

采用非线性最小二乘法实现六边形天线阵的方向图综合

陈腾博 陈轶博 焦永昌

(西安电子科技大学天线与电磁散射研究所, 西安 710071)

摘要 为使阵列天线获得圆对称方向图, 通常采用环阵的排列方式。文章研究了六边形环阵列天线的特殊方向图综合方法。文中采用非线性最小二乘法对影响天线方向图的诸多参数, 如单元的幅度和相位、单元间距以及单元在阵中的位置等, 进行了优化设计, 以使阵列方向图在最小二乘意义上逼近预先给定的理想方向图。仿真结果表明该方法可行、有效。

主题词 阵列天线 六边形阵列 非线性最小二乘法

1 引言

阵列天线被广泛用于相控阵雷达、飞机和卫星导航等领域。为了获得圆对称的方向图, 通常使用环阵列天线的形式, 天线的辐射单元均匀分布, 激励等幅同相, 方向图副瓣较高, 影响了天线的实际应用。目前针对环阵的优化方法主要考虑在阵列单元均匀分布情况下, 对单元的激励进行优化综合。事实上, 在天线阵列中每个单元的幅度和相位、单元的间距和单元在阵中的位置都是影响方向图变化的参量。自然还应考虑单元本身的特性对阵列总特性的影响。文中对多环 N 元六边形环阵天线进行了优化综合分析, 影响方向图变化的各个参量都被作为优化变量, 以工程要求的辐射特性设计一个理想方向图曲线作为优化目标, 构造一个非线性最小二乘数学模型。在优化过程中需要加入约束条件, 以保证优化结果的工程应用可行性。用优化综合后得到的结果计算天线的远场方向图与理想方向图比较逼近, 副瓣很低, 提高了天线的实际应用效率。

2 六边形环阵的排列方式

六边形环阵天线的特点是阵列单元放置在围绕一个中心单元的若干个同心六边形环阵上。37元正六边形环阵单元分布和坐标关系如图1所示。一般情况下, 阵列单元总数为 N , 在周期阵列中, 阵元分布在二维平面上, 沿非正交斜坐标 η_1, η_2 排列成周期栅格。设 η_1 轴与 x 轴重合, 而 η_2 轴与 x 轴成 α 角。阵元的位置 $(\rho_{p,q})$ 由对应于实际位置的两个指数 (p, q) 确定。

$$\rho_{p,q} = pb\hat{\eta}_1 + qd\hat{\eta}_2 \quad (1)$$

式中, $\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2$ 是沿轴 η_1, η_2 的单位矢量, b 为 η_1 向单元间距, d 为 η_2 向单元间距。阵列的激励是线性相位渐变的, 于是, 第 (p, q) 阵元的相位^[2]是

$$\varphi_{p,q} = p\varphi_{\sigma 1} + q\varphi_{\sigma 2} \quad (2)$$

$\varphi_{\sigma 1}, \varphi_{\sigma 2}$ 表示在 η_1, η_2 方向上相邻阵元之间的增量相移。

$$\varphi_{\sigma 1} = \frac{2\pi}{\lambda} b \cos \varphi \sin \theta \quad (3)$$

$$\varphi_{\sigma 2} = \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(pi/3 - \varphi) \sin \theta \quad (4)$$

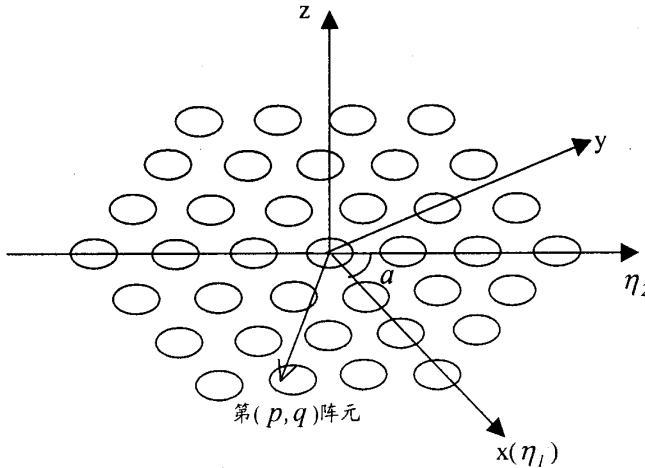


图1 正六边形栅格分布几何图

3 数学建模

文中阵列天线单元选用小口径光壁圆锥喇叭天线,这种天线具有圆对称的辐射波束。当阵列间距一定时由互耦引起的阵中方向图的差异较小。根据阵列天线原理^[1],天线的远区辐射场可以表示为阵因子与单元方向图的乘积,因此在本文研究中不考虑单元互耦的影响。喇叭口面半径为 c ,喇叭长度 R ,喇叭天线的辐射方向图对阵列辐射特性具有一定影响。本文的研究中对互耦的影响忽略不计。因为是正六边形阵列,所以 $b = d$ 。设 $f(\theta, \varphi)$ 是天线单元的主极化方向图,则天线阵在远区观察点 $\rho(r, \theta, \varphi)$ 的主极化方向图可表示为:

$$E(x, \theta, \varphi) = \sum_{p=-N_1}^{N_1} \sum_{q=-N_1}^{N_1} I_{p,q} e^{j\alpha_{p,q}} e^{j\varphi_{p,q}} f(\theta, \varphi) \quad (5)$$

其中

$$x = (I_{-N_1, -N_1} \sim I_{N_1, N_1}, \alpha_{-N_1, -N_1} \sim \alpha_{N_1, N_1}, b, c, R)^T \quad (6)$$

$I_{p,q} e^{j\alpha_{p,q}}$ 是第 (p, q) 个单元的复加权。在上式中 $N_1 = 3$ 是正六边形阵列同心环的个数。 $k = 2\pi/\lambda$, λ 是波长。显然,当 $N = 37$ 时,向量 x 为一个有 77 个分量的向量。

4 优化设计模型及求解方法

作为例子,我们研究如图 1 所示的 $N = 37$ 元正六边形天线。在天线设计中,把单元的激励幅度和相位、馈源喇叭半径和单元之间的间距作为设计变量。考虑工程的可实现性,因此需引入一定的上、下界约束条件:单元之间的间距大于两倍的馈源喇叭的半径。我们用 $A(\theta)$ 来表示预先给定的理想方向图,它不随 φ 角变化。为简单起见,把 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$ 离散化,取 $M_1 \times M_2$ 个均匀离散点 $\theta_i \in [-\pi/2, \pi/2]$ 和 $\varphi_j \in [0, 2\pi]$:

$$\theta_i = -\pi/2 + (i-1) \times \pi/(M_1-1), i=1, 2\Delta M_1$$

$$\varphi_j = (j-1) \times 2\pi/(M_2-1), j=1, 2\Delta M_2$$

因此,非线性最小二乘问题的目标函数为:

$$r(x) = \sum_i \sum_j \|E(x, \theta_i, \varphi_j) - A(\theta_i)\|_2^2 \quad (7)$$

考虑到设计中变量应满足的上、下界约束条件,非线性最小二乘设计的数学模型可表示为:

$$\begin{cases} \min r(x) \\ s.t. 0 < I_{p,q} < 1, 0 < \alpha_{p,q} < 2\pi \\ -3 \leq p \leq 3, -3 \leq q \leq 3 \\ b > 2\alpha \\ x = (I_{-N_1, -N_1} \sim I_{N_1, N_1}, \alpha_{-N_1, -N_1} \sim \alpha_{N_1, N_1}, b, c, R)^T \end{cases} \quad (8)$$

本文采用 Gauss-Newton 法求解非线性最小二乘问题(8)。

Gauss-Newton 法的搜索过程可用下式表示:

① 给定初始点 $X^{(0)}$, 精度 $\epsilon_0, k=0$ 。

② 对 $i=1, 2, L, M$ 求 $f_i(X^{(k)})$, 得向量 $f(X^{(k)}) = [f_1(X^{(k)}), f_2(X^{(k)}), \dots, f_M(X^{(k)})]^T$, 对 $i=1, 2, L, M; j=1, 2, L, N$ 求

$$J_{ij}(X^{(k)}) = \frac{\partial f_i(X^{(k)})}{\partial X_j}$$

得 Jacobi 矩阵 $J(X^{(k)}) = [J_{ij}(X^{(k)})]$, 这里 $M = M_1 \times M_2$ 。

③ 解线性方程组 $J(X^{(k)})^T J(X^{(k)}) s^{(k)} = -J(X^{(k)})^T f(X^{(k)})$ 求出搜索方向 $s^{(k)}$ 。在解方程组时, 如果发现矩阵 $J(X^{(k)})^T J(X^{(k)})$ 的秩不是 N , 则不计算方程组, 直接取 $s^{(k)}$ 为负梯度方向, 即 $s^{(k)} = -\frac{1}{2} \nabla f(X^{(k)}) = -J(X^{(k)})^T f(X^{(k)})$

④ 直线搜索 $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda_k s^{(k)}$, 其中 λ_k 满足 $f(X^{(k)} + \lambda_k s^{(k)}) = \min_{\lambda} f(X^{(k)} + \lambda s^{(k)})$ 。

⑤ 若 $\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\| < \epsilon_0$, 则得到解 X_{opt} , 停止计算; 否则转向⑥。

⑥ $k = k + 1$, 转向②。

式中 X_k 为本次迭代的解向量, s_k 为搜索方向, 这里 α 为搜索步长。一维搜索就是利用本次迭代的信息作为构造下次迭代的条件。 s_k 可以保证每一次迭代都使函数 $r(x)$ 减小。经过有限次迭代后, X_k 趋向最优解, 此时可求得非线性最小二乘问题的最优解, 运算的返回值即残差很小。关于这一问题的求解借助 MATLAB 计算软件。有关非线性最小二乘法的详细讨论和理论分析可参见文献[3]、[4]、[5]。一般全局优化方法收敛速度慢且效果并不理想。本文在优化过程中为了避免解的收敛性陷入局部极值, 采用满足约束条件的若干个不同初始向量 $X^{(0)}$ 进行多次搜索, 选择计算结果中的最优值, 从而克服了 Gauss-Newton 法收敛到局部极值的缺点。

5 数值仿真

在数值模拟中, 单元的阵中方向图即主极化方向图是相同的, 这里采用的天线单元是光壁圆锥喇叭天线。光壁喇叭的辐射方向图 $f(\theta, \varphi)$ 的计算方法见文献[1]。本文讨论正六边形阵的特殊方向图综合问题。理想方向图函数可取为: $A(\theta) = \cos^2 \theta$ 。优化结果由表 1 所示, 经过 50 次迭代, 最后返回的目标函数值 $f(x) = 4.53191$, 返回 x 处残差的平方范数值为 4.5319。喇叭半径 $c = 0.42\lambda$, 喇叭长度 $R = 2.44\lambda$, 单元间距 $b = 0.9\lambda$ 。在优化过程中精度 ϵ_0 的取值在小于 10^{-5} 后, 目标函数值不变, 所以该优化综合方法在工程上是可行的。

图2和图3比较了阵列的优化方向图和理想方向图。E面的副瓣电平为-32.1dB, H面的副瓣电平为-28.5dB。E面的3dB波瓣宽度为11.42°, H面的3dB波瓣宽度为11.42°, 理想方向图的3dB波瓣宽度为11.34°。通过比较可以看出优化综合后的天线方向图与理想方向图逼近较好。

表1 37元六边形馈源阵优化后单元位置和幅相分布

编号	激励幅度 I_i	激励相位 α_i (deg)	编号	激励幅度 I_i	激励相位 α_i (deg)
(0,0)	1.0000	12.7827	(3,0)	0.2231	3.1914
(1,0)	0.8154	18.2888	(2,1)	0.3192	5.8900
(0,1)	0.8673	15.6475	(1,2)	0.2731	5.3056
(-1,1)	0.8538	14.1062	(0,3)	0.2462	3.2258
(-1,0)	0.8115	17.0799	(-1,3)	0.2981	3.1742
(0,-1)	0.8481	17.5210	(-2,3)	0.3058	13.5906
(1,-1)	0.8327	11.4592	(-3,3)	0.2000	3.1513
(2,0)	0.5096	16.9710	(-3,2)	0.2962	2.6585
(1,1)	0.6115	18.8389	(-3,1)	0.3288	13.9573
(0,2)	0.5135	10.6857	(-3,0)	0.1865	3.4435
(-1,2)	0.5615	18.1800	(-2,-1)	0.3173	2.8648
(-2,2)	0.4923	16.8564	(-1,-2)	0.2942	4.4805
(-2,1)	0.5558	13.4416	(0,-3)	0.2346	3.3174
(-2,0)	0.4885	16.9710	(1,-3)	0.2962	3.3690
(-1,-1)	0.6019	17.1887	(2,-3)	0.3000	2.6356
(0,-2)	0.5231	13.1093	(3,-3)	0.2288	6.0734
(1,-2)	0.5827	16.7476	(3,-2)	0.2923	6.3999
(2,-2)	0.5212	16.7476	(3,-1)	0.2923	3.1914
(2,-1)	0.5808	2.2689			

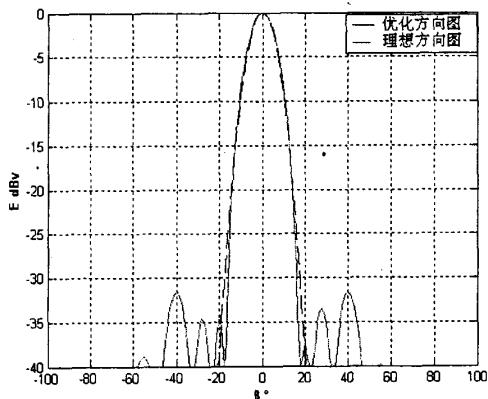


图2 馈源阵列E面方向图

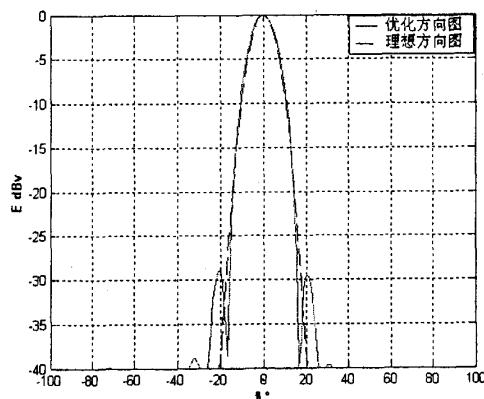


图3 馈源阵列H面方向图

图4为馈源阵列优化立体方向图,图5为理想三维方向图。图4、图5中, $x = \sin\theta\cos\varphi$, $y = \sin\theta\sin\varphi$ 。

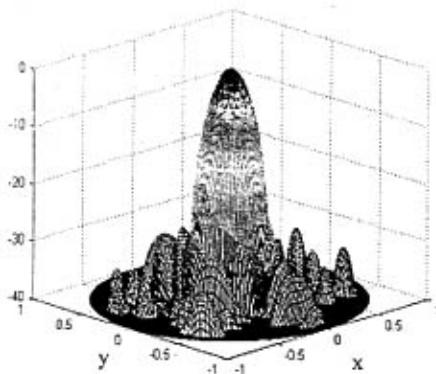


图4 馈源阵列优化立体方向图

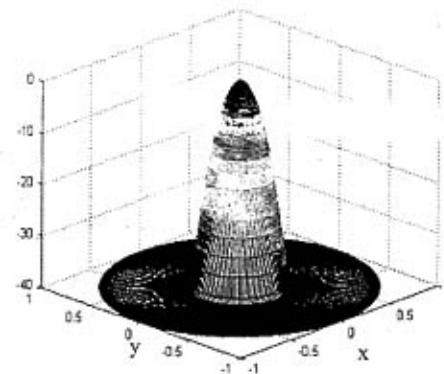


图5 理想三维方向图

表2给出了不同 φ 角天线方向图的波瓣特性。在不同的方位角下,天线的副瓣电平不同,这是因为阵列环数、环上单元均较少。在围绕中心单元的圆环上不同的角度,各单元到目标点的距离之和不相同,相位的矢量叠加之和不同,因而获得不同的辐射方向图,但天线副瓣变化很小。3dB波瓣宽度基本不变,在 φ 向对称性很好。

表2 不同角天线方向图波瓣特性

φ (deg)	0	45	90	135	180	225	270	315
3dB波瓣宽度(deg)	11.44	11.39	11.42	11.39	11.45	11.38	11.43	11.43
副瓣电平(dB)	-28.31	-32.15	-32.24	-28.23	-28.22	-32.18	-32.17	-32.18

6 仿真结果验证

根据非线性最小二乘法的优化综合,得到了正六边形阵列单元的幅相分布和单元间距。使用MATLAB软件进行了主要的计算。在优化综合中喇叭单元方向图的计算通过ANSOFT HFSS8.0进行验证,其算法是正确的。这里只对阵列方向图进行分析,以说明本文优化综合的理论基础是正确的。文献[2]给出了不规则平面阵列远区辐射场的计算方法,对于本文讨论的正六边形阵列采用文献方法计算了天线辐射方向图,如图6、图7所示。

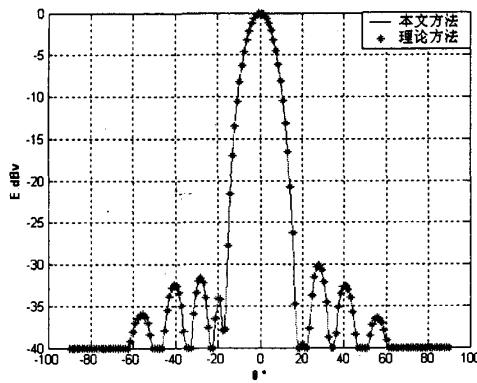


图6 E面方向图

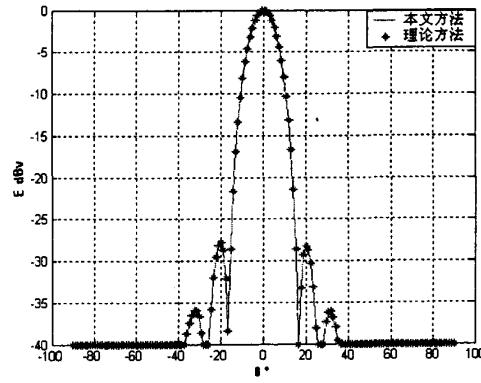


图7 H面方向图

通过对图6、图7中两种方法计算的天线辐射方向图的比较可以看出,采用本文方法计算的天线辐射方向图与文献计算的结果几乎完全一致,因此本文优化的理论依据是正确的。

7 结 论

非线性最小二乘法数学表达式非常清晰,计算量较小,适合求解阵列天线的辐射方向图综合问题。文中采用该法研究了正六边形环阵的特殊方向图综合问题,得出了很好的综合结果。实际上,文中所讨论的方法不仅适用于圆阵,而且适用于其它阵列形式,因而具有很强的推广和实用性。由于所讨论的阵列和喇叭单元的尺寸均以电波长的形式表示,因此文中的方法可以用于不同频率阵列天线的优化综合。

参考文献

- 1 魏文元,宫德明,陈必森.天线原理.西安:西安电子科技大学出版社,1985
- 2 吕善伟.天线阵综合.北京:北京航空学院出版社,1988
- 3 Marquardt D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameter. SIAM J. Applied Math., Vol. 11, pp 431~441, 1963
- 4 Coleman T F and Li Y. On the convergence of reflective Newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds. Mathematical Programming, Vol. 67, No. 2, pp189~224, 1994
- 5 Dennis J E, Jr. Nonlinear least squares: state of art in numerical analysis, ed. D. Jacobs, Academic Press, pp269~312, 1977
- 6 Vu B. Sidelobe control in circular ring array. IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. 41, No. 8, pp1143~1145, August 1993

作者简介

陈腾博 1979年生,2001年毕业于西安电子科技大学电磁场与微波技术专业,现正在西安电子科技大学天线与电磁散射研究所攻读博士学位。主要从事高频段星载天线相控阵馈源的研究

陈轶博 1975年生,1997年毕业于北京航空航天大学电子工程专业,现正在西安电子科技大学天线与电磁散射研究所攻读博士学位。主要从事高频段反射面天线馈电网络的设计。

焦永昌 1964年生,教授,博士生导师。主要从事电磁场与微波技术研究和教学工作,主要研究方向:高性能天线设计和电磁散射。

风云一号D星在轨测试圆满

据中国航天报6月16日报道,由八院抓总研制的风云一号D星,自2002年5月15日发射成功以来,在轨运行已超过了两年。该星的设计寿命为两年,按照该星飞行试验大纲要求,在该星在轨运行达到两年寿命期的时候,必须对卫星进行第二次在轨测试。最近,由国家气象局卫星气象中心组织各有关单位,对卫星进行了第二次在轨测试。专家们对卫星多方面测试后,认为该星在轨运行两年后,功能和性能符合任务书要求,超过寿命期后仍能在轨运行,是一颗高质量和高可靠的极轨气象卫星。

从在轨测试总结报告来看,该星无论从卫星轨道、卫星姿态、遥感仪器、传输信道,还是从星上记录储存回放监测等来看,大多数都达到或优于设计指标,尤其在图像质量方面,与美国的诺阿-17卫星相比不相上下。同时专家认为,该星在两年运行中生成的大量云图,以及地表和海表环境图像、各种灾情监测图像等,具有很高的质量,在天气预报、自然灾害和环境监测等许多应用领域发挥了重要的作用。

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>