

文章编号: 1009-3443(2004)01-0019-03

# 智能天线 UCA-ESPRIT 算法的仿真

胡冰新<sup>1</sup>, 宋自林<sup>2</sup>, 于莉莉<sup>3</sup>

(1. 解放军理工大学 通信工程学院, 江苏 南京 210007; 2. 解放军理工大学 指挥自动化学院, 江苏 南京 210007;  
3. 二炮驻南京军代表室, 江苏 南京 210007)

**摘 要:** 首先介绍了用于均匀圆阵的 UCA-ESPRIT 测向算法, 并对其进行了改进和简化, 将二维角度估计问题简化为一维的方位角估计问题, 然后比较了该算法与 MUSIC 算法在智能天线中的仿真结果, 最后给出了相应的结论和改进思路。

**关键词:** 智能天线; UCA-ESPRIT 算法; MUSIC 算法; 波束空间; DoA 估计

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A

## Simulation of UCA-ESPRIT Algorithm in Smart Antennas

HU Bing-xin<sup>1</sup>, SONG Zi-lin<sup>2</sup>, YU Li-li<sup>3</sup>

(1. Institute of Communications Engineering, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 210007, China;  
2. Institute of Command Automation, PLA Univ. of Sci. & Tech., Nanjing 210007, China;  
3. Military Representatives Office of PLA 2nd Artillery in Nanjing, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** ESPRIT algorithm is one of the approaches to the achievement of high-resolution DoA estimation. In this paper the UCA (Uniform Circular Array)-ESPRIT algorithm for DoA (Direction of Arrival) estimation is introduced, and the 2-D angle estimation problem is simplified into a 1-D one. Then a comparison of the simulation results of UCA-ESPRIT and MUSIC (MUltiple Signal Classification) algorithm in smart antennas is made. Finally, some ideas to improve this algorithm are put forward.

**Key words:** smart antenna; UCA-ESPRIT algorithm; MUSIC algorithm; beam space; DoA estimation

ESPRIT 算法是一种基于子空间的高效率的 DoA 估计算法, 它的最大特点是利用了阵列的平移不变性所导致的信号子空间的旋转不变性来进行参数估计, 其优点是直接通过特征值获得信号参数, 不需要在空间进行繁琐的搜索过程, 而且不需要阵列校准, 从而大大降低了计算和存储需求<sup>[1]</sup>。但是, 均匀圆阵并不具有平移不变性, 无法直接应用 ESPRIT 算法。为了解决这一问题, Mathews C. P. 和 Zoltowski M. D. 提出了一种 UCA-ESPRIT 算法<sup>[2]</sup>, 该算法利用基于相位模激励的 UCA 波束形成器将信号由阵元空间转换至波束空间进行处理, 从而利用 Bessel 函数的递归性质获得近似意义上

的波束空间 DoA 矩阵的旋转不变性, 进而导致信号子空间的旋转不变性, 从而可以用旋转因子矩阵的特征值来直接估计信号的 DoA。首先介绍 UCA-ESPRIT 算法原理与步骤, 并对该算法进行了简化和改进, 在智能天线 DoA 估计问题中进行了仿真, 给出了与常用的 MUSIC 算法<sup>[1]</sup>的性能比较。最后, 对仿真结果给出了相应的分析结论。

## 1 UCA-ESPRIT 算法介绍

均匀圆阵的几何结构如图 1 所示。坐标原点以及参考相位点均位于阵列中心, 假设阵元天线相同, 且为各向同性, 在  $xOy$  平面的半径为  $r$  的圆周上均匀分布。第  $n$  个阵元的放置角度  $\gamma_n = 2\pi n/N$ , 其中,

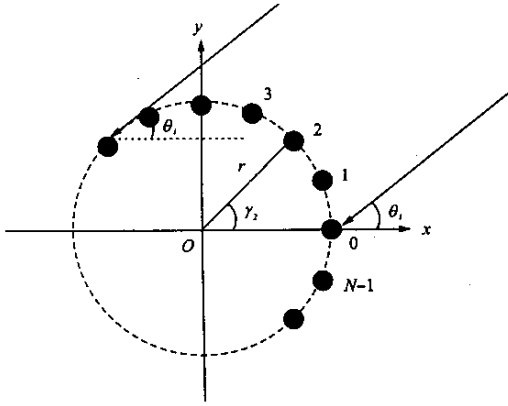


图1 均匀圆阵几何结构

Fig.1 Geometrical structure of UCA

$N$  是阵元个数。采用球坐标系来表示入射波的到达方向,该方向由仰角  $\phi$  和方位角  $\theta$  构成。其中,方位角从  $x$  轴逆时针测量。仰角为入射波与  $z$  轴的夹角。由于在智能天线的 DoA 估计问题中,一般只关心方位角信息,可以假设仰角为  $90^\circ$ ,这样就将文献[2]中的二维角度估计问题简化为一维的方位角估计问题。对于波达角为  $\theta$  的窄带平面波(波数  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ),阵列流形为:

$$\alpha(\theta) = [e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_0)}, e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_1)}, \dots, e^{jk_0 r \cos(\theta - \gamma_{N-1})}]^T, \quad (1)$$

式(1)以原点作为相位参考点,文献[3]中给出了选择第1个阵元作为相位参考点时的阵列流形公式,该公式还可以进一步化简。已经证明,两种阵列流形只差一个比例常数,因此,相位参考点的选择对算法性能没有影响。

采用文献[4]中的标准数据模型,阵元空间输出的信号矢量为  $x(t) = As(t) + n(t)$ ,其中,  $A$  是  $N \times d$  维阵元空间 DoA 矩阵。为了在均匀圆阵中应用 ESPRIT 算法,UCA-ESPRIT 算法采用了基于相位模激励的 UCA 波束形成器产生波束空间,并采用了实值特征值分解获得信号子空间。

一个均匀连续口径的圆阵可以激励的相位模式最高阶数为  $M \approx k_0 r$ ,第  $m$  个模式的激励函数为  $\rho_m(\gamma) = e^{jm\gamma}$ ,  $\gamma \in (0, 2\pi)$ ,  $m \in \{-M, -M+1, \dots, M-1, M\}$ 。因此,共有  $M' = 2M+1$  种模式。根据空间抽样定理[4],假设阵元数  $N > 2M+6$ (该条件可以基本消除远场方向图公式中残留误差的影响),对激励函数在阵元位置进行抽样,可以获得归一化权向量为:

$$w_m^H = \frac{1}{N} [e^{jm\gamma_0}, e^{jm\gamma_1}, \dots, e^{jm\gamma_{N-1}}]. \quad (2)$$

天线阵远场方向图公式可以表示为包含 Bessel 函数的级数形式,使得算法可以利用 Bessel 函数的递归性质获得波束空间 DoA 矩阵的旋转不变性,并获得信号空间的旋转不变性,从而获得 DoA 估计。其逻辑关系,如图2所示。

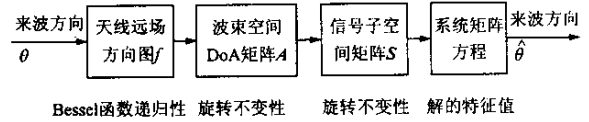


图2 UCA-ESPRIT 算法的逻辑关系

Fig.2 Logical relation of UCA-ESPRIT

## 2 算法步骤

算法步骤如下:

(1) 进行基于相位模激励的波束成形。令:

$$\begin{cases} V^H = \sqrt{N} [w_{-M} \cdots w_0 \cdots w_M]^H, \\ v(\alpha) = [e^{-jM\alpha}, \dots, e^{-j\alpha}, e^{-j0}, e^{j\alpha}, \dots, e^{jM\alpha}]^T, \\ W = \frac{1}{\sqrt{M'}} [v(\alpha_{-M}) \cdots v(\alpha_0) \cdots v(\alpha_M)], \end{cases}$$

其中,  $\alpha_k = 2\pi k/M'$ ,  $k = -M, -M+1, \dots, 0$ ; 波束形成器  $F_r^H = W^H C^v V^H$ ,  $C^v = \text{diag}\{j^{-M}, \dots, j^{-1}, j^0, j^1, \dots, j^{M'}\}$ 。此时,波束空间输出信号  $y(t) = F_r^H x(t)$ 。

(2) 进行实值特征值分解,求出信号子空间矩阵  $S$ 。  $R_y = E[y(t)y^H(t)] \approx \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} y(i)y^H(i)$ , 其中,  $y(i)$  为  $y(t)$  的第  $i$  个样值,  $L$  为快拍数。令  $R = \text{Re}\{R_y\}$ , 对  $R$  进行实值特征分解,设  $S$  为张成  $R$  的信号子空间的标准正交矩阵,  $S$  的列即为  $R$  的特征向量。

(3) 列出系统方程,求出 DoA。令:  $S_u = C_0 W S$ , 其中,  $C_0 = \text{diag}\{(-1)^M, \dots, (-1)^1, 1, \dots, 1\}$ , 令  $S_u^{-1}$ ,  $S_u^0$ ,  $S_u^1$  分别表示由  $S_u$  的上、中、下  $2M-1$  行构成的矩阵,则系统方程为:

$$E\Psi = \Gamma S_u^0, \quad (3)$$

其中,  $E = [S_u^{-1} M S_u^1]$ ,  $\Gamma = \frac{\lambda}{\pi r} \text{diag}\{- (M-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, M-1\}$ ,  $\Psi = [B^T \cdots B^H]^T$ ,  $B$  为待求特征值之矩阵。在文献[2]中已经证明了  $S_u^{-1}$  与  $S_u^1$  之间的旋转不变关系,利用该关系可以从  $S_u^{-1}$  直接通过矩阵运算得到  $S_u^1$ ,并将其应用在系统方程的求解过程中。但是该步骤实际上并不必要,因为从  $S$  直接构造各子矩阵显然要比矩阵运算简单得多。为了节约计算量删去了该步骤。当信号源数目  $d$  满足条件  $d \leq (M-1)$  时,系统方程有唯一解  $B_0$ 。设  $B_0$  的第  $i$  个特征值为  $u_i$ ,则第  $i$  个信号源 DoA 估计为  $\hat{\theta}_i =$

$\arg\{u_i\}$ 。

### 3 在智能天线中的仿真结果及分析

考虑  $r=3\lambda/4$ ,  $M=5$ , 天线阵元数目  $N=16$ ; 信号源数目为 4, 各信号功率相同,  $r_{s,n}=20$  dB; 调制方式为 QPSK, 载波频率 1 GHz, 数字化中频频率取为 5 kHz, 抽样频率  $1.5\times10^4$  次/秒; 码元周期 0.01 s, 仿真码元数目为 4。首先采用 MDL 准则估计信号源数目, 然后分别用 UCA-ESPRIT 及 MUSIC 算法计算各信号源的 DoA。结果取 50 次仿真的均值, 表 1

表 1 2 种算法的仿真结果

信号源 DoA (°)	UCA-ESPRIT 算法		MUSIC 算法	
	DoA 估计 (°)	正确率 (%)	DoA 估计 (°)	正确率 (%)
[45,55,65,75]	[41.05,55.83,69.45,116.34]	16	[47.32,64.52,99.72,276.86]	4
[45,75,105,145]	[45.02,74.99,105.10,144.99]	100	[46.96,80.36,113.20,168.82]	82
[45,135,225,315]	[44.99,135.00,224.99,315.01]	100	[45.00,135.00,224.98,314.94]	100

给出了仿真结果。为了比较算法的复杂度,在 MATLAB 程序计算 DoA 时,观察了算法运行时间,结果表明, UCA-ESPRIT 算法的计算量明显要小于 MUSIC 算法。这是由于 MUSIC 算法需要搜索空间谱。当信号 DoA 间距较大时,2 种算法的估计精度相当。当信号源比较靠近时,二者的估计精度均有下降,但 UCA-ESPRIT 的精度恶化程度比 MUSIC 算法要小很多。另外,由于信号源间的相关性很强,使得算法的分辨率受到一定影响。定义算法的正确率为 DoA 估计与实际 DoA 间的最大差值的绝对值小于 5°的概率,从表 1 可以看出, UCA-ESPRIT 算法的正确率也高于 MUSIC 算法。

算法的最大缺点是自由度较低。由空间抽样定理,若需要处理  $M$  个信号,至少需要  $N=2\times M+6$  个阵元,而 MUSIC 算法最少只需要  $M+1$  个阵元。这是由于 UCA-ESPRIT 算法是在波束空间进行处理,而波束空间的自由度受到相位模激励阶数的限

制,这是由 Bessel 函数的波形所确定的。换言之,是通过牺牲阵元空间自由度的办法来换取波束空间的旋转不变性,这一点可以与常规的利用阵列平移不变性的 ESPRIT 算法相比较。

### 4 结束语

介绍了一种用于智能天线的高分辨率 UCA-ESPRIT 算法,对算法进行了简化和改进,使其更适于实际实现。它可以有效解决常规的 ESPRIT 算法无法应用于均匀圆阵 DoA 估计的问题,它通过相位模激励波束成形和实值特征值分解技术获得信号子空间的旋转不变性,从而直接通过特征值获得 DoA 估计。仿真表明,与 MUSIC 算法相比,该算法具有计算量小,偏差小,正确率高的优点,其代价则是自由度的降低,对于阵元数目较少的情况,其能估计的信号数目很少,这限制了它的应用,如何结合 MUSIC 算法的优点来提高算法的自由度,是一个值得进一步研究的课题。

参考文献:

[1] LIBERTI J C, RAPPAPORT T S. 无线通信中的智能天线:IS-95 和第三代 CDMA 应用[M]. 马 凉,温家慧,周政国,等,译. 北京:机械工业出版社,2002.

[2] MATHEWS C P, ZOLTOWSKI M D. Performance of the UCA-ESPRIT algorithm for circular ring arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(9):2535-2539.

[3] ENRIC M, SONG X Q, LU L X, et al. Performance of smart antenna in TD-SCDMA system [EB/OL]. <http://www.ifip.or.at/con2000/icct2000/icct070.pdf>, 2002-03-02.

[4] GODARA L C. Application of antenna arrays to mobile communications, part II: beam-forming and direction-of-arrival considerations [J]. Proceedings of IEEE, 1997,85(8):1195-1245.

(责任编辑:程 群)

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深, 让许多工程师望而却步, 然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上, 我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识, 借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养, 推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程, 化繁为简, 直观易学, 可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛, 让天线设计不再难...



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书, 课程从基础讲起, 内容由浅入深, 理论介绍和实际操作讲解相结合, 全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程, 可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计, 让天线设计不再难...

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程, 由经验丰富的专家授课, 旨在帮助您从零开始, 全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程, 边操作边讲解, 直观易学; 购买套装同时赠送 3 个月在线答疑, 帮您解答学习中遇到的问题, 让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程, 培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合, 全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作, 同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习, 可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试...

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养,更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果,又能免除您舟车劳顿的辛苦,学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲,结合实际工程案例,直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>