

基于最小二乘法的天线变形反射面的拟合^{*}

王从思 段宝岩 仇原鹰

(西安电子科技大学机电工程学院 西安 710071)

【摘要】 面天线变形反射面表达式的确立是计算其电性能的重要基础,提出的拟合方法就是用来精确确定变形反射面的数学方程的。其基本原理是通过分析天线结构,根据反射面节点位移,最小化整个曲面上采样型值点的轴向误差的均方根,从而求出用来确定变形抛物面几何位置的 6 个参数,同时也得到了基于最小二乘法的变形反射面方程。该拟合方法简单实用,易于程序实现,能够对天线机械结构设计人员提供了理论指导与帮助。

【关键词】 面天线,曲面拟合,最小二乘法,法方程组

中图分类号 :TN957.2 文献标识码 :A

Fitting of Distorted Reflector Antenna Surface Based on Least Square Method

WANG Cong-si DUAN Bao-yan QIU Yuan-ying

(School of Electromechanical Engineering, Xidian University Xi'an 710071)

【Abstract】 Establishment of the equation of the distorted reflector antenna surface is important for calculating antenna performances. A new surface fitting method is proposed which is based on least square method to derive the math expression of distorted parabolic reflector accurately. That is, the six parameters determining the geometric position of the distorted paraboloid can be obtained by analyzing the antenna structure and the displacement of nodes of the reflector, then minimizing the root mean square of the axial errors of the sampled nodes in whole aperture. It follows that the corresponding equations of the distorted reflector can be derived. Being simple, practical, and easy to realize in programs, the method could provide some theoretical guidance and assistance for the mechanical structure designer of antenna.

【Key words】 reflector antenna, surface fitting, least square method, normal equations

0 引言

反射面天线已广泛应用于卫星通信、雷达、宇宙探索、地面跟踪以及射电天文等现代技术中,在制造与安装时,反射面往往不能与设计抛物面完全吻合,并且在各种载荷,如受自重、日晒、冰荷、风雨雪等作用下,会发生变形,背架上各节点就会产生位移,这样反射面将不再是一个光滑的曲面^[1~4]。反射面实际形状与理论设计形状不一致,将使天线电性能变坏,例如增益下降和副瓣电平变高^[5~8]。基于对天线的结构分析,根据节点位移,通过曲面拟合方法来确定变形反射面方程,可以在设计阶段对天线的电性能进行预估分析。

实际工作中并不需要拘泥于抛物面的形状与原设计曲面完全一致,只要实际抛物面具有与原设计抛物面大体一样的形状,即可保证电性能。文献[5]提出的求解方法是通过计算积分表达式,寻求最小值来确

定变形反射面的参数,数学表达式不仅繁琐,而且求解过程也非常耗时、复杂。文献[6]介绍的方法是基于采样点变形前后轴向坐标的差值等于零来确定反射面方程,但实际上并不能保证所有点变形后的位置与拟合后的轴向坐标之差均等于零,这在理论上是不可能满足的。本文根据最小二乘原理,研究了通过确定天线变形反射面的 6 个参数来确定变形曲面方程的方法,以提高设计质量,实现天线机电耦合性能分析。同时由最佳吻合抛物面的参数 Φ_x, Φ_y 与 Δf 可有助于焦轴方向与焦距的确定。最佳吻合抛物面就是由抛物面天线的实际形状求解出的对此实际形状偏差最小的抛物面。在实际工作中,根据变形反射面参数把馈源的相位中心放置在最佳吻合抛物面的焦点上,抛物面的轴作为天线的主波束指向,这样就可使反射面变形导致的增益损失减至最低限度^[5]。

* 收稿日期 2003-12-09 修订日期 2004-05-18

基金项目 国防科工委预研项目(K111010101)。

1 最小二乘法与法方程组

最小二乘法是实验中对采样数据进行拟合时最常用也最简单的一种方法^[9],它的主旨思想就是使各采样点(x_k, y_k)($k=1, 2, \dots, n$)的偏差平方和达到最小,即

$$\min \rightarrow \Phi = \sum_{k=1}^n [F(x_k) - y_k]^2 \quad (1)$$

有时可根据各点数据在拟合中的可靠性不一致,权衡轻重而引进权系数 $d_i > 0$ ($i=1, 2, \dots, n$)。对可靠性较大的数据 d_i 取较大值。

故加权方差可改写为

$$\Phi = \sum_{k=1}^n d_k [F(x_k) - y_k]^2 \quad (2)$$

一般选定 m 个基函数

$$\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x) \quad (3)$$

考虑它们的线性组合

$$F(x) = \sum_{i=1}^m u_i \varphi_i(x) \quad (4)$$

显然方差(2)是待定系数 u_1, u_2, \dots, u_m 的二次函数。

将式(4)代入式(2)经整理得

$$\Phi = \Phi(u_1, \dots, u_m) = \sum_{k=1}^n d_k \left[\sum_{i=1}^m u_i \varphi_i(x_k) - y_k \right]^2 \quad (5)$$

要使 Φ 达到极小就必须满足下列方程组

$$\frac{\partial \Phi}{\partial u_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (6)$$

可知

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial u_i} &= 2 \sum_{j=1}^m u_j \sum_{k=1}^n d_k \varphi_j(x_k) \\ &\varphi_i(x_k) - 2 \sum_{k=1}^n d_k y_k \varphi_i(x_k) \end{aligned} \quad (7)$$

令

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \sum_{k=1}^n d_k s_{ki} s_{kj} \\ b_i &= \sum_{k=1}^n d_k y_k \varphi_i(x_k) \quad (i, j = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

其中

$$s_{ki} = \varphi_i(x_k) \quad k = 1, 2, \dots, n \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

可得法方程组的矩阵形式

$$\text{万方数据} \quad A \cdot u = B \quad (9)$$

其中:系数矩阵 $A = [a_{ij}]_{m \times m}$,常数项 $B = (b_1, \dots, b_m)^T$,未知项 $u = (u_1, \dots, u_m)^T$ 。

观察可知系数矩阵为一对称矩阵。由采样数据计算各项后,便可用诸如高斯消去法^[10]等经典方法求解出拟合表达式的系数 u_1, u_2, \dots, u_m 。

2 变形反射面的拟合

工程中面天线用得最多的是旋转抛物面,以下针对前馈式反射面天线研究其变形反射面的拟合原理与方法。反射面天线变形前后的几何形状如图1所示。令原设计抛物面天线的方程为

$$x^2 + y^2 = 4fz \quad (10)$$

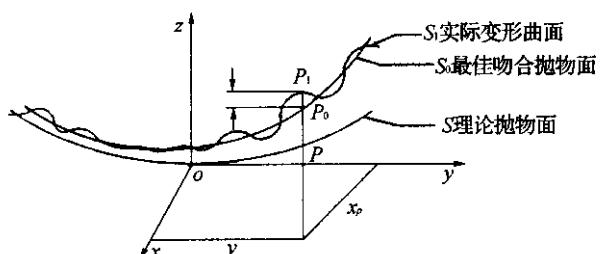


图1 抛物面天线变形图

设天线的最佳吻合抛物面 S_0 相对于原设计坐标 $o-xyz$ 而言有6个变形参数 $\Delta x, \Delta y, \Phi_x, \Phi_y, \Delta f$,常称作最佳拟合参数,其中 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 为拟合抛物面 S_0 顶点在原坐标系中的位移, Φ_x, Φ_y 分别为 S_0 的焦轴绕原坐标轴 x, y 的转角(逆为正,微小量), Δf 为焦距变化量。由实际变形曲面 S_1 对理论抛物面 S 的偏差减去最佳吻合抛物面 S_0 对理论抛物面 S 的偏差就可以得到实际变形曲面 S_1 对最佳吻合抛物面 S_0 的偏差,令这个偏差最小即可以确定最佳吻合抛物面 S_0 的6个几何变形参数,因而可求出最佳吻合抛物面 S_0 的方程及实际变形反射面 S_1 的rms误差。

令设计抛物面 S 上一点 $P(x_p, y_p, z_p)$ 在拟合抛物面上对应点 $P_0(x_p, y_p, z_0)$,在实际变形曲面上对应点 $P_1(x_p, z_p, z_1)$ 。则点 P_0 的轴向坐标值近似为^[6]

$$z_0 \approx \frac{(x_p - \Delta x)^2 + (y_p - \Delta y)^2}{4(f + \Delta f)} + \Delta z + y_p \Phi_x - x_p \Phi_y \quad (11)$$

利用

$$\frac{1}{4(f + \Delta f)} \approx \frac{1}{4f} \left(1 - \frac{\Delta f}{f} \right) \quad (12)$$

取泰勒级数的第一项

$$(x_p - \Delta x)^2 \approx x_p^2 - 2x_p \Delta x \quad (13)$$

$$(y_p - \Delta y)^2 \approx y_p^2 - 2y_p\Delta y \quad (14)$$

代入、化简式(11),略去 $\Delta f \cdot \Delta x$ $\Delta f \cdot \Delta y$ 等高次项,可得

$$\begin{aligned} z_0 &\approx z_p - \frac{x_p}{2f}\Delta x - \frac{y_p}{2f}\Delta y - \frac{z_p}{f}\Delta f + \\ &\Delta z + y_p\Phi_x - x_p\Phi_y \end{aligned} \quad (15)$$

采用变形曲面的实测点 P_1 与 P_0 点的轴向误差来构造最小二乘法的条件方程组

$$\begin{aligned} \delta &= z_1 - z_0 = z_1 - \left(z_p - \frac{x_p}{2f}\Delta x - \frac{y_p}{2f}\Delta y + \right. \\ &\left. \Delta z + y_p\Phi_x - x_p\Phi_y - \frac{z_p}{f}\Delta f \right) \end{aligned} \quad (16)$$

设有 n 个采样型值点,第 i 个型值点的原始坐标为 (x_i, y_i, z_i) ,变形后的相应的坐标为 (x_i, y_i, z'_i) ,则为求最佳吻合抛物面,式(17)就必须取最小值。

即

$$T = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 \rightarrow \min \quad (17)$$

根据微积分极值定理,为使 T 达到极小,需满足下列方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \Delta x} &= 0, \frac{\partial T}{\partial \Delta y} = 0, \frac{\partial T}{\partial \Delta z}, \\ \frac{\partial T}{\partial \Phi_x} &= 0, \frac{\partial T}{\partial \Phi_y} = 0, \frac{\partial T}{\partial \Delta f} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

经计算、整理、化简可得法方程组

$$A \cdot \beta = H \quad (19)$$

其中

$$A =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{2f} \sum \frac{x_i y_i}{2f} & -\sum x_i & -\sum x_i y_i & \sum x_i^2 & \sum \frac{x_i z_i}{f} \\ \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{2f} & \sum \frac{y_i^2}{2f} & -\sum y_i & -\sum y_i^2 & \sum x_i y_i & \sum \frac{y_i z_i}{f} \\ \sum_{i=1}^n \frac{x_i z_i}{2} & \sum \frac{y_i z_i}{2f} & -\sum z_i & -\sum y_i z_i & \sum x_i z_i & \sum \frac{z_i^2}{f} \\ \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{2f} & -n & -\sum y_i & \sum x_i & \sum \frac{z_i}{f} & \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\beta = (\Delta x, \Delta y, \Phi_x, \Phi_y, \Delta f)^T \quad (21)$$

$$H = \left(\sum_{i=1}^n (z_i - z'_i) x_i, \sum_{i=1}^n (z_i - z'_i) y_i, \sum_{i=1}^n (z_i - z'_i) z_i \right)^T \quad (22)$$

把法方程组的两边乘以 A 的转置矩阵

$$A^T A \beta = A^T H \quad (23)$$

易知 $A^T A$ 是对称正定的。

若引入采样点测量误差的权因子 d_i ,则

$$A^T D A \beta = A^T D H \quad (24)$$

则待定未知项为

$$\beta = [A^T A]^{-1} A^T H \quad (25)$$

其中

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \dots & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & \dots & d_n \end{bmatrix} \quad (26)$$

从而可确定反射面天线变形曲面方程。再根据电性能计算需要,可计算出变形曲面相对于最佳吻合抛物面的法向偏差或 ρ 向偏差,从而可计算出反射面的精度,同时也可得到面天线的平均功率方向图^[11,12]。

3 结 论

本文提出的基于最小二乘原理的面天线变形反射面拟合方法,不但数学思路清晰、易于掌握,而且简单实用,便于编制程序。通过拟合得到 6 个参数 $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Phi_x, \Phi_y, \Delta f$ 来确定最佳拟合抛物面的焦轴位置与方向,同时也可得到焦距,这对寻找焦点并安装馈源有着直接的帮助与指导作用。并可利用曲面拟合结果计算法向偏差或 ρ 向偏差,进而判断天线电性能是否满足要求,机械结构设计是否合理,这对天线虚拟设计与仿真预估分析的效果,以及天线机电耦合性能分析设计有着至关重要的影响。此方法也为面天线的制造与精度测试提供了一种实用、快捷的检验方法。

参 考 文 献

- 1 段宝岩. 天线结构分析、优化与测量. 西安:西安电子科技大学出版社,1998
- 2 Duan BY, Qi Y H, Xu G H, et al. Study on Optimization of Mechanical and Electronic Synthesis for Antenna Structures. Int J Mechatronics, 1994, 12(6): 553~564
- 3 Duan B Y. Review of Antenna Structural Design With Mechatronics in China. Int J Mechatronics, 2002, 12(5): 657~667
- 4 徐东海. 加筋反射面板对天线结构精度贡献的分析. 现代雷达,1997,19(3): 97~102
- 5 章日荣. 反射面天线及波纹喇叭. 北京:无线电工程编辑部,1977

- 6 华慕麟. 天线变形曲面的一种拟合方法. 现代雷达, 1994, 16(1): 75~82
- 7 魏文元, 宫德明, 陆必森, 等. 天线原理. 西安: 西安电子科技大学, 2001
- 8 谢处方. 天线原理与设计. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1985
- 9 冯 康. 数值计算方法. 北京: 国防工业出版社, 1978
- 10 徐士良. C 常用算法程序集. 北京: 清华大学出版社, 1994
- 11 Tripp V K. A New Approach to the Analysis of Random Errors in Aperture Antennas. IEEE Trans. Antennas Propagation, 1994, 42(8): 857~863

(上接第 26 页)

50 km 和 500 km 间来回运动, 并且保证在整个周期中, 目标的距离、速度、加速度连续, 加速度的变化率小于 50 m/s²。

(3) 第三类目标(匀加速目标)

主要是检验雷达跟踪匀加速目标的能力, 所以运动方程主要依据匀加速方程建立。考虑到匀加速目标的速度在到达 500 km 处可能已超过 10 km/s, 在程序中设置了当速度增加到 10 km/s 以前将加速度 a_0 降为 0, 然后匀速运动直至距离到达 500 km 时再重新开始。

(4) 第四、五类目标(测试目标)

该类目标并不是模拟的真实目标, 而是为了雷达功能测试的方便而设定的。其中模拟的第四类目标回波中, 只有距离拖延而无多普勒调制, 第五类目标的回波中, 只有多普勒调制而无距离拖延。其他与第二类目标的回波完全一致。

多目标模拟器的软件包括主程序和多个子程序。主程序主要完成系统的初始化、目标类型分选、多普勒调制等; 子程序主要运算各种不同类型目标的时延、多普勒频率及相关参数。

3 系统的主要功能

多目标模拟器的主要功能有:

(1) 能模拟线性调频、非线性调频、相位编码等复杂雷达信号回波;

(2) 具有模拟静止、匀速、匀加速及变加速等目标回波的功能;

(3) 单机具有模拟多达 6 个目标回波的功能, 且模拟目标数可任选;

(4) 目标运动距离 50 km ~ 500 km

目标速度: 0 ~ ±10 km/s

1984, 32(8): 857~863

- 12 Kim J W, kim B S, Lee C W, et al. Computation of the Average Power Pattern of a Reflector Antenna with Random Surface Errors and Misalignment Errors. IEEE Trans. Antennas Propagation, 1996, 44(7): 996~999

王从思 男, 1980 年生, 博士研究生。2004 年毕业于西安电子科技大学, 现从事天线机电耦合性能研究工作。

目标加速度: 0 ~ 1 000 m/s²

加速度变化率: 0 ~ 50 m/s³

(5) 发射功率可控、中放增益可手控并带自动增益控制(AGC);

(6) 控制面板具有: 模拟目标初始参数输入、初始参数默认值、参数指示、模拟目标数指示、接收机输入信号电平指示、输出功率指示等功能。

多目标模拟器由两个小机箱组成, 收发微波模块为一个机箱, 数字波形存贮和调制部分为一个机箱, 体积小巧, 使用方便, 各机箱均有面板提供操作、工作点监控、状态显示等。

4 结 论

多目标模拟器用于对相控阵精密测量雷达在联试、交验时的性能检验, 经过在多台雷达上的使用, 多目标模拟器的性能设计满足要求, 为测量雷达的外场联试、验收以及使用提供了一种新的检验方法, 有很好的经济效益。

参 考 文 献

- 1 Skolnik M I. Introduction to Radar System. New York: McGraw Hill Book, Company, Inc. 1980
- 2 西北电讯工程学院编写组. 雷达系统. 北京: 国防工业出版社, 1980
- 3 [美]杰里 L. 伊伏斯, 爱德华 K. 里迪编. 现代雷达原理. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1987
- 4 李玉书, 张婷. 相控阵雷达多目标动态跟踪性能检验方法. 现代雷达, 2003, 25(5): 7~8

徐 敏 男, 1956 年生, 高级工程师, 1982 年毕业于成都电讯工程学院雷达专业, 学士学位。主要从事单脉冲测量雷达精密测距与测速技术的研究。

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>