

应用自适应积分方法(AIM)结合灵活的广义最小余量算法快速仿真微带天线阵列

夏方, 莫磊, 庄伟, 陈如山

南京理工大学电子工程与光电技术学院通信工程系; 江苏省南京市; 210094

摘要

本文采用了自适应积分方法(AIM)分析微带天线阵列, 通过把 RWG 基函数映射到矩形网格上, 从而利用格林函数的 Toeplitz 性质, 应用快速傅立叶变换计算矩阵矢量乘, 将存储量减少到了 $O(N)$, 而计算复杂度降低到了 $O(N \log N)$, 其中 N 是未知数的个数。为了加快迭代解法的收敛速度, 应用了灵活的广义最小余量算法, 计算数据表明: 在达到-40dB 余量误差时, 对于 10461 个未知数的情况下, 它比传统的共轭梯度(CG)算法快了 10 倍。

关键词: 自适应积分方法, 灵活的广义最小余量法, 微带天线阵列

1. 理论分析

假定一个无限大基底的微带结构位于 xoy 平面, 其介电常数为 ϵ_r , 厚度为 h , 激励场为 E^a , 如图 1 所示。

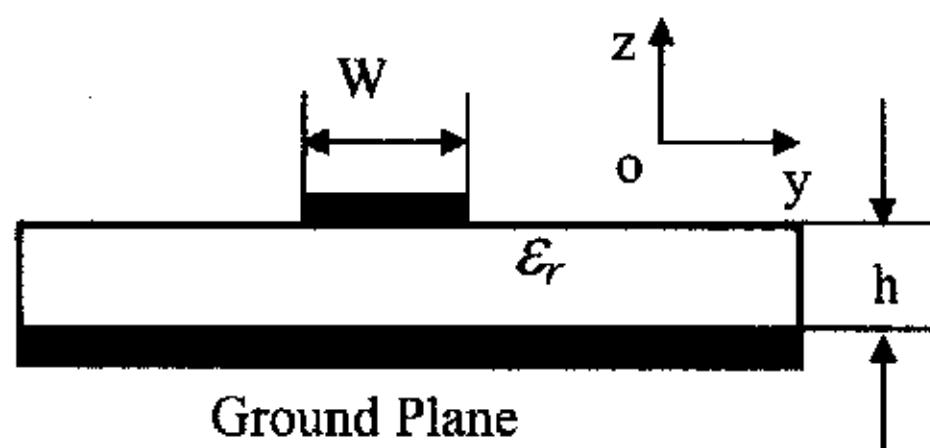


图 1. 微带线的几何结构

解混合位积分(MPIE)方程可求得微带线上的感应电流:

$$j\omega\mu_0\hat{z}\times[\vec{A}(\vec{r}) + \frac{1}{k_0^2}\nabla\Phi(\vec{r})] = \hat{z}\times\vec{E}^a(\vec{r}) \quad (1)$$

然后将电流用 RWG 基函数进行展开

$$J = \sum_{n=1}^N I_n f_n(\vec{r}) \quad (2)$$

这里 N 表示未知数的数目。运用伽辽金方法得到以下方程:

$$[Z]\{I\} = \{V\} \quad (3)$$

$$Z_{mn} = \sum_{i=1}^3 \iint_{S_m} \iint_{S_n} \psi_m^i(\vec{r}) G_{a,q}(\vec{r}, \vec{r}') \psi_n^i(\vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \quad (4)$$

阻抗矩阵 Z 明显是一个稠密且对称的复系数矩阵, 所需的存储量为 $O(N^2)$ 。随着问题尺寸的增加, 这样巨大的存储量将使得计算机无法承受。这导致了自适应积分方法(AIM)的发展[1-3]。自适应积分方

法(AIM)根据离散单元间场的相互作用的强弱, 将阻抗矩阵分解为近场作用和远场作用。在近场, 阻抗矩阵元素用矩量法计算; 在远场, 每个RWG基映射到矩形网格上, 然后用矩形网格点上的点电流之间的相互作用逼近RWG电流元的相互作用, 进而用FFT计算远区场阻抗矩阵与电流向量的乘积。对于平面问题, 方程(4)显然可以重新写成如下形式:

$$Z_{mn} = \sum_{i=1}^3 \iint_{S_m} \iint_{S_n} \psi_m^i(\vec{r}) G_{a,q}(r, \vec{r}') \psi_n^i(\vec{r}') dr' dr \quad (5)$$

其中 $\psi(\vec{r}')$ 表示 $f_x(\vec{r})$, $f_y(\vec{r})$ 或 $\nabla \cdot f_m(\vec{r})$ 。AIM 通过多极子展开将三角形上的这些函数映射到矩形网格上

$$\iint_{S_m} [\psi_m(\vec{r}) - \sum_{u=1}^{(M+1)^2} \Lambda_{mu} \delta^2(\vec{r} - \vec{u})] (x_{mu} - x_0)^{M1} (y_{mu} - y_0)^{M2} dr = 0 \quad (6)$$

其中 Λ_{mu} 是基函数 $\psi_m(\vec{r})$ 的展开系数, M 为阶数, $\vec{u} = (x_{mu}, y_{mu})$ 是矩形网格的坐标且 $r_0 = (x_0, y_0)$ 表示边的中点。则阻抗矩阵(4)可以近似表示为

$$Z_{AIM} = \sum_{i=1}^3 [\Lambda]_i [G] [\Lambda]_i^T \quad (7)$$

当基函数和测试函数相距很远时 Z_{AIM} 可以达到足够的精度, 而距离比较近时会有一定的误差。为了保持阻抗矩阵的精确性可以将其重新写成

$$Z = Z^{near} + Z^{far} \approx Z^{near} + Z_{AIM}^{far} = (Z^{near} - Z_{AIM}^{near}) + Z_{AIM} = Z_s + Z_{AIM} \quad (8)$$

为了分析方便, 我们仍称矩阵 Z_s 为近场作用矩阵, 则矩阵向量积可以写为如下形式:

$$ZI = Z_s I + Z_{AIM} I \quad (9)$$

从方程(7)可见, 我们能够利用格林函数的 Toeplitz 特性采用快速傅立叶变换(FFT) 计算矩阵矢量乘

$$Z_{AIM} I = \sum_{i=1}^3 [\Lambda]_i FFT^{-1}[FFT(G) \cdot FFT(\Lambda_i^T I)] \quad (10)$$

因此, AIM能够将内存需求从 $O(N^2)$ 降至 $O(N)$, 计算复杂度从 $O(N^2)$ 降至 $O(N \log N)$ 。

虽然 AIM 具有上述优点, 然而它并不能减少 Krylov 子空间迭代解法的迭代步数。迭代步数是由积分算子或离散线性系统矩阵的谱特性决定的。本文采用内外灵活的广义最小余量法来加速 AIM 的收敛。

假设求解高密度对称或不对称线性系统方程

$$Ax = b \quad (11)$$

把 $x_0 \in C^n$ 作为该线性系统的初始值, $r_0 = b - Ax_0$ 是初始值对应的余量, M^{-1} 是预条件器, 结合预条件器用 GMRES 算法求解改进系统:

$$AM^{-1}(Mx) = b \quad (12)$$

很明显矩阵 AM^{-1} 不需要明确地给出: 我们只需要求解 $Mz = v$ 。

FGMRES 算法通常表述如下[4]

- (1) 开始: 选择Krylov子空间的 x_0 和维数 m 。定义一个 $(m+1) \times m$ 矩阵 \bar{H}_m , 使所有的 $h_{i,j}$ 初始化为零。
- (2) Arnoldi 程序:

- a) Compute $r_0 = b - Ax_0$, $\beta = \|r_0\|_2$ and $v_1 = r_0 / \beta$.
- b) for $j = 1, \dots, m$ do
- Compute $z_j := M_j^{-1}v_j$; Compute $w := Az_j$; Compute $w := Az_j$;
 - Compute $w := Az_j$;
 - For $i = 1, \dots, j$, do
- $$h_{i,j} := (w, v_i) ; w := w - h_{i,j}v_i$$
- Enddo
- Compute $h_{j+1,j} = \|w\|_2$ and $v_{j+1} = w / h_{j+1,j}$
 - Enddo
- c) Define $Z_m := [z_1, \dots, z_m]$.

(3) 求得近似解 : Compute $x_m = x_0 + Z_m y_m$

(4) 重复: 如果满足则stop, 否则 $x_m \rightarrow x_0$ go to (2)。

FGMRES算法实质上是内外迭代的GMRES算法, 外迭代采用GMRES精确计算, 而内迭代则是用另一个GMRES求得到一个“快速、近似”解, 内迭代的预条件器 M 取为近场作用矩阵 Z_s 。此时内迭代相当于求解一个稀疏矩阵方程 $Z_s s_j = t_j$, 对于电大尺寸问题 Z_s 是相当稀疏的, 这就保证了内迭代的快速求解, 同时近场作用矩阵 Z_s 包含了结构的最重要的信息, 这也保证了内迭代的近似性。采用FGMRES算法后AIM的求解时间大大减少, 显示了FGMRES算法的巨大优越性。

2. 数值结果

为了验证AIM结合FGMRES算法的有效性, 我们分析了如图 2 所示的 8x4 微带天线阵列[1], 其结构参数为 $f_0=9.42\text{GHz}$, $\phi=90^\circ$, $\epsilon_r=2.2$, $h=1.59\text{mm}$, $W=11.79\text{mm}$, $L=10.08\text{mm}$, $d_1=1.3\text{mm}$, $d_2=3.93\text{mm}$, $l_1=12.32\text{mm}$, $l_2=18.48\text{mm}$, $D_1=23.58\text{mm}$, $D_2=22.4\text{mm}$ 。由图 3 给出的辐射方向图可以看出, AIM与MoM计算的结果吻合的很好。当离散了 7798 个三角形和 10461 条边时, 采用AIM算法近场矩阵 Z_s 所包含的元素个数大约只占阻抗矩阵所有元素的 2.05% 左右, 用于FFT的矩形网格划分为 16x16。AIM所需的内存约为 20Mb, CG算法每步迭代需 1.7 秒, 而传统MoM则需要 875Mb 内存且每步迭代需 17.5 秒。同时在填充矩阵元素方面AIM比MoM要节约 75%的CPU时间。所有这些数据都是在奔腾IV 2.4GHz, 1Gb 内存的计算机上得出。图 4 给出了随着未知数的改变, FGMRES、GMRES以及CG所耗费的CPU时间的曲线图, 求解器的精度是-40dB。从图中可以看出在有 10461 个未知数的情况下FGMRES方法收敛速度比传统的CG算法快了 10 倍。而图 5 所示三种算法的余量误差和迭代步数的关系也证实了FGMRES达到收敛所需步数比GMRES和CG要少很多。

3. 结论

本文采用了自适应积分方法(AIM)分析微带天线阵列, 通过把 RWG 基映射到矩形网格上, 从而利

用 FFT 计算远区场阻抗矩阵与电流向量的乘积，降低了计算复杂度且极大的节省了存储空间，并采用灵活的广义最小余量(FGMRES)方法用来加快积分方程的迭代速度。计算数据表明 FGMRES 的收敛速度比共轭梯度算法 (CG) 快了很多。因此，我们可以得出结论：AIM 结合 FGMRES 方法是分析微带电路的有效数值方法。

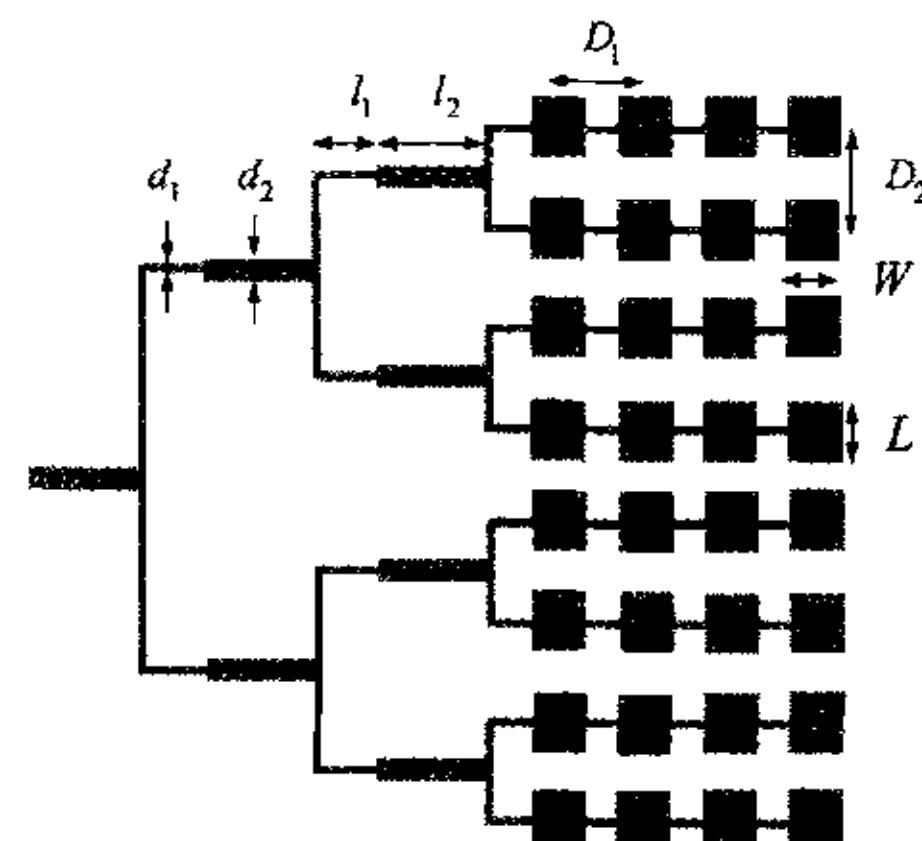


图 2 微带天线阵列结构图

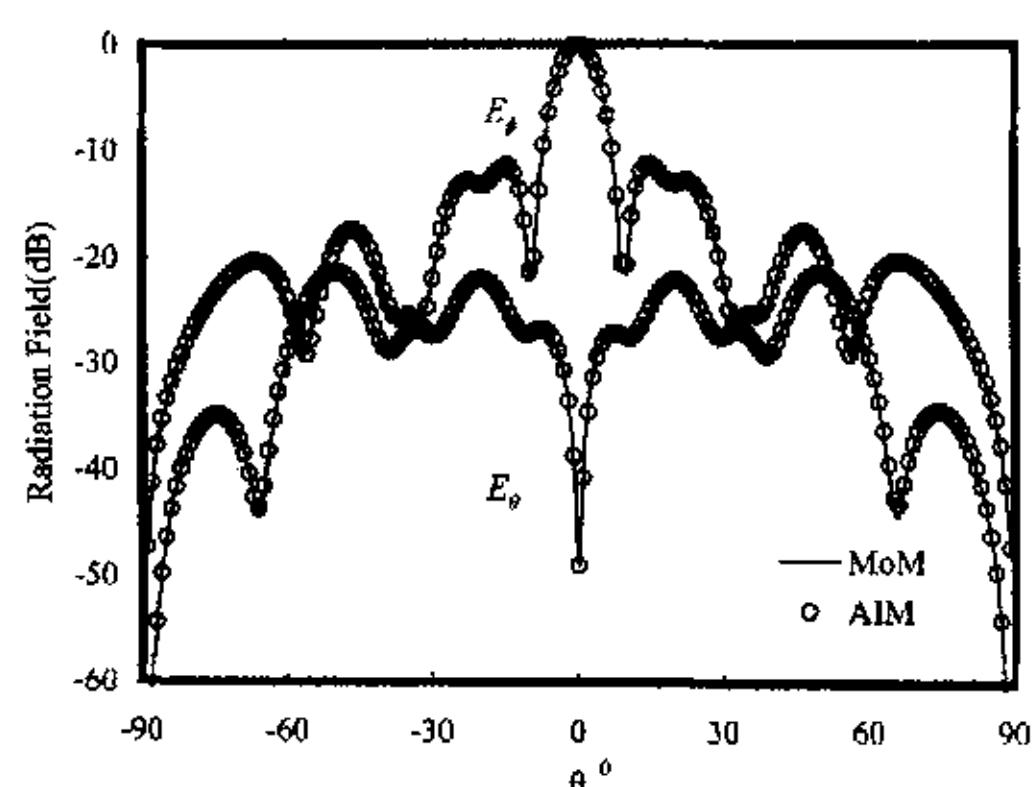


图 3 微带天线阵列辐射方向图

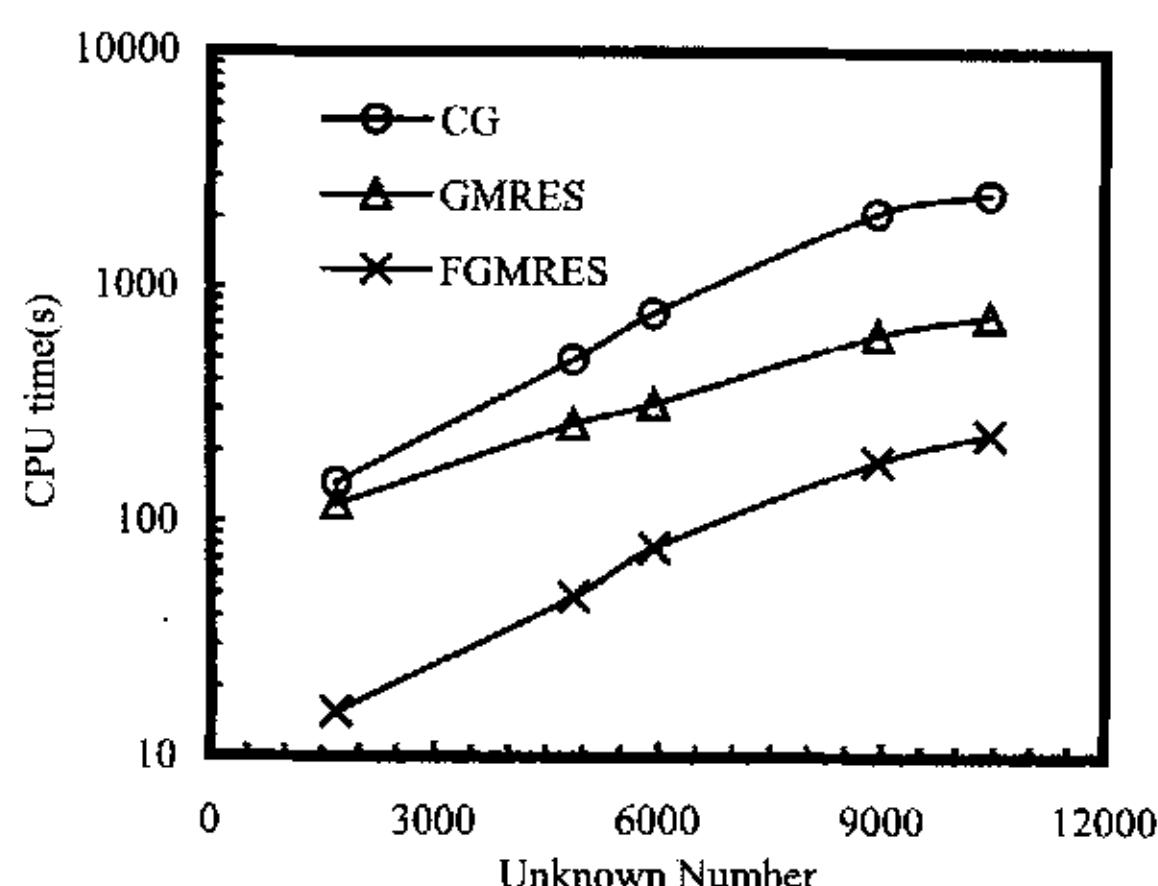


图 4 三种算法的 CPU 时间随未知数的变化

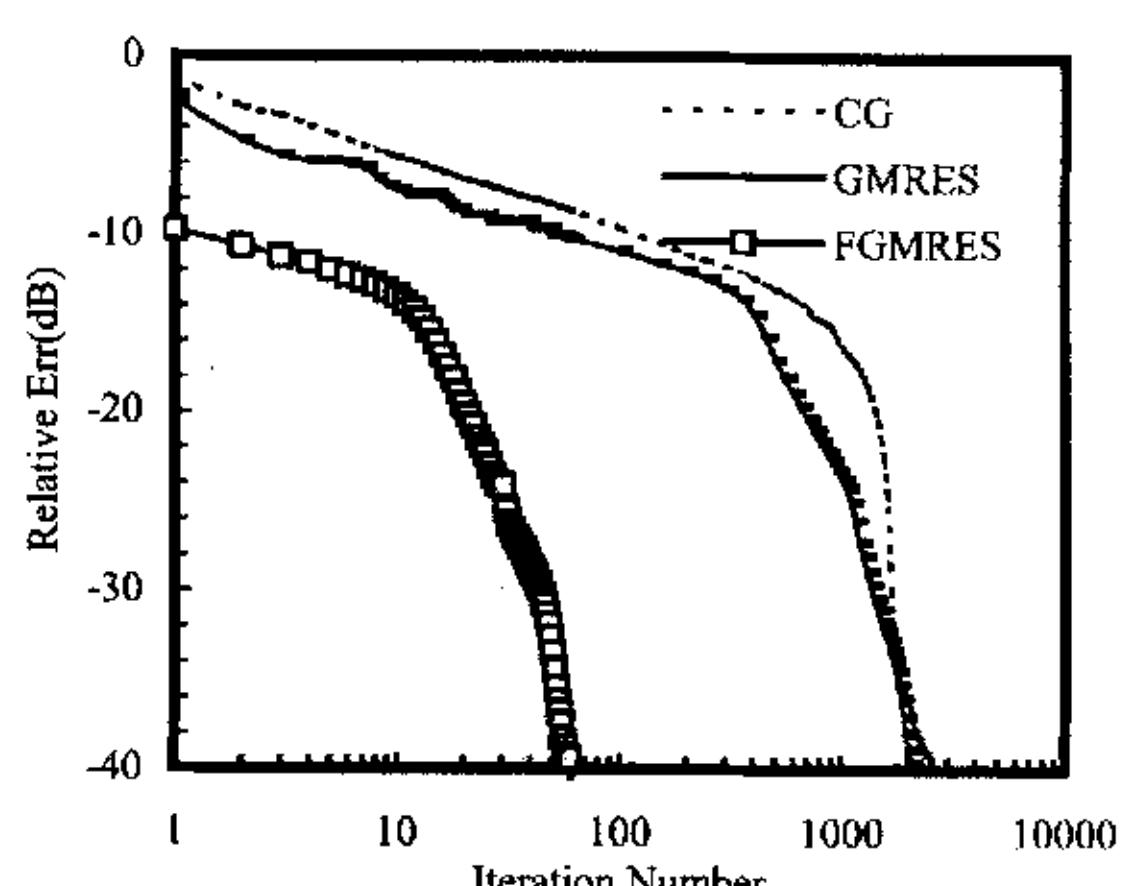


图 5 三种算法的余量误差和迭代步数的关系

参考文献

- [1] F. Ling, C. F. Wang and J. M. Jin. An Efficient Algorithm for Analyzing Large Scale Microstrip Structures Using Adaptive Integral Method Combined with Discrete Complex Image Method. *IEEE Trans. MTT*, May 2000, Vol.48 (5): 832-839
- [2] E. Bleszynski, M. Bleszynski, and T. Jaroszewicz. AIM: Adaptive integral method for solving large-scale electromagnetic scattering and radiation problems. *Radio Science*, Sep-Oct 1996, Vol.31 (5): 1225-1251
- [3] Sunil S. Bindiganavale, John L. Volakis, and Hristos Anastassiou. Scattering from Planar Structures Containing Small Features Using the Adaptive Integral Method (AIM). *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, Dec. 1998, Vol. 46 (12): 1867-1998
- [4] Y. Saad, "A Flexible inner-outer preconditioned GMRES algorithm," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol.14, No.2, pp.461-469, March, 1993.

如何学习天线设计

天线设计理论晦涩高深，让许多工程师望而却步，然而实际工程或实际工作中在设计天线时却很少用到这些高深晦涩的理论。实际上，我们只需要懂得最基本的天线和射频基础知识，借助于 HFSS、CST 软件或者测试仪器就可以设计出工作性能良好的各类天线。

易迪拓培训(www.edatop.com)专注于微波射频和天线设计人才的培养，推出了一系列天线设计培训视频课程。我们的视频培训课程，化繁为简，直观易学，可以帮助您快速学习掌握天线设计的真谛，让天线设计不再难…



HFSS 天线设计培训课程套装

套装包含 6 门视频课程和 1 本图书，课程从基础讲起，内容由浅入深，理论介绍和实际操作讲解相结合，全面系统的讲解了 HFSS 天线设计的全过程。是国内最全面、最专业的 HFSS 天线设计课程，可以帮助你快速学习掌握如何使用 HFSS 软件进行天线设计，让天线设计不再难…

课程网址: <http://www.edatop.com/peixun/hfss/122.html>

CST 天线设计视频培训课程套装

套装包含 5 门视频培训课程，由经验丰富的专家授课，旨在帮助您从零开始，全面系统地学习掌握 CST 微波工作室的功能应用和使用 CST 微波工作室进行天线设计实际过程和具体操作。视频课程，边操作边讲解，直观易学；购买套装同时赠送 3 个月在线答疑，帮您解答学习中遇到的问题，让您学习无忧。

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/cst/127.html>



13.56MHz NFC/RFID 线圈天线设计培训课程套装

套装包含 4 门视频培训课程，培训将 13.56MHz 线圈天线设计原理和仿真设计实践相结合，全面系统地讲解了 13.56MHz 线圈天线的工作原理、设计方法、设计考量以及使用 HFSS 和 CST 仿真分析线圈天线的具体操作，同时还介绍了 13.56MHz 线圈天线匹配电路的设计和调试。通过该套课程的学习，可以帮助您快速学习掌握 13.56MHz 线圈天线及其匹配电路的原理、设计和调试…

详情浏览: <http://www.edatop.com/peixun/antenna/116.html>



关于易迪拓培训:

易迪拓培训(www.edatop.com)由数名来自于研发第一线的资深工程师发起成立,一直致力于专注于微波、射频、天线设计研发人才的培养;后于 2006 年整合合并微波 EDA 网(www.mweda.com),现已发展成为国内最大的微波射频和天线设计人才培养基地,成功推出多套微波射频以及天线设计经典培训课程和 **ADS**、**HFSS** 等专业软件使用培训课程,广受客户好评;并先后与人民邮电出版社、电子工业出版社合作出版了多本专业图书,帮助数万名工程师提升了专业技术能力。客户遍布中兴通讯、研通高频、埃威航电、国人通信等多家国内知名公司,以及台湾工业技术研究院、永业科技、全一电子等多家台湾地区企业。

我们的课程优势:

- ※ 成立于 2004 年, 10 多年丰富的行业经验
- ※ 一直专注于微波射频和天线设计工程师的培养, 更了解该行业对人才的要求
- ※ 视频课程、既能达到了现场培训的效果, 又能免除您舟车劳顿的辛苦, 学习工作两不误
- ※ 经验丰富的一线资深工程师主讲, 结合实际工程案例, 直观、实用、易学

联系我们:

- ※ 易迪拓培训官网: <http://www.edatop.com>
- ※ 微波 EDA 网: <http://www.mweda.com>
- ※ 官方淘宝店: <http://shop36920890.taobao.com>