文章编号 1005-0388(2001)02-0162-06

一种八木天线前向增益优化的改进处理方法*

杨绍麟 柯亨玉 侯杰昌 吴世才 杨子杰
(武汉大学电子信息学院，湖北 武汉 430072)

摘要 就文献中八木天线前向增益优化的单元间距微扰迭代法，提出了一种改进的处理方法。它采用Hallen方程和电流分布函数的殆全域多项式展开相结合的方法作为天线分析的基础，使得优化算法的数学表达更为简洁，尤其避免了半波振子作激励单元时繁杂的数学处理，简化了数值计算过程，而且矩阵维数增加不多。文中给出了天线分析部分的计算实例和结果比较。

关键词 八木天线 殆全域多项式 数值优化 微扰迭代法

中图分类号 O441.4 **文献标识码** A

An improved method of optimization for forward gain of Yagi-Uda antenna

YANG Shao-lin KE Heng-yu HOU Jie-chang WU Shi-cai YANG Zi-jie
(*College of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan Hubei* 430072, *China*)

Abstract An improvement was made in the optimization method for the forward gain of Yagi-Uda antenna through adjusting the inter-element spacing by tierative perturbation. In the process of optimization, Yagi-Uda antenna is analyzed by Hallen-type equations combined with almost-entire domain polynomial representation of current distribution. The underlying antenna analysis method above simplified the mathematical expression of optimization algorithm, especially avoiding special mathematical disposal for the case of half-wave driver. In the improved method, the calculation cost had been greatly reduced, and at the same time, the dimension of matrices was not much augmented. Some numerical examples in the analysis part of the optimization method for the forward gain of Yagi-Uda antennas are illustrated.

Key words Yagi-Uda antenna almost-entire domain polynomial numerical optimization iterative perturbation method

1 引言

八木天线无论作为单元还是组成阵，以它结构简单、造价低廉、应用灵活在实践中获得了广泛的应用。典型的八木天线由一个激励振子和一排平行的无源振子组成。尽管用数值方法实施天线优化的文章很多，但只有很少的论文通过改变天线的构形，尤其是针对八木天线这类互耦起着决定作用的天线结构，探讨天线优化问题。实践证明[1,2]，振子间距和振子长度对八木天线的增益有显著的影响。在连续的两篇论文中，Cheng 和 Chen[3] 以及 Chen 和 Cheng[4]描述了一种调整八木天线单元间距和长度进行前向增益优化的方法。这种方法考虑了有限振子半径和互耦的效应。在天线分析部分，采用一种不太常用的积分方程，电流分布则用“三项理论(three-term theory)[6]”近似展开。通过迭代微扰方

* 收稿日期：2000-09-15. 基金项目：国家高科技发展计划资助项目(818-01-02)

法[7]获得间距非均匀和单元不等长的优化八木天线。"三项理论"使得计算矩阵的维度为 $N\times N$(N 为单元数),比任何子域剖分的矩量法的计算矩阵维度都小。但作者在结论部分承认,由于采用"三项理论",整个优化方法的数学表达式较为烦琐。尤为严重的是,对于半波振子作为激励单元的特定情况需要专门的数学处理,计算沉繁。基于上面的原因,本文采用 Hallen 积分方程和电流分布的殆全域多项式展开相结合的矩量法作为天线分析的基础,使得优化算法的数学表达更为简洁,避免了半波振子作激励单元时繁杂的数学处理,简化了数值计算过程,由于电流分布基函数的(殆)全域特性,矩阵的维数增加不多。本文将阐述这一八木天线前向增益优化算法的改进处理方法,并给出一些结果比较。

2　八木天线单元的电流分布

天线分析以尽量精确地逼近天线上真实的电流分布为基础。N 元八木天线可用柱形天线组成的平行阵加以模拟分析。这类天线是线天线中最常用的形式,从整个线天线数值分析发展的历史看,传统方法[8]对这类问题已有了很成熟的解决方案。选择合适的电流分布积分方程以及展开基函数很大程度上决定了这些解决方案的精度和效率。

电流分布基函数一般分为两类:全域基和分域基。显然,用脉冲基函数展开,电流分布的平滑性最差,其次是分段线性函数和分段正弦函数。分域基函数只在整个定义域的分域上存在,虽简化了矩阵元的计算,但它的缺点是未知系数的数目增多,导致矩阵阶数很高,计算机内存和计算时间开销很大。对于精确分析天线阵单元间的互耦,这是一个必须重视的问题,尤其对于八木天线这类互耦起决定作用的天线的优化设计更是如此。前人证明从计算时间和求解精度综合考虑,将 Hallen 方程与电流分布函数的殆全域多项式展开相结合是分析柱形天线及其平行阵相对较优的方法之一[8]。

考虑半径为 a,长度为 $2h$ 的柱形对称振子,在中间被一电压为 V 的 δ 函数发生器激励。让坐标系的 z 轴与振子天线的轴重合,坐标原点位于振子中心。假定 $h\gg a,a\ll\lambda$,,振子由完全导电导体组成,同时假设自由空间波阻抗近似为 120π。由 δ 函数发生器激励时的 Hallen 方程经适当变形后得到

$$\int_{-h}^{h} I(z')\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r}\mathrm{d}z' = C\cos kz + \frac{V}{\mathrm{j}60}\sin k|z| \quad (1)$$

考虑振子两端电流为零,电流分布展开为 n 阶多项式为

$$I(z') = \sum_{m=1}^{n} I_m(1-|z'|/h)^m \quad (2)$$

I_m 为待定的复系数。代入电流展开函数,(1)式变为

$$\sum_{m=1}^{n} I_m\int_{-h}^{h}\left(1-\frac{|z'|}{h}\right)^m\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r}\mathrm{d}z' = C\cos kz + \frac{V}{\mathrm{j}60}\sin k|z| \quad (3)$$

为求解方程(3)的 n 个未知系数 I_m 和任意常数 C,沿天线指定 $n+1$ 个点 z_p,$p=1,2,\cdots,(n+1)$,规定方程在这些点上得到满足。这样形成了 $n+1$ 个联立方程,

$$\sum_{m=1}^{n} I_m\int_{-h}^{h}(1-|z'|/h)^m\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr_p}}{r_p}\mathrm{d}z' - C\cos kz_p = \frac{V}{\mathrm{j}60}\sin k|z_p| \quad p=1,2,\cdots,(n+1) \quad (4)$$

其中 $r_p=\{(z_p-z)^2+a^2\}^{1/2}$。对于 N 个对称柱形天线组成的平行阵,(4)式变为

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n_i} I_{im}\int_{-h_i}^{h_i}(1-|z_i'|/h_i)^m\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_{pil}}}{r_{pil}}\mathrm{d}z'_i - C_l\cos kz_{pl} = \frac{V_l}{\mathrm{j}60}\sin k|z_{pl}| \quad p=1,2,\cdots,(n_i+1)\ l=1,2,\cdots,N \quad (5)$$

其中 i 对应源点所在的阵单元序号,l 对应匹配点所在的阵单元序号,n_i 为第 i 个单元电流展开基函数的多项式阶次,V_l 为第 l 个阵单元的激励电压,z'_i 为第 l 个单元天线上的源点坐标,z_{pl} 为第 l 个单元天线上的第 p 个匹配点坐标,且

$$r_{pil} = \begin{cases}\{(z_{pl}-z'_i)^2+a^2\}^{1/2} & i=l\\ \{(z_{pl}-z'_i)^2+d_{il}^2\}^{1/2} & i\neq l\end{cases} \quad (6)$$

d_{il} 为第 i 个单元与第 l 个单元轴线间的距离。对于八木天线,只需要将激励单元的电压设为 1,其它无源单元的电压设为 0。通过求解(5)式代表的矩阵方程,求出电流展开系数,带入电流分布函数的展开式,即可以求出八木天线的电流分布。电流分布求出后,天线其它的一些电性能参数如输入阻抗、方向图以及增益等可以很快求出。

3　单元间距微扰

为便于阐述,下面将本文用到的数学符号说明如下:[ ]代表矩阵,{ }代表列向量,* 表示求共轭,T 表示转置。假定第 i 单元和第 l 单元的位置沿八木天线主轴线分别偏移了 Δd_i 和 Δd_l,则微扰后的源点场点距离为

$$r_{pil}^{p} = \{(z_{pl}-z_i')^2+(d_{il}+\Delta d_i-\Delta d_l)^2\}^{1/2} \approx r_{pil}+\frac{\Delta d_i-\Delta d_l}{r_{pil}}d_{il} \quad i\neq l \quad (7)$$

设 $S_{im}(z'_i)=(1-|z'_i|/h_i)^m$，(5)式中的积分微扰后为

$$\int_{-h_i}^{h_i} S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}^P}}{r_{pil}^P}dz_i' = \int_{-h_i}^{h_i} S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}}dz_i' - j(\Delta d_i-\Delta d_l)kd_{il}\int_{-h_i}^{h_i} S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}^2}dz_i' \quad (8)$$

上式表明单元间距微扰产生的额外积分项与各单元位置微扰之差$(\Delta d_i-\Delta d_l)$成正比。将(5)式中经单元间距微扰的待求系数展开为原始项与微扰项之和

$$I_{im}^P = I_{im}+\Delta I_{im} \qquad C_l^P = C_l+\Delta C_l \quad (9)$$

所有的待求系数组合在一起构成列向量$\{\boldsymbol{IC}\}^P$，新的微扰广义阻抗矩阵为原始项与微扰项之和

$$[\boldsymbol{Z}]^P=[\boldsymbol{Z}]+[\Delta\boldsymbol{Z}] \quad (10)$$

代入微扰广义矩阵方程

$$[\boldsymbol{Z}]^P\{\boldsymbol{IC}\}^P=\{\boldsymbol{V}\}^P \quad (11)$$

得

$$[\boldsymbol{Z}]\{\Delta\boldsymbol{IC}\}+[\Delta\boldsymbol{Z}]\{\boldsymbol{IC}\}+[\Delta\boldsymbol{Z}]\{\Delta\boldsymbol{IC}\}=0 \quad (12)$$

忽略二阶偏离项，有

$$[\boldsymbol{Z}]\{\Delta\boldsymbol{IC}\}=-[\Delta\boldsymbol{Z}]\{\boldsymbol{IC}\} \quad (13)$$

由于只有单元间距参与微扰，上面推导应用了$\{\boldsymbol{V}\}^P=\{\boldsymbol{V}\}$。

下面寻求将(13)式表示成各单元位置微扰$\{\Delta d\}$的显性表达式，即

$$[\Delta\boldsymbol{Z}]\{\boldsymbol{IC}\}=[\boldsymbol{P}]\{\Delta d\} \quad (14)$$

结合(8)式，上式左边可表示为

$$\sum_{i=1}^{N}\Delta d_i\sum_{m=1}^{n_i}jkd_{il}I_{im}\int_{-h_i}^{h_i}S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}^2}dz_i' + \Delta d_l\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{n_i}(-j)kd_{il}I_{im}\int_{-h_i}^{h_i}S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}^2}dz'$$
$$p=1,2,\cdots,(n_i+1) \quad l=1,2,\cdots,N \quad (15)$$

当 $i\neq l$ 时，Δd_i 的乘积系数为

$$P_{pli}=\sum_{m=1}^{n_i}jkd_{il}I_{im}\int_{-h_i}^{h_i}S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}^2}dz_i'$$
$$(i\neq l) \quad p=1,2,\cdots,(n_i+1) \quad l=1,2,\cdots,N \quad (16)$$

当 $i=l$ 时，Δd_i 的乘积系数为

$$P_{pli}=\sum_{i=1}^{N}(i\neq l)\sum_{m=1}^{n_i}(-j)kd_{il}I_{im}\cdot\int_{-h_i}^{h_i}S_{im}(z_i')\frac{e^{-jkr_{pil}}}{r_{pil}^2}dz'$$
$$(i=l) \quad p=1,2,\cdots,(n_i+1) \quad l=1,2,\cdots,N \quad (17)$$

于是求出了$[\boldsymbol{P}]$，由(13)和(14)两式，得

$$\{\Delta\boldsymbol{IC}\}=[\boldsymbol{Z}]^{-1}[\boldsymbol{P}]\{\Delta\boldsymbol{d}\}=[\boldsymbol{Q}]\{\Delta\boldsymbol{d}\} \quad (18)$$

微扰后的待求系数可由(9)式求出。

4 单元间距微扰后的辐射场

单元间距微扰后的辐射场为

$$E^P(\theta,\varphi)=\frac{j\omega\mu_0}{4\pi R_0}\sum_{i=1}^{N}\exp[jk_0(d_i+\Delta d_i)\sin\theta\cos\varphi]\cdot\int_{-h_i}^{h_i}I_i(z_i')\exp(jk_0z_i'\cos\theta)\sin\theta dz_i' \quad (19)$$

当满足 $\Delta d_i/d_i\ll 1$ 时，有

$$\exp[jk_0(d_i+\Delta d_i)\sin\theta\cos\varphi] \approx (1+jk_0\Delta d_i\sin\theta\cos\varphi)\cdot\exp(jk_0d_i\sin\theta\cos\varphi) \quad (20)$$

则场强可表示为

$$E^P(\theta,\varphi)=\frac{j\omega\mu_0}{4\pi R_0}\sum_{i=1}^{N}\begin{bmatrix}(1+jk_0\Delta d_i\sin\theta\cos\varphi)\cdot\\ \exp(jk_0d_i\sin\theta\cos\varphi)\end{bmatrix}\cdot\int_{-h_i}^{h_i}\left[\sum_{m=1}^{n_i}(I_{im}+\Delta I_{im})S_{im}(z'_i)\right]\cdot\exp(jk_0z'_i\cos\theta)\sin\theta dz'_i \quad (21)$$

将辐射场强分为原始项与微扰项之和，经整理可得

$$E^P(\theta,\varphi)=E(\theta,\varphi)+j\frac{60}{R_0}\sum_{i=1}^{N}\exp(jk_0d_i\sin\theta\cos\varphi)\cdot\begin{Bmatrix}jk_0\Delta d_i\sin\theta\cos\varphi\sum_{m=1}^{n_i}I_{im}\cdot M_{im}(\theta)+\\ \sum_{m=1}^{n_i}\Delta I_{im}\cdot M_{im}(\theta)\end{Bmatrix} \quad (22)$$

其中 $M_{im}(\theta)$ 定义为

$$M_{im}(\theta)=\frac{k_0}{2}\int_{-h_i}^{h_i}S_{im}(z'_i)\exp(jk_0z_i'\cos\theta)\sin\theta dz_i' \quad (23)$$

下面将辐射场的微扰偏离项表示为$\{\Delta\boldsymbol{d}\}$的显式表达式。由(18)式可得

$$\Delta I_{im}=\sum_{k=1}^{N}Q_{(im)k}\Delta d_k \qquad i=1,2,\cdots,N \quad m=1,2,\cdots,n_i \quad (24)$$

代入(22)式，可求得辐射场的微扰偏离项

$$\Delta E(\theta,\varphi)=j\frac{60}{R_0}\sum_{i=1}^{N}\exp(jk_0d_i\sin\theta\cos\varphi)\cdot\begin{Bmatrix}jk_0\Delta d_i\sin\theta\cos\varphi\sum_{m=1}^{n_i}I_{im}\cdot M_{im}(\theta)+\\ \sum_{k=1}^{N}\sum_{m=1}^{n_i}(Q_{(im)k}\Delta d_k)\cdot M_{im}(\theta)\end{Bmatrix}=\{\boldsymbol{D}\}^T\{\Delta\boldsymbol{d}\} \quad (25)$$

其中

$$D_k = \mathrm{j}\frac{60}{R_0}\left\{\begin{array}{l}\mathrm{j}k_0\sin\theta\cos\varphi\cdot\exp(\mathrm{j}k_0d_k\sin\theta\cos\varphi)\cdot\\ \sum_{m=1}^{n_i}I_{km}M_{km}(\theta)+\sum_{i=1}^{N}\exp(\mathrm{j}k_0d_i\sin\theta\\ \cos\varphi)\cdot\sum_{m=1}^{n_i}Q_{(im)k}M_{im}(\theta)\end{array}\right\} \quad (26)$$

总的单元间距微扰后的辐射场为

$$E^P(\theta,\varphi)=E(\theta,\varphi)+\{\boldsymbol{D}\}^T\{\Delta\boldsymbol{d}\} \quad (27)$$

5　单元间距微扰的前向增益优化[3]

微扰后的天线增益为

$$G^P(\theta_0,\varphi_0)=\frac{|E^P(\theta_0,\varphi_0)|^2}{60P_{in}^P} \quad (28)$$

P_{in}^P是微扰后的输入平均功率，(θ_0,φ_0)为指定的方向。由(27)式，有

$$|E^P(\theta_0,\varphi_0)|^2=|E|^2+2\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\{\boldsymbol{B}_1\}+\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T[\boldsymbol{C}_1]\{\Delta\boldsymbol{d}\} \quad (29)$$

其中$\{\boldsymbol{B}_1\}=\mathrm{Re}(E\{\boldsymbol{D}^*\})$，$[\boldsymbol{C}_1]=\{\boldsymbol{D}^*\}\{\boldsymbol{D}\}^T$。

八木天线只有一个单元被激励，有

$$P_{in}^P=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[\boldsymbol{V}_2^*\boldsymbol{I}_2^P(0)]=P_{in}+\frac{1}{2}V_2\mathrm{Re}[\Delta\boldsymbol{I}_2(0)] \quad (30)$$

由(24)式，得

$$\Delta I_2(0)=\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\cdot\left(\sum_{m=1}^{n_2}\{\boldsymbol{Q}_{(2m)}\}S_{2m}(0)\right) \quad (31)$$

结合(30)和(31)式，可得

$$P_{in}^P=P_{in}+\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\cdot\{\boldsymbol{B}_2\} \quad (32)$$

其中

$$\{\boldsymbol{B}_2\}=\frac{1}{2}V_2\mathrm{Re}\left(\sum_{m=1}^{n_2}\{\boldsymbol{Q}_{(2m)}\}S_{2m}(0)\right) \quad (33)$$

对于无耗天线，输入平均功率等于辐射出去的总功率，因此 P_{in}^P可写为另一形式

$$P_{in}^P=\frac{1}{60}\left\{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\pi}|E^P(\theta,\varphi)|^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\right\} \quad (34)$$

由(29)式，有

$$P_{in}^P=P_{in}+2\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\{\boldsymbol{B}_3\}+\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]\{\Delta\boldsymbol{d}\} \quad (35)$$

其中

$$P_{in}=\frac{1}{240\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\pi}|E(\theta,\varphi)|^2\sin\theta\mathrm{d}\theta \quad (36)$$

$$\{\boldsymbol{B}_3\}=\frac{1}{240\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\pi}\{\boldsymbol{B}_1\}\sin\theta\mathrm{d}\theta \quad (37)$$

$$C_2=\frac{1}{240\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\pi}[\boldsymbol{C}_1]\sin\theta\mathrm{d}\theta \quad (38)$$

增益优化的目标是通过微扰单元间距使指定方向的天线增益逐渐增加，直到增益增加值可以忽略为止。因此在迭代过程的每一个循环需保持

$$\Delta G(\theta_0,\varphi_0)=G^P(\theta_0,\varphi_0)-G(\theta_0,\varphi_0) \quad (39)$$

为正值。代入上面推导的各个表达式，有

$$\Delta G(\theta_0,\varphi_0)=\frac{1}{60}\frac{\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\{\boldsymbol{B}\}+\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T[\boldsymbol{C}_1]\{\Delta\boldsymbol{d}\}}{P_{in}+2\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\{B_3\}+\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]\{\Delta\boldsymbol{d}\}} \quad (40)$$

其中

$$\{\boldsymbol{B}\}=2\{\boldsymbol{B}_1\}-60G\{\boldsymbol{B}_2\} \quad (41)$$

在 $\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]$是正定的条件下，下面的关系成立

$$(\{\boldsymbol{B}\}^T\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]^{-1}\{\boldsymbol{B}\})(\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]\{\Delta\boldsymbol{d}\})\geq(\{\Delta\boldsymbol{d}\}^T\{\boldsymbol{B}\})^2 \quad (42)$$

其等式成立的条件是

$$\{\Delta\boldsymbol{d}\}=\alpha\mathrm{Re}[\boldsymbol{C}_2]^{-1}\{\boldsymbol{B}\} \quad (43)$$

α 为加权因子，其取值要根据实际的迭代收敛速度具体确定。代入 ΔG 的表达式，即得到每一次单元间距微扰的增益增加量，(43)式为单元位置的微扰量。将微扰后的单元位置作为新一轮间距微扰的八木天线单元的初始位置，重新执行以上的微扰过程，直至增益增加量小到可以忽略为止，从而求得前向增益最大时的八木天线单元的位置参数。

6　数值结果

与文献[3]的数学表达式对比，本文要简洁得多，尤其避免了半波振子作激励单元时繁杂的数学处理。Cheng 和 Chen[3]指出由于矩阵计算维度的限制，单元粗剖分的矩量法对八木天线的分析不精确，导致整个优化算法不收敛。本文采用的是 Hallen 方程和电流分布函数的殆全域多项式展开相结合的矩量法。数值计算显示，这种分析方法能够使天线分析的结果，包括优化算法所依赖的增益值至少和其它分析方法一样精确，而且矩阵维度和计算时间相对较小，更适合运用于天线优化。下面就已发表的八木天线的分析实例，给出了本文的计算结果。

表 1 给出了计算的等间距八木天线的特性，文献[9]中的结果是采用子域基函数展开的矩量法获得的。其中 $\mathrm{HP_H}$[9](half power beamwidth)表示 H 平面半功率波瓣宽度，$\mathrm{HE_H}$(half E-filed beamwidth)表示半场强波瓣宽度，相当于 1/4 功率波瓣宽度。从表中可以看出，两种方法的计算结果非常接近。在同一有效数字下，有的数据结果完全相同。即使在矩量法较难准确计算的输入阻抗上，两者也吻合得很好。但半功率波瓣宽度两者差别较大。后来作者计算了半场强波瓣宽度，发现它与文献中的半功率波瓣宽度吻合得较好，说明文献[9~11]中的半功率波瓣宽度的结果实际上是半场强波瓣宽度。

表 1 文献[9~11]与本文分析的等间距八木天线的特性对照表(导线半径为 0.005λ)

单元数	间距(λ)	单元长度(波长数)			增益(dB)		前后比(dB)		输入阻抗(Ω)		H 平面(度)			E 平面(度)		
											HP_H		HE_H	HP_E		HE_E
		反射器	激励器	引向器	文献	本文	文献	本文	文献	本文	文献	本文	本文	文献	本文	本文
3	0.25	0.479	0.453	0.451	9.4	9.43	5.6	5.57	22.3+j15.0	21.6+j15.3	84	71	84	66	53	74
4	0.15	0.486	0.459	0.453	9.7	9.68	8.2	8.23	36.7+j9.6	35.4+j10.2	84	69	84	66	53	74
4	0.20	0.503	0.474	0.463	9.3	9.12	7.5	6.81	5.6+j20.7	5.5+j22.5	64	51	72	54	42	61
4	0.25	0.486	0.463	0.456	10.4	10.34	6.0	5.72	10.3+j23.5	10.0+j23.4	60	47	63	52	41	57
4	0.30	0.475	0.453	0.446	10.7	10.64	5.2	4.97	25.8+j23.2	26.2+j25.3	64	52	68	56	44	60
5	0.15	0.505	0.476	0.456	10.0	9.94	13.1	12.76	9.6+j13.0	9.5+j14.2	76	60	84	62	49	68
5	0.20	0.486	0.462	0.449	11.0	10.99	9.4	9.25	18.4+j17.6	18.9+j19.1	68	52	70	58	45	61
5	0.25	0.477	0.451	0.442	11.0	10.95	7.4	7.42	53.3+j6.2	53.6+j6.4	66	53	69	58	45	61
5	0.30	0.482	0.459	0.451	9.3	8.83	2.9	2.30	19.3+j39.4	20.3+j42.7	42	35	47	40	33	44
6	0.20	0.482	0.456	0.437	11.2	11.21	9.2	9.29	51.3−j1.9	53.1−j4.3	68	53	70	58	45	61
6	0.25	0.484	0.459	0.446	11.9	11.66	9.4	8.62	23.2+j21.0	23.4+j23.5	56	42	56	50	38	51
6	0.30	0.472	0.449	0.437	11.6	11.50	6.7	6.75	61.2+j7.7	64.6+j6.7	56	44	58	52	39	52
7	0.20	0.489	0.463	0.444	11.8	11.60	12.6	11.12	20.6+j16.8	22.2+j21.0	58	43	58	52	38	52
7	0.25	0.477	0.454	0.434	12.0	12.00	8.7	8.93	57.2+j1.9	58.4−j1.1	58	44	58	52	39	53
7	0.30	0.475	0.455	0.439	12.7	12.36	8.7	7.57	35.9+j21.7	39.4+j28.0	50	37	49	46	34	46

作者重新分析了文献[3]中的三个计算实例，给出了分析的结果。首先考虑半波振子($2h_2=0.50\lambda$)激励的 6 元八木天线，反射器臂长 $h_1=0.255\lambda$，4 个引向器臂长 $h_3=\cdots=h_6=0.215\lambda$，导线半径为 $a=0.003369\lambda$。初始的八木天线的引向器激励振子间距为 $b_{21}=0.250\lambda$，其它间距为 $b_{32}=\cdots=b_{65}=0.310\lambda$。计算结果见表 2。当初始八木天线的单元间距分别为 $b_{21}=0.280\lambda$，$b_{32}=\cdots=b_{65}=0.310\lambda$ 时，计算结果见表 3。

表 2 增益优化前后 6 元八木天线的计算结果比较

($h_1=0.255\lambda, h_2=0.25\lambda, h_3=\cdots=h_6=0.215\lambda$ $a=0.003369\lambda, b_{21}=0.250\lambda, b_{32}=\cdots=b_{65}=0.310\lambda$)

	b_{21}/λ	b_{32}/λ	b_{43}/λ	b_{54}/λ	b_{65}/λ	增益	
						文献	本文
初始阵	0.250	0.310	0.310	0.310	0.310	8.06	7.94
优化阵	0.250	0.336	0.398	0.310	0.407	11.81	11.67

表 3 增益优化前后 6 元八木天线的计算结果比较

($h_1=0.255\lambda, h_2=0.25\lambda, h_3=\cdots=h_6=0.215\lambda$ $a=0.003369\lambda, b_{21}=0.280\lambda, b_{32}=\cdots=b_{65}=0.310\lambda$)

	b_{21}/λ	b_{32}/λ	b_{43}/λ	b_{54}/λ	b_{65}/λ	增益	
						文献	本文
初始阵	0.280	0.310	0.310	0.310	0.310	7.53	7.42
优化阵	0.250	0.352	0.355	0.354	0.373	11.81	11.73

第三个例子为半波振子激励的 10 元八木天线，反射器臂长 $h_1=0.255\lambda$，8 个引向器臂长 $h_3=\cdots=h_{10}=0.215\lambda$，导线半径为 $a=0.003369\lambda$。初始的八木天线的引向器激励振子间距为 $b_{21}=0.250\lambda$，其它间距为 $b_{32}=\cdots=b_{10,9}=0.330\lambda$。计算结果见表 4。

表 4　增益优化前后 10 元八木天线的计算结果比较

($h_1=0.255\lambda, h_2=0.25\lambda, h_3=\cdots=h_{10}=0.215\lambda \quad a=0.003369\lambda, b_{21}=0.250\lambda, b_{32}=\cdots=b_{10,9}=0.330\lambda$)

	b_{21}/λ	b_{32}/λ	b_{43}/λ	b_{54}/λ	b_{65}/λ	增益	
						文献	本文
初始阵	0.250	0.330	0.330	0.330	0.330		
优化阵	0.250	0.352	0.355	0.354	0.373		
	b_{76}/λ	b_{87}/λ	b_{98}/λ	$b_{10,9}/\lambda$			
初始阵	0.330	0.330	0.330	0.330		12.36	12.34
优化阵	0.250	0.352	0.355	0.354		16.20	15.25

在实际应用中，有的以半波振子，而不是点源，作为增益的比较标准。以半波振子为标准的增益是以点源为标准的增益的 1/1.64。考虑到原始文献的习惯标准，本文表 1 采用点源的增益标准，表 2、表 3 和表 4 采用半波振子的增益标准。

对于文献[3]中半波振子激励的特定情形，本文不需要任何专门的数学处理，从以上数据的比较可以看出，两者分析部分的计算结果吻合很好。它带来的另一个优势是使优化算法的数学表达式比文献[3]简洁得多。

参考文献

[1] H. W. Ehrenspeck and H. Poehler. A new method for obtaining maximum gain for yagi antennas[J]. IRE Trans., 1959, AP-7: 370～386.

[2] J. H. Bojoen, H. Schaer-Jacobsen, E. Nilson, and J. B. Anderson. Maximum gain of Yagi-Uda arrays [J]. Electroni. Lett., 1971, 7(18): 531～532.

[3] D. K. Cheng and C. A. Chen. Optimum element spacings for Yagi-Uda arrays[J]. IEEE Trans, 1973, AP21(5): 615～623.

[4] C. A. Chen and D. K. Cheng. Optimum element lengths for Yagi-Uda arrays[J]. IEEE Trans, 1975, AP23(1): 8～15.

[5] B. D. Popovic, M. B. Dragovic, and A. R. Djordjevic. Analysis and synthesis of wire antennas[M]. New York: Research Studies Press (John Wiley&Sons), 1982.

[6] R. W. P. King, R. B. Mack and S. S. Sandler. Arrays of cylindrical dipoles[M]. New York: Cambridge Univ. Press, 1968.

[7] F. I. Tseng and D. K. Cheng. Spacing perturbation techniques for array optimization[J]. Radio science, 1968, 3(5): 451～457.

[8] 杨绍麟. 线天线分析和天线阵综合的若干问题研究[D]. 武汉：武汉大学电子信息学学院, 1998.

[9] W. L. Stutzman and G. A. Thiele. Antenna Theory and Design[M]. New York: John Wiley and Sons, inc. 1981.

[10] 谢处方，邱文杰. 天线原理与设计[M]. 西安：西北电讯工程学院出版社, 1987.

[11] 康行健. 天线原理与设计[M]. 北京：北京理工大学出版社, 1993.

杨绍麟　(1975-)，男，湖北人，武汉大学电子信息学学院博士研究生，主要研究方向是电磁波传播、天线理论与设计及阵列信号处理。

柯亨玉　(1957-)，男，湖北人，武汉大学电子信息学学院教授，博士，主要研究方向是电磁场理论、电波传播与天线理论等。

如 何 学 习 天 线 设 计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…

HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址：http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览：http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html

13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览：http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html

关于易迪拓培训：

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立，一直致力和专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养；后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com)，现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地，成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 ADS、HFSS 等专业软件使用培训课程，广受客户好评；并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书，帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司，以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势：

※ 成立于 2004 年，10 多年丰富的行业经验

※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养，更了解该行业对人才的要求

※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果，又能免除您舟车劳顿的辛苦，学习工作两不误

※ 经验丰富的一线资深工程师主讲，结合实际工程案例，直观、实用、易学

联系我们：

※ 易迪拓培训官网：http://www.edatop.com

※ 微波 EDA 网：http://www.mweda.com

※ 官方淘宝店：http://shop36920890.taobao.com