J Mailloux. Phased Array Antenna Handbook [M]. USA: Artech House Publishers, 2005.
- [6] 飞思科技产品研发中心. Matlab7 辅助信号处理技术及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [7] Lars Josefsson. Patrik Persson Conformal Array Antenna Theory and Design [M]. USA: John Wiley, 2006.
- [8] Safaai Jazi A. Directivity of Chebyshev Arrays With Arbitrary Element Spacing [J]. IEEE, Antenna Array/Antenna Radiation Patterns, 1995, 31(10): 772 - 774.
- [9] Robert C Hansen, Deng P. Nonuniformly Spaced Super-directive Antenna Arrays Patel [J]. IEEE, Antenna Array, 2002, 38(12): 131 - 135.
- [10] Warnick, Jensen. Antennas and Propagation for Wireless Communications [J]. IEEE Transaction on Antennas and Propagation, 2001, 49(13): 32 - 39.

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>