

文章编号: 1001-0645(2007)11-1001-04

# 多天线系统特征波束成形技术中的功率分配算法

刘林南, 匡镜明, 费泽松

(北京理工大学 信息科学技术学院电子工程系, 北京 100081)

**摘要:** 介绍了基于特征波束成形的多天线传输技术。针对特征波束成形技术与两种典型的多天线技术(空时编码和分层空时)相结合的系统, 从提高系统传输性能出发, 分别推导了在独立同分布衰落信道中, 发射端已知信道相关矩阵信息的情况下, 特征波束成形的功率分配算法。仿真和分析结果表明, 在发射端已知信道信息有限的情况下, 作者提出的方法能显著改善多天线传输系统的性能, 并且在发射天线间存在相关性时, 仍能改善系统的性能。

**关键词:** 无线通信; 多天线技术; 特征波束成形; 功率分配

中图分类号: TN 929.533 文献标识码: A

## Power Allocation Algorithm for Eigen-Beamforming in the Multi-Antenna System

LIU Lin-nan, KUANG Jing-ming, FEI Ze-song

(Department of Electronic Engineering, School of Information Science and Technology, Beijing Institute of  
Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** Eigen-beamforming technique is introduced in two typical multi-antenna systems space-time block coding and vertical bell-labs layered space time. When the channel covariance information is known by the transmitter, optimal power allocation algorithm for eigen-beamforming is proposed based on minimizing the transmission errors. Also, it is indicated that the algorithm can be simplified when the channel is independent-identically distributed channel. By simulation and analysis, eigen-beamforming can greatly improve the performance of multi-antenna system when this power allocation algorithm is adopted and the performance improvement still exists when there is correlation between transmit antennas.

**Key words:** wireless communication; multi-antenna system; eigen-beamforming; power allocation

无线通信领域的多天线技术包括开环和闭环两类发射方案。典型的开环发射方案有空时编码技术(STBC)和垂直分层空时技术(VBLAST)。对于闭环发射方案, 发射端能根据反馈的信道信息自适应地调整发射模式或者发射信号的方向, 从而进一步提高多天线系统的性能。特征波束成形技术就是一种闭环多天线发射技术, 并已成为下一代移动通信(3GPP LTE)的关键技术<sup>[1~2]</sup>。

在特征波束成形技术中, 如何在各波束间分配

发射功率是研究的主要内容之一。本文中分别给出了 STBC 和 VBLAST 与特征波束成形相结合的功率分配算法。

## 1 系统模型

图 1 为在发射端应用特征波束成形技术的系统框图。图中发射天线数为  $N_t$ , 发射信号的数据序列为  $s(i)$ ,  $i$  为离散时间单位。 $s(i)$  可以是经过 STBC 编码或 VBLAST 编码以后的数据序列。 $s(i)$  在经

收稿日期: 2007-04-05

基金项目: 国际合作项目

作者简介: 刘林南(1980—), 男, 博士生, E-mail: liulinan@bit.edu.cn; 匡镜明(1943—), 男, 教授, 博士生导师。

过STBC编码或VBLAST编码后被映射到 $K$ ( $K \leq N_t$ )个波束成形支路上,每条波束成形支路都包含功率分配因子 $f_k$ 和波束方向矢量 $U_k$ .最后经过波束成形操作的数据通过 $N_t$ 个发射天线发射出去.设特征波束成形矩阵为 $W$ ,则 $W$ 包含功率分配因子和波束方向两部分,即

$$W = F_w U_w. \quad (1)$$

式中: $F_w = \text{diag}[f_1 \dots f_K]$ 为对角阵,对角阵上的每个元素为每条波束成形支路上的功率分配因子; $U_w = [U_1 \dots U_K]^T$ 为波束方向矢量.若信道矩阵为 $H$ ,则在接收端得到的数据序列为

$$Y = WHs + N = F_w U_w Hs + N. \quad (2)$$

式中 $N$ 为零均值方差为 $N_0/2$ 的加性高斯白噪声.

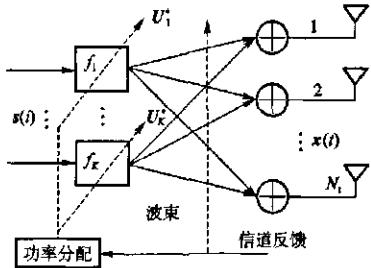


图1 特征波束成形发射端框图

Fig. 1 Transmitter model with beamforming

假设信道矩阵 $H$ 服从复高斯分布,接收端将信道矩阵的自相关信息反馈给发射端.对信道的协方差矩阵进行特征值分解,有

$$R_{HH} = U_H D_H U_H^H, D_H = \text{diag}[\lambda_1 \dots \lambda_{N_t}]. \quad (3)$$

式中 $[\cdot]^H$ 表示对矩阵进行复共轭转置操作; $D_H$ 为信道矩阵特征值组成的对角阵; $U_H$ 为信道矩阵特征向量组成的酉矩阵.已有文献证明<sup>[3-4]</sup>,在特征波束成形系统中,波束方向矢量 $U_w$ 满足: $U_w = U_H^H$ ,即数据序列沿信道的特征矢量方向发送能获得最优的性能.

## 2 特征波束成形中的功率分配算法

### 2.1 STBC与特征波束成形结合的功率分配算法

在该系统中,发射信号的数据序列 $s(i)$ 经过STBC编码后送入到如图1所示的多天线发射机中.由于STBC为发射分集技术,因此可以在接收端采用最大比合并(MRC)技术,获得最大的输出信噪比.于是,对于某次信道的具体实现,MRC接收机的输出信噪比为

$$R_{SN} = \frac{E\{|H^H W^H W H s|^2\}}{E\{H^H W^H N N^H W H\}} = H^H W^H W H E_s / N_0. \quad (4)$$

式中 $E_s$ 为每个符号的平均能量.对信道 $H$ 进行奇异值分解,并结合式(4),有

$$R_{SN} = H^H U_w^H F_w^H F_w U_w H E_s / N_0 = \\ V_H^* F_H^* U_H^H U_H^H F_w^H F_w U_w U_H^H V_H^* E_s / N_0. \quad (5)$$

令矩阵 $A = V_H^* F_H^* U_H^H U_H^H F_w^H F_w U_w U_H^H V_H^*$ ,考虑到 $U_w = U_H^H$ ,且 $U_H$ 为酉矩阵,则 $A$ 可以进行如下的特征值分解,

$$A = U_A D_A U_A^H = V_H D_H F_w^2 V_H^H. \quad (6)$$

式中 $D_A = \text{diag}[\delta_1 \dots \delta_{N_t}]$ ,从式(6)可以看出 $\delta_i = \lambda_i f_i^2$ , $i \in [1, N_t]$ .可以将矩阵 $A$ 看作是在接收端进行最大比合并时的等效传输信道,该等效传输信道包含的等效子信道个数为信道矩阵 $A$ 的秩,且第 $i$ 个等效子信道的功率增益为 $\delta_i$ .假设 $A$ 为满秩矩阵,则等效子信道个数为 $N_t$ .

对 $A$ 进行特征值分解得到的等效子信道是去耦平行子信道,各子信道之间相互独立<sup>[5]</sup>.若子信道个数为 $N_t$ 且发射端采用M-QAM调制方式,系统的误符号率为<sup>[6]</sup>1863

$$P_s = \frac{b}{\sqrt{M}} \int_0^{\pi/4} \prod_{i=1}^{N_t} I_i\left(\frac{\delta_i E_s}{N_0}, g, \theta\right) d\theta + \\ b \int_{\pi/4}^{\pi/2} \prod_{i=1}^{N_t} I_i\left(\frac{\delta_i E_s}{N_0}, g, \theta\right) d\theta. \quad (7)$$

式中: $M$ 为调制阶数; $b = 4(1 - 1/\sqrt{M})/\pi$ ; $g = 3/[2(M-1)]$ ; $I_i(x, g, \theta)$ 为矩量生成函数(moment-generating function),当信道为瑞利衰落信道时,矩量生成函数表示为<sup>[6]</sup>1863

$$I_i(x, g, \theta) = (1 + gx/\sin^2 \theta)^{-1}. \quad (8)$$

根据式(7)(8)知,当 $\theta = \pi/2$ 时可以达到误符号率的上限,该上限的表达式为

$$P_{s,h} = \frac{M-1}{M} \prod_{i=1}^{N_t} I_i\left(\frac{\delta_i E_s}{N_0}, g, \frac{\pi}{2}\right) = \\ (M-1)/M |I_{N_t} + D_A g E_s / N_0|^{-1}. \quad (9)$$

式中 $I$ 为单位对角阵.结合式(6)和式(9),讨论选择特征波束成形的功率分配矩阵 $F_w$ ,使误符号率上限 $P_{s,h}$ 取得最小值.令

$$\epsilon(F) = |I_{N_t} + D_A g E_s / N_0|, \quad (10)$$

则对式(9)最小化等价于对式(10)最大化.对式(10)两端取对数,并用拉格朗日乘子法取极值,约束

条件为总发射功率归一化, 可以求得式(10)取极值的条件为

$$f_i^2 = \left[ \frac{1}{N_t} + \frac{N_0}{gE_s} \left( \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_i} \right) \right]. \quad (11)$$

式(11)即为  $F_W$  各元素的推导公式, 与文献[3]<sup>1678</sup> 中式(30)一致。需要指出的是, 推导出的功率分配因子可能出现小于 0 的情况, 此时表示该条支路不可用, 因此特征波束的方向个数  $K \leq N_t$ 。具体分析见文献[3]<sup>1678</sup>。

当信道为独立同分布复高斯衰落信道时, 信道的协方差矩阵为对角阵, 满足  $\mathbf{R}_{HH} = \sigma_H^2 \mathbf{I}_{N_t}$ ,  $\sigma_H^2$  为复高斯分布的方差。于是式(11)可以简化为  $f_i^2 = (1/N_t) \mathbf{I}_{N_t}$ , 即在独立同分布的复高斯衰落信道条件下, STBC 与特征波束成形相结合采用平均功率分配算法能获得最优的差错性能。

## 2.2 VBLAST 与特征波束成形结合的功率分配算法

在该系统中, 由于每个特征波束方向上的信息是互不相同的, 并且信道矩阵可以按照特征值分解成为若干并行的独立子信道, 因此系统的差错性能可以认为是每个独立子信道差错性能的累积。

对于每个由特征值分解而来的独立子信道, 如果其对应的特征值为  $\lambda$ , 则经  $M$ -QAM 调制后的数据在通过该子信道后的误比特率可以近似表示为<sup>[4]1676</sup>

$$P_b(M) \approx \frac{0.2}{1 + f\beta} \exp \left[ -\frac{\lambda f\beta}{\sigma_e^2 (1 + f\beta)} \right]. \quad (12)$$

式中:  $f$  为该子信道的功率分配因子;  $\sigma_e^2$  为噪声方差;  $\beta = g\sigma_e^2 E_s / N_0$ ;  $g$  的定义同式(7)。假设信道矩阵满秩且发射天线个数为  $N_t$ , 接收天线个数为  $N_r$ , 则系统总的误比特率可以近似为

$$P_b(M) \approx 0.2 \sum_{i=1}^{N_t} \left\{ \frac{1}{1 + f_i \beta} \exp \left[ -\frac{\lambda_i f_i \beta}{N_r \sigma_e^2 (1 + f_i \beta)} \right] \right\}^{N_r}. \quad (13)$$

在此, 功率分配的目的就是合理选择每个波束方向上的  $f_i$ , 使  $P_b$  最小化。仍然利用拉格朗日乘子法解决此极值问题, 约束条件仍为发射总功率受限, 修正后的代价函数为

$$L(f_1, \dots, f_{N_t}, \mu) = P_b(M) + \mu \left( 1 - \sum_{i=1}^{N_t} f_i \right). \quad (14)$$

可以证明式(14)在  $[0, 1]$  区间上是凹函数, 所以存在极小值。稳定点满足方程

$$\begin{cases} \partial L / \partial f_i = 0 \\ \partial L / \partial \mu = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式(15)为超定方程, 无法求出  $f_i$  的解析式, 可以利用计算机求得其数值解。当信道为独立同分布信道时,  $\lambda_i^2 = \sigma_H^2$ , 可以适当简化式(15)的求解过程。

在 VBLAST 与特征波束成形结合的系统中, 其波束方向上的功率分配因子由式(13)~(15)确定。当发射天线数较多 ( $N_t > 2$ ) 时, 用数值法求解具有较大的计算量, 这也是该功率分配算法的不足之处。

## 3 仿真结果

作者分别对 STBC 和 VBLAST 与特征波束成形结合的系统在独立同分布的瑞利衰落信道环境下进行了性能仿真。系统采用 QPSK 调制方式, 不加信道编码。

图 2 为  $N_t = 2, 4, N_r = 2$  时, STBC 与特征波束成形结合系统在独立同分布瑞利衰落信道环境下的误码率性能, 功率分配方案采用本文中的推导算法。

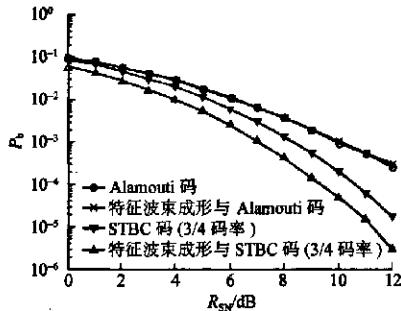


图 2 特征波束成形与 STBC 码结合的系统性能

Fig. 2 Performance of eigen-beamforming with STBC

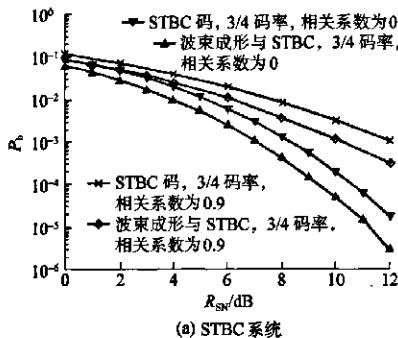
从图 2 可以看出, 特征波束成形的引入并没有提高 Alamouti 码的差错性能。而  $N_t = 4$  时,  $3/4$  码率的 STBC 码<sup>[6]1672</sup>可以通过采用理想功率分配的特征波束成形技术提高差错性能, 在误码率为  $10^{-4}$  时性能的提高约有 1.5 dB。

波束成形技术不能提高 Alamouti 码的性能, 是因为不同的传输符号在经过 Alamouti 编码以后, 在每个波束方向上出现的概率一样, 并且编码后信号的幅度也一样。因此, 对信道而言, 某一个符号通过任何一个波束方向传输都没有区别。而对  $N_t = 4$ , 码率为  $3/4$  的 STBC 码而言, 编码矩阵对不同传输符号的操作是不相同的, 每个符号在不同的波束方

向上以不同的重复概率和幅度传输。因此,波束成形的合理设计可以改善多天线的STBC码性能。

图3为VBLAST与特征波束成形结合的系统在独立同分布的瑞利衰落信道环境下的误码率性能,作者采用最小均方误差的检测方法。由图中可以看出,当 $N_t=2$ 时,采用作者提出的功率分配方法,特征波束成形技术可以使系统在误码率为 $10^{-3}$ 处有4 dB的性能改善。当 $N_t=4$ 时,性能的改善为8 dB。

同时,作者利用仿真验证了特征波束成形技术在发射天线间存在相关性时的有效性。图4a为STBC与特征波束成形结合系统的性能仿真, $N_t=4, N_r=2$ 。可以看到,尽管当天线间相关性增大时,系统的性能下降。但结合了特征波束成形技术的STBC系统,性能要好于传统的STBC系统,在误码



(a) STBC系统

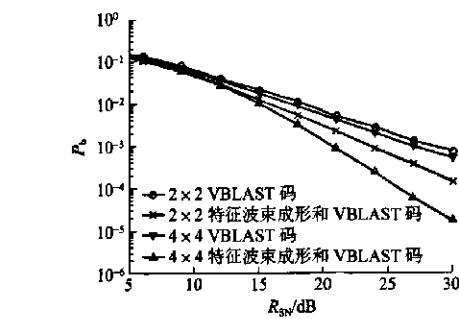
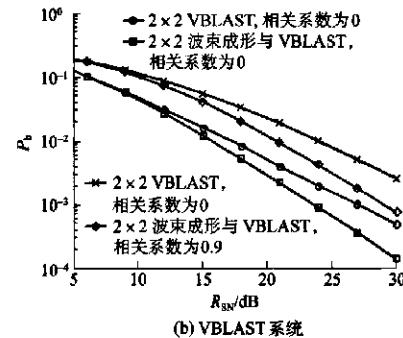


图3 特征波束成形与VBLAST结合系统的性能

Fig. 3 Performance of eigen-beamforming with VBLAST

率为 $10^{-3}$ 处有2 dB的性能改善。同样,在VBLAST与特征波束成形结合的系统中,如图4b所示,当发射天线有相关性时,特征波束成形技术能改善系统性能3~5 dB。



(b) VBLAST系统

图4 发射天线间存在相关性时的性能比较

Fig. 4 Performance under antenna correlation

## 4 结论

在发射端已知有限的信道状态信息条件下,特征波束成形技术能够显著地改善多天线系统的性能。从最优化系统差错性能的角度出发,分别对STBC和VBLAST与特征波束成形结合的系统,推导了特征波束成形技术的功率分配算法。仿真结果表明,作者所提出的功率分配算法,能够充分发挥特征波束成形技术的优势,显著改善多天线系统的差错性能。并且,系统的发射天线个数越多,性能改善就越明显。同时,利用仿真验证了特征波束成形技术在发射天线间存在相关性时的有效性。

### 参考文献:

[1] 3GPP. Tx diversity solutions for multiple antennas (Release 6). 3GPP TR25.869 V1.2.0[S]. [S.1]: 3GPP,

2003.

[2] 3GPP. Beamforming enhancement. 3GPP TR25.887 V2.0.0[S]. [S.1]: 3GPP, 2004.

[3] Zhou S H, Giannakis G B. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel correlations [J]. IEEE Trans on IT, 2003, 49(7):1673-1690.

[4] Zhou S H, Giannakis G B. Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(10):2599-2613.

[5] Vucetic B, Yuan J H. Space-time coding [M]. London: Wiley Editorial, 2003.

[6] Simon M K, Alouini M S. A unified approach to the performance analysis of digital communication over generalized fading channels [J]. Proc IEEE, 1998, 86(9):1860-1877.

(责任编辑:匡梅)

## 如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



### HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

### CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



### 13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



## 关于易迪拓培训:

易迪拓培训([www.edatop.com](http://www.edatop.com))由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网([www.mweda.com](http://www.mweda.com)),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

## 我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

## 联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>